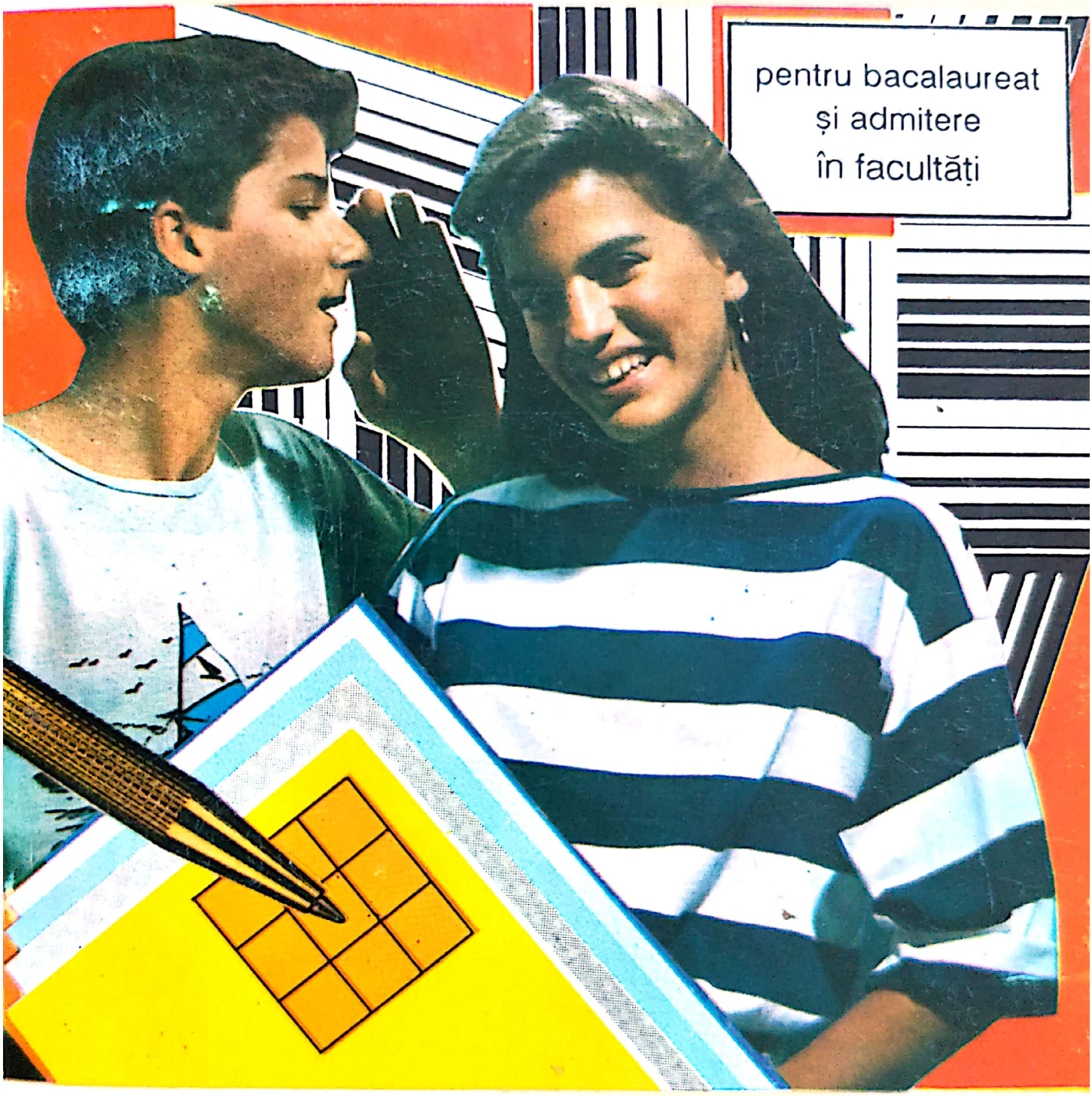
Adrian Galbură • Octavian Rusu

FIZICĂ

pentru bacalaureat
și admitere
în facultăți



MECANICĂ
Teste şi probleme
sistem GRILĂ

nou

Niculescu

Scanned with OKEN Scanner

Despre carte

Iniţiată la Congresul Rectorilor din ianuarie 1991, utilizarea la examene a întrebărilor cu răspunsuri multiple (sistem grilă), metodă întrebuinţată de mulţi ani în alte ţări (de exemplu, în S.U.A., testele GRE şi TOEFL), a devenit şi la noi o practică obişnuită a concursurilor de admitere din ultimii ani. Culegerea cuprinde un număr de probleme reprezentative din capitolele principale ale mecanicii, structurate conform programei analitice, gradul de dificultate fiind diferit, începînd cu întrebări simple ce vizează definiţii şi formule şi terminînd cu probleme cu grad ridicat de dificultate. Pe lîngă problemele noi, s-a încercat abordarea în această formă nouă a problemelor „clasice", cunoscute de elevi, selecţionate din lucrările unor autori de referinţă. Culegerea conţine rezolvările detaliate ale tuturor problemelor, însoţite de un bogat şi intuitiv material grafic. Lucrarea se adresează elevilor de liceu, candidaţilor la concursurile de admitere şi bacalaureat, profesorilor de fizică şi tuturor celor interesaţi de studiul fizicii. Impactul acestui stil de abordare a problemelor asupra elevilor a fost testat, cu rezultate pozitive, de către autori, prin prezentarea în ultimii ani a majorităţii problemelor din această lucrare la orele de fizică în cadrul Colegiului Naţional „Sfîntul Sava".

Despre autori

Adrian Galbură (n. 1950), absolvent al facultăţii de Electronică, specialist în informatică, pasionat de matematică şi fizică, este autor, în colaborare, al unor cunoscute culegeri şi manuale preparatoare: *Matematică-anul I liceu; Matematică-anul II liceu; Matematică-gimnaziu; Probleme de mecanică-întrebări cu răspunsuri multiple; Probleme de electricitate, fenomene termice, optică-întrebări cu răspunsuri multiple.*

Octavian Rusu (n. 1946), absolvent al facultăţii de Fizică, pasionat şi cunoscut profesor de fizică la Colegiul Naţional „Sfîntul Sava", a publicat de-a lungul anilor numeroase articole şi studii în domeniul fizicii la „Gazeta de fizică şi chimie" şi la „Buletinul de fizică şi chimie". Este autor sau coautor al unor lucrări cunoscute, precum: *Propagarea undelor elastice; Tipuri de probleme şi metode de rezolvare; Probleme de mecanică-întrebări cu răspunsuri multiple; Probleme de electricitate, fenomene termice, optică-întrebări cu răspunsuri multiple.*

Scanned with OKEN Scanner

Adrian Galbură • Octavian Rusu

FIZICĂ

MECANICĂ

- sistem grilă -

Constanța, 8 martie 1994

Culegere de probleme pentru bacalaureat
şi concursurile de admitere în colegii şi facultăţi

Niculescu

Scanned with OKEN Scanner

© Editura NICULESCU SRL, Bucureşti, 1994
Adresa: 78182 - Bucureşti, Sector 1, Str. Octav Cocărăscu 79
Telefon/Fax 618.20.29
Coordonare: *Gheorghe Dumitru*
Coperta: *Simona Dumitrescu*
Procesare computerizată: *TOP-GAL SRL* (628.12.37)
Tipărit la: „*POLSIB*" - Sibiu, Cda. 4A379
ISBN 973-568-051-3

Scanned with OKEN Scanner

Copiilor şi elevilor noştri
cu dragoste

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINS

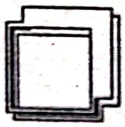
	Enunţuri	Rezolvări
1. Cinematică	9	103
2. Legile dinamicii	25	134
3. Energia mecanică	38	154
4. Impulsul mecanic	49	177
5. Mişcarea circulară	59	197
6. Echilibrul corpurilor	67	212
7. Hidrostatica şi hidrodinamica	76	224
8. Oscilaţii şi unde mecanice	85	236

GRILĂ DE RĂSPUNSURI CORECTE 258

BIBLIOGRAFIE 259

Scanned with OKEN Scanner

ENUNȚURI



Scanned with OKEN Scanner

CINEMATICĂ

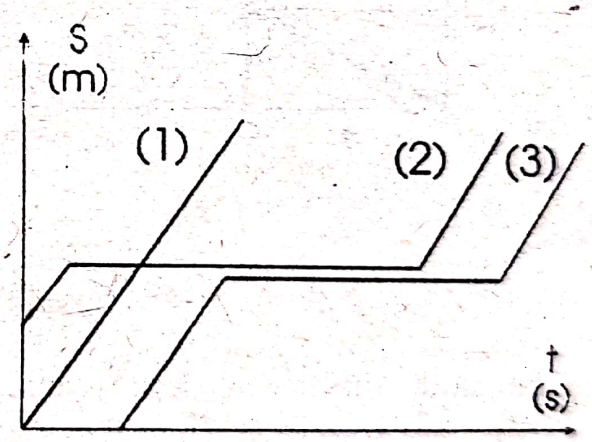
1.1. Un corp punctiform se mişcă în planul determinat de axele xOy. Ecuaţiile: $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ reprezintă:

a) Ecuaţia explicită a traiectoriei.
b) Ecuaţiile cinematice ale mişcării.
c) Vectorul de poziţie al punctului.

1.2. Vectorul de poziţie al unui mobil în mişcare este caracterizat prin:

a) punct de aplicaţie,modul,direcţie şi sens.
b) modul şi direcţie.
c) modul, direcţie şi sens.

1.3. În desen sînt reprezentate legile de mişcare a trei autoturisme, pe aceeaşi şosea, în acelaşi sens. Unul din ele a rămas în pană, unul a oprit pentru a-l ajuta, iar altul şi-a continuat drumul. Care din următoarele variante este corectă?



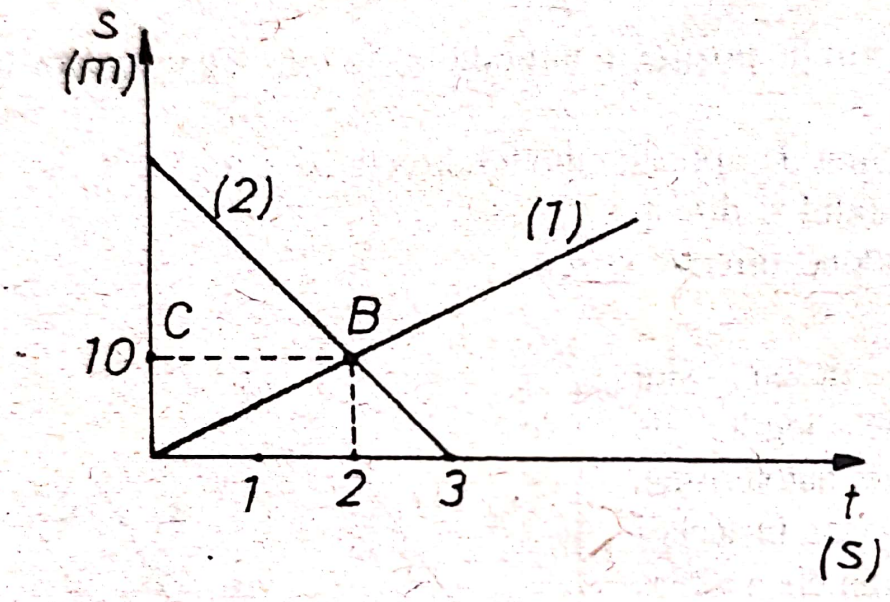
	autoturism în pană	autoturism care ajută	autoturism ce continuă drumul
a)	(3)	(2)	(1)
b)	(1)	(3)	(2)
c)	(2)	(3)	(1)
d)	(2)	(1)	(3)
e)	(3)	(1)	(2)

Scanned with OKEN Scanner

1.4. Un om se mişcă rectiliniu uniform plecînd de sub un felinar. Ce fel de mişcare exercită umbra capului său şi ce se deplasează mai repede : omul sau um-bra capului său?

a) rectilinie uniformă - omul.
b) rectilinie uniformă - umbra.
c) rectilinie accelerată - umbra.
d) rectilinie accelerată - omul.

1.5. Graficul din figură descrie mişcările mobilelor *(1)* şi *(2)*. Precizaţi dacă:



I) Cele două mobile se deplasează:

a) în acelaşi sens. b) în sensuri opuse.

II) Mobilele au plecat:

a) din acelaşi punct, în acelaşi moment.
b) din puncte diferite, la momentediferite.
c) din acelaşi punct, la momente diferite.
d) din puncte diferite, în acelaşi moment.

III) Mobilele se întîlnesc:

a) după 2 s. b) nu se întîlnesc. c) după 3 s.

Scanned with OKEN Scanner

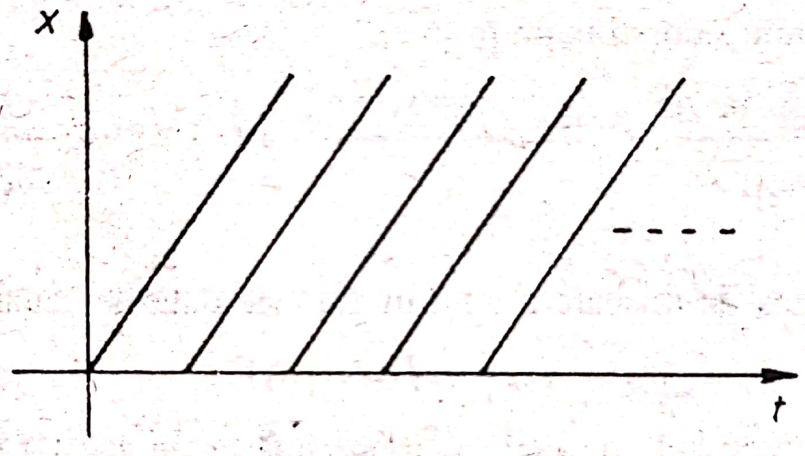
IV) Mobilele s-au întîlnit într-un punct situat faţă de *A* la distanţa de :

a) 10 m. **b)** 20 m. **c)** 30 m. **d)** 40 m.

V) Vitezele mobilelor sînt:

a) $v_1 = 10$ m/s, $v_2 = -5$ m/s.
b) $v_1 = 5$ m/s , $v_2 = -10$ m/s.
c) $v_1 = v_2 = 10$ m/s.

1.6. Graficul din figură reprezintă spaţiul parcurs de fiecare vehicul al unui convoi de vehicule:



I) Care din afirmaţiile de mai jos este adevărată?

a) Vitezele vehiculelor sînt mai mici, cu cît vehiculul este mai la coada convoiului.
b) Vitezele vehiculelor sînt mai mari cu cît vehiculul este mai la coada convoiului.
c) Vitezele tuturor vehiculelor sînt egale.

II) Perioada de trecere a vehiculelor prin dreptul unui punct fix este mai mare cu cît punctul fix este faţă de punctul de plecare al convoiului:

a) mai departe. **b)** mai aproape.
c) perioada nu depinde de poziţia punctului fix.

Scanned with OKEN Scanner

III) Un observator aflat într-un vehicul care merge paralel cu convoiul cu viteză mai mică decît cea mai mică din vitezele vehiculelor din convoi vede trecînd vehiculele din convoi cu o perioadă mai mare decît observatorul fix (de la punctul II) dacă:

a) se deplasează în sensul convoiului.

b) se deplasează în sens opus convoiului.

c) perioada de trecere este aceeaşi ca şi la observatorul fix, necontînd sensul de deplasare al observatorului mobil.

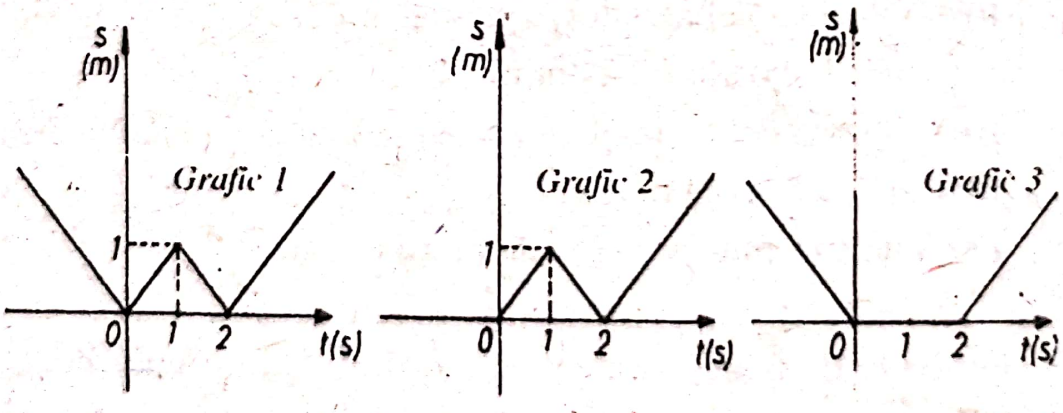
1.7. Din două puncte *A* şi *B* pornesc simultan unul spre celălalt două mobile cu vitezele v_1 şi v_2.În acelaşi timp dintr-unul din mobile îşi ia zborul o pasăre care continuă să zboare neîntrerupt între cele două mobile, de la unul la celălalt cu viteza v ($v>v_1,v_2$). Cunoscînd distanţa *d* între *A* şi *B*, ce drum total străbate pasărea?

a) $s=\frac{dv}{v_1+v_2}$ **b)** $s=\frac{d(v_1+v_2)}{v}$ **c)** $s=d\frac{v^2}{(v_1+v_2)\sqrt{v_1.v_2}}$

1.8. Legea de mişcare a unui mobil este dată de ecuaţia:

$$S=|\,|t-1|-1|\ [\mathrm{m}]$$

Care din graficele de mai jos reprezintă legea acestei mişcări:



a) grafic 1 **b)** grafic 2 **c)** grafic 3

Scanned with OKEN Scanner

1.9. O scară rulantă ridică la etaj un călător aflat în repaus pe scară în timpul t_1. Pe scara imobilă călătorul urcă singur la etaj în timpul t_2. În cît timp t urcă la etaj călătorul pe scara mobilă?

a) $t = |t_1 - t_2|$ b) $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 - t_2}$

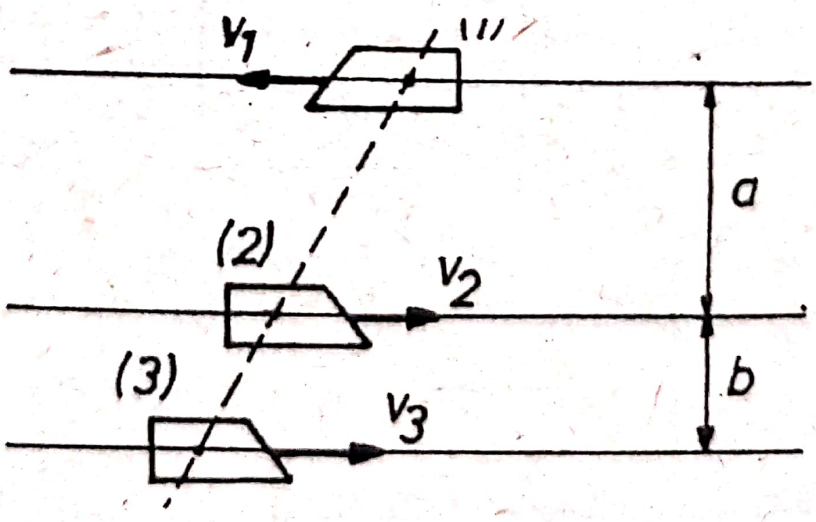
c) $t = \dfrac{t_1 t_2}{(t_1 + t_2)}$ d) $t = \dfrac{(t_1 - t_2)}{t_1 + t_2}\sqrt{t_1 t_2}$

1.10. Două trenuri de lungimi l_1 şi l_2 se deplasează pe două linii paralele cu vitezele v_1 şi respectiv v_2. Cît timp durează trecerea unuia prin dreptul celuilalt ?

a) $t = \dfrac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}$ b) $t = \dfrac{l_1 + l_2}{|v_1 - v_2|}$

c) $t = \dfrac{l_1 + l_2}{v_1 - v_2}$ sau $\dfrac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}$ d) $t = \dfrac{l_1 + l_2}{|v_1 \pm v_2|}$

1.11. Trei bărci se deplasează pe o apă li-niştită pe traiectorii paralele, distanţele dintre ele fiind a şi b .



Scanned with OKEN Scanner

Barca (*1*) are viteza v_1, barca (*2*) are viteza v_2 în sens invers bărcii (*1*). Care trebuie să fie viteza bărcii (*3*)[în acelaşi sens cu barca (*2*)] pentru ca bărcile să se afle în permanenţă pe o linie dreaptă:

a) $v_3 = \dfrac{bv_1 + av_2}{a+b}$ **b)** $v_3 = \dfrac{a.b(v_1 - v_2)}{(a+b)^2}$

c) $v_3 = \dfrac{b}{a}v_1 + \dfrac{(a+b)}{a}v_2$ **d)** $v_3 = \dfrac{bv_1}{a+b} + \dfrac{av_2}{(a-b)}$

1.12. Un vîslaş poate dezvolta o viteză $\vec{u}$ pentru a trece un rîu ce curge cu viteza $\vec{v}$. Sub ce unghi α faţă de sensul curgerii rîului trebuie să vîslească, pentru ca trecerea rîului să se facă pe drumul cel mai scurt?

a) $\alpha = \operatorname{arctan}\dfrac{v}{u}$ **b)** $\alpha = \arcsin\dfrac{u}{v}$

c) $\alpha = \Pi - \arccos\dfrac{v}{u}$ **d)** $\alpha = \Pi - \arcsin\dfrac{u}{v}$

1.13. În care din mişcările :

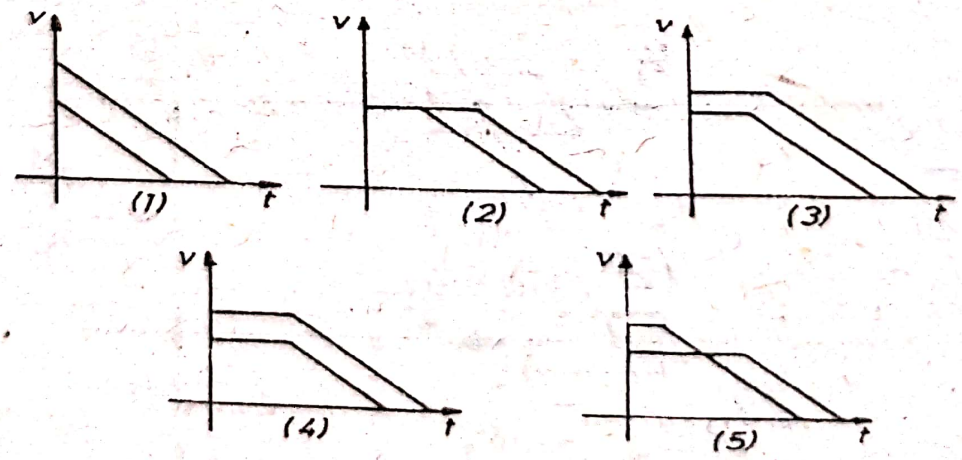
a) rectilinie uniformă.

b) uniform accelerată cu viteză iniţială.

c) uniform încetinită.

mobilul nu străbate spaţii inegale în intervale de timp egale ?

1.14. Din graficele prezentate în desenele următoare:



să se identifice acelea care se referă la :

Scanned with OKEN Scanner

I) mobile care încep să frîneze în acelaşi moment cu acceleraţii egale, avînd viteze iniţiale diferite

a) Grafic 3 şi Grafic 5.
b) Grafic 2.
c) Grafic 1 şi Grafic 4.

II) mobile care încep să frîneze cu acceleraţii egale la momente diferite, avînd viteze iniţiale egale

a) Grafic 1 şi Grafic 3.
b) Grafic 2.
c) Grafic 4 şi Grafic 5.

III) mobile care încep să frîneze la momente diferite, cu acceleraţii egale, avînd viteze iniţiale diferite.

a) Grafic 1 şi Grafic 2.
b) Grafic 4.
c) Grafic 3 şi Grafic 5.

1.15. Un mobil (*1*) se mişcă uniform cu viteza $v_1 = 6\text{m/s}$. La un moment dat în spatele lui la o distanţă d un alt mobil (*2*) începe să frîneze de la $v_2 = 16\text{m/s}$ cu acceleraţia $a = 0{,}1\text{m/s}^2$, în timp ce mobilul (*1*) îşi continuă mişcarea uniformă.

I) Care este valoarea distanţei d pentru ca întîlnirea dintre mobilele (*1*) şi (*2*) să se producă o singură dată ?

a) $d = 264$ m. **b)** $d = 500$ m. **c)** $d = 624$ m.

II) În condiţiile de la punctul **I)**, care este timpul necesar întîlnirii mobilelor (relativ la momentul începerii frînării de către mobilul (*2*)) ?

a) 1 min 10 secunde. **b)** 1 min 20 secunde.
c) 1 min 30 secunde. **d)** 1 min 40 secunde.

Scanned with OKEN Scanner

III) Care este spaţiul parcurs în timpul calculat la punctul II) de către mobilul (*I*) ?

a) 580 m. **b)** 600 m. **c)** 700 m. **d)** 848 m.

IV) Ce spaţiu parcurge mobilul (2) pînă la oprire ?

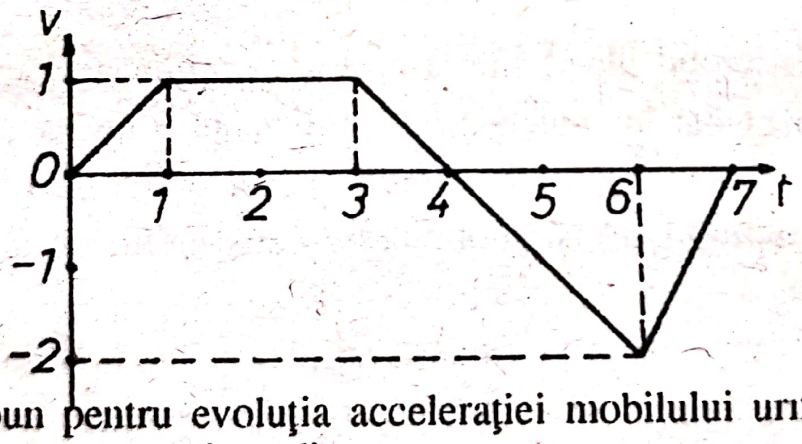
a) 1000 m. **b)** 1100 m. **c)** 1280 m. **d)** 1360 m.

1.16. Două autoturisme se mişcă uniform unul spre celălalt cu vitezele v_1 şi v_2. La un moment dat cînd se află în două puncte *A* respectiv *B*, îşi opresc simultan motoarele şi se mişcă uniform încetinit (datorită frecării), unul spre celălalt (coeficienţii de frecare fiind μ_1 si respectiv μ_2). Care este condiţia ca ele să se oprească în acelaşi punct (**la 1/3AB** de punctul A) şi în acelaşi moment de timp ?

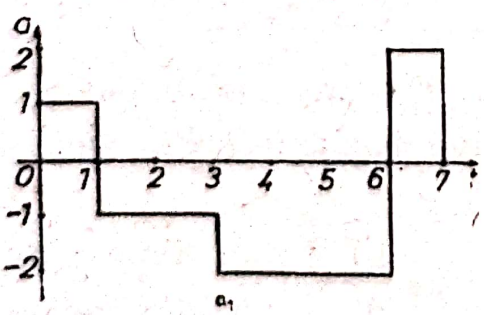
a) $v_2 = 2v_1$ şi $\mu_2 = 2\mu_1$ **b)** $v_2 = 3v_1$ şi $\mu_2 = 0{,}5\mu_1$

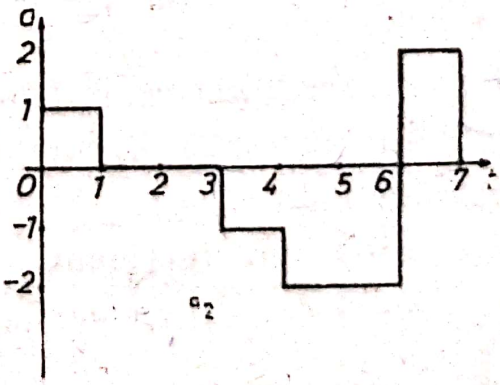
c) $v_2 = 2v_1$ şi $\mu_2 = \mu_1$ **d)** $v_2 = 3v_1$ şi $\mu_1 = 2\mu_2$

1.17. Viteza de mişcare a unui mobil de la $t = 0$ la $t = 7s$ variază după o lege descrisă de graficul din figură.

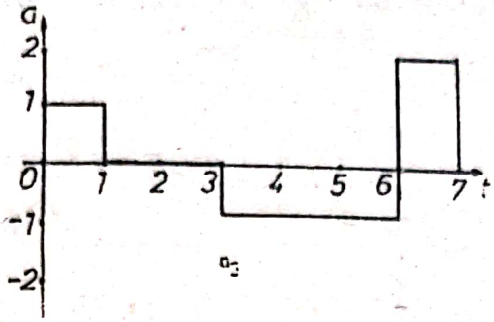


Se propun pentru evoluţia acceleraţiei mobilului următoarele grafice numerotate în ordine a_1, a_2, a_3 :

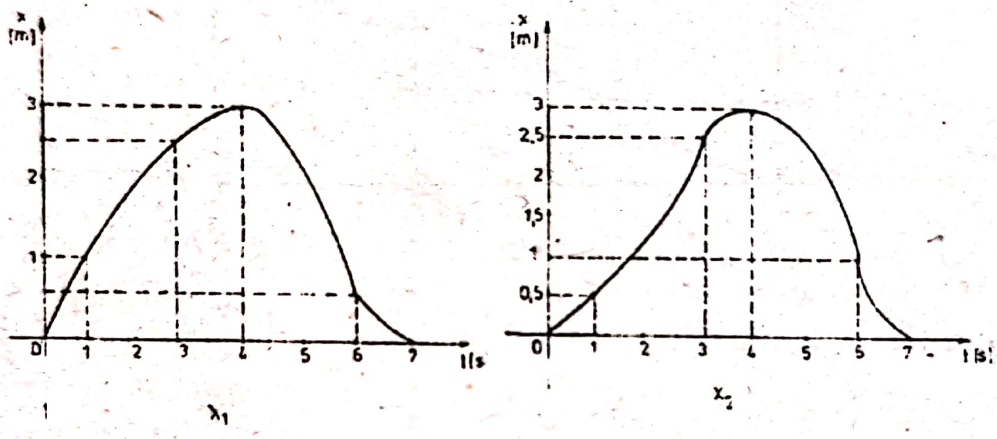


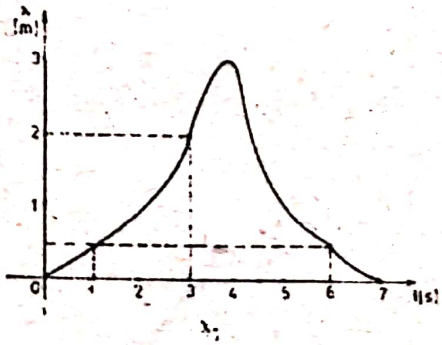


Scanned with OKEN Scanner



Iar pentru poziţia sa, considerînd în $t=0$ că $x=0$, următoarele grafice numerotate în ordine x_1, x_2, x_3:



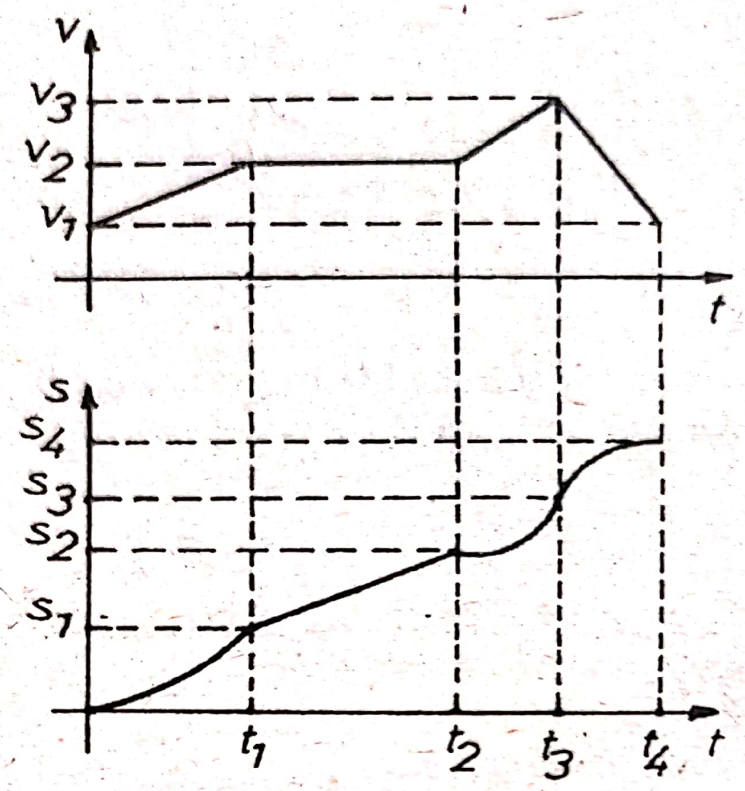


Precizaţi care din afirmaţiile următoare este adevarată

a) nici un grafic nu este corect.
b) graficele a_2 şi x_3 corecte.
c) graficele a_3 şi x_2 corecte.
d) graficele a_1 şi x_1 corecte.
e) graficele a_2 şi x_1 corecte.

Scanned with OKEN Scanner

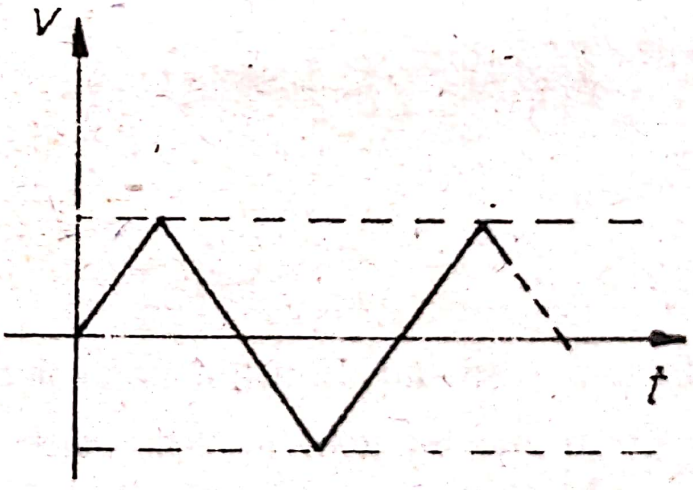
1.18. Mişcarea unui mobil este descrisă de graficele din figură.



Cu cît este egală viteza medie v_m ?

a) $v_m = \frac{S_1+S_2+S_3+S_4}{t_1+t_2+t_3+t_4}$ b) $v_m = \frac{v_1+v_2+v_3}{3}$ c) $v_m = \frac{S_4}{t_4}$

1.19. O minge se poate lovi de podea şi apoi înălţa, apoi iar să cadă, iar să se înalţe şi aşa mai departe. Graficul vitezei sale în funcţie de timp este dat în figura alăturată.



I) Care din următoarele afirmaţii este neadevărată ?

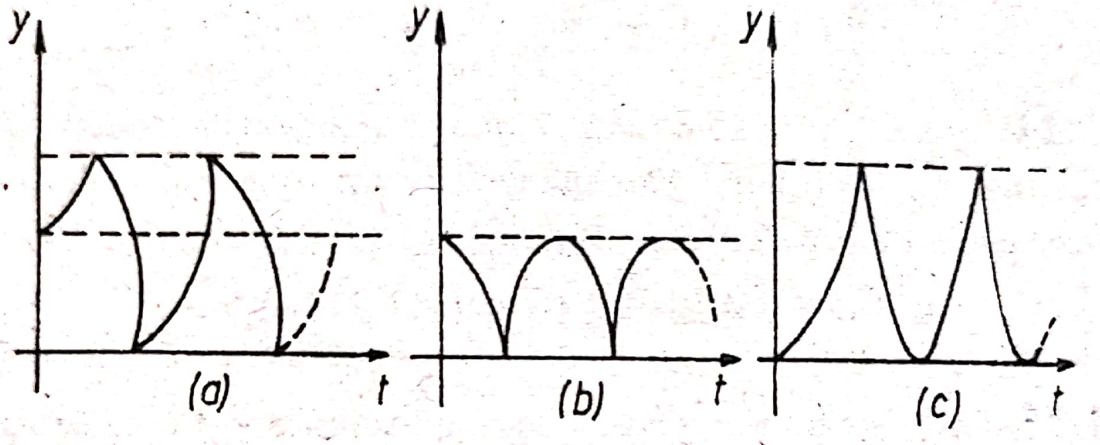
a) Mingea cade în vid de la o înălţime oarecare fără viteză iniţială şi ciocneşte perfect elastic podeaua.

Scanned with OKEN Scanner

b) Mingea este azvîrlită în sus de la sol, iar cînd loveşte podeaua nu pierde din energie.

c) Viteza după ciocnirea cu podeaua este aceeaşi dar de sens contrar cu viteza de ciocnire a podelei.

II) Care din graficele:



reprezintă evoluţia în timp a altitudinii mingii faţă de sol ?

a) Graficul a. b) Graficul b. c) Graficul c.

1.20. O găleată al cărei fund are o perforaţie cade liber în vid. Cu ce viteză relativ la viteza găleţii va curge apa prin perforaţie, la un moment dat ?

a) Cu o viteză dublă faţă de viteza găleţii.

b) Cu o viteză pe jumătate din viteza găleţii.

c) Cu un sfert din viteza găleţii.

d) Apa nu va curge prin perforaţie.

1.21. Un corp aruncat vertical în sus a revenit pe pămînt după un timp $\tau = 4s$. Raportul dintre înălţimea la care s-a ridicat corpul şi viteza sa iniţială este:

a) 2 s. b) 1 s. c) 0,5 s. d) 0,25 s.

1.22. De cîte ori este mai mare spaţiul parcurs în a *11*-a secundă a unei căderi libere, decît spaţiul parcurs în a *4*-a secundă a aceleiaşi căderi ?

a) de 3 ori b) de 7 ori c) de 5 ori d) de 11/4 ori

Scanned with OKEN Scanner

1.23. Să se împartă înălţimea $h = 100$ m. de la care cade liber un corp în $n = 10$ intervale de lungimi S_i ($i = 1,2,.....n$), parcurse în acelaşi timp fiecare:

a) { 2 m, 5 m, 8 m, ... 29 m }
b) { 1 m, 3 m, 5 m, 7 m, ..., 19 m }
c) { 1 m, 4 m, 7 m,..... 28 m }

1.24. Ştiind că pe Lună acceleraţia gravitaţională este de *6* ori mai mică decît pe Pămînt, de cîte ori este mai înaltă o aceeaşi săritură pe Lună decît pe Pămînt?

a) de 3 ori. b) de 6 ori. c) de 9 ori.

1.25. Un corp aruncat în sus ajunge la înălţimea h. Cu cît se va ridica mai mult corpul, dacă viteza sa iniţială va creşte de 3 ori ?

a) cu 9h. b) cu 4h. c) cu 8h. d) cu 12h.

1.26. Un corp cade liber. După un interval de timp de la pornirea sa începe să cadă liber din acelaşi punct un al doilea corp. Ce fel de mişcare execută primul corp faţă de al doilea?

a) uniform accelerată cu $a = g$.
b) uniform accelerată cu $a = g/2$.
c) uniformă.
d) accelerată cu acceleraţie variabilă.

1.27. Un corp cade liber de la o înălţime oarecare. Un alt corp este azvîrlit simultan de jos în sus cu o astfel de viteză încît poate ajunge cel mult la înălţimea de la care s-a dat drumul primului corp. Dacă cele două corpuri se lansează simultan, care este relaţia dintre vitezele corpurilor v_1 (cade) respectiv v_2 (urcă) în momentul în care ele trec unul pe lîngă celălalt ?

a) $v_1 > v_2$ b) $v_1 < v_2$ c) $v_1 = v_2$

Scanned with OKEN Scanner

1.28. Două corpuri sînt aruncate vertical în sus cu vitezele $v_{01} = 60$ m/s şi respectiv $v_{02} = 40$ m/s.corpul (2) la un interval $\tau = 6$ s după primul. Ele se întîlnesc la înălţimea $h = 78{,}8$ m deasupra solului şi la $t = 10{,}5$ s de la aruncarea primului. Întîlnirea are loc :

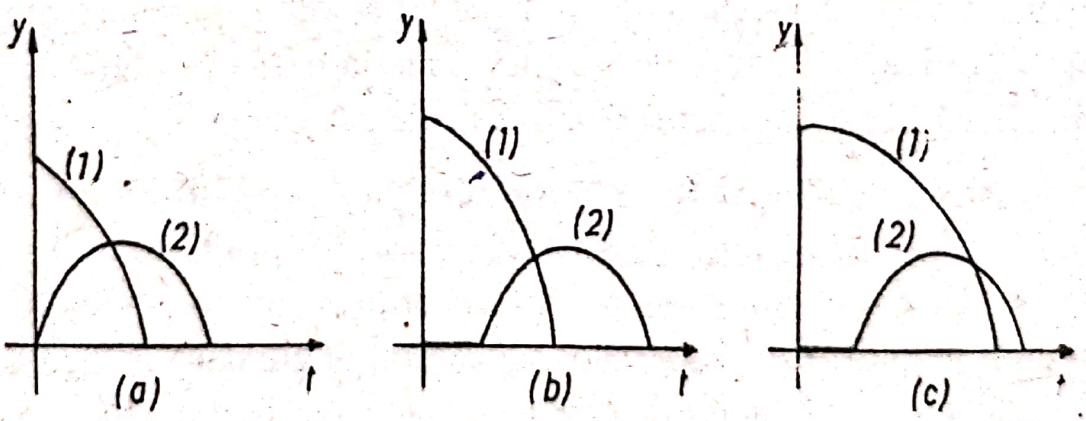
a) cînd amîndouă urcă.
b) cînd amîndouă coboară.
c) cînd primul urcă şi al doilea coboară.
d) cînd primul coboară şi al doilea urcă.

(se consideră $g = 10$ m/s^2)

1.29. Două corpuri sînt aruncate vertical în sus cu vitezele $v_{01} = 60$ m/s şi $v_{02} = 40$ m/s, corpul (2) la un interval τ după primul. Care sînt limitele permise ale lui τ pentru ca cele două corpuri să se poată întîlni în aer ? (se consideră $g = 10$m/s^2)

a) $2\text{ s} < \tau < 16\text{ s}$ b) $4\text{ s} < \tau < 12\text{ s}$ c) $6\text{ s} < \tau < 14\text{ s}$

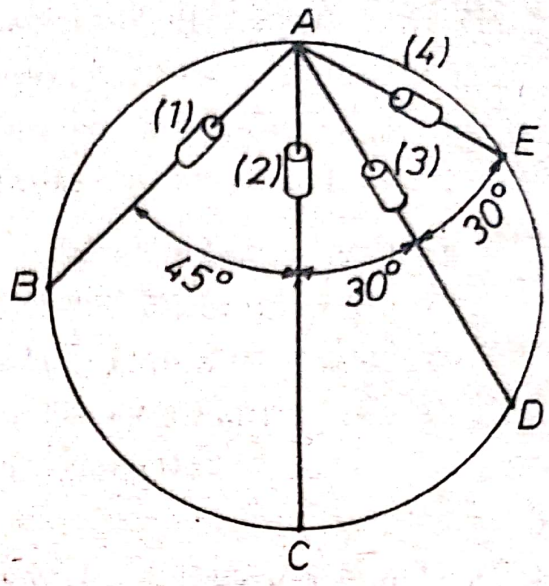
1.30. Un corp (1) cade liber. Un alt corp (2) este aruncat în sus cu o întîrziere, corpurile întîlnindu-se în aer în timp ce corpul (2) revine la sol. Care din graficele de mai jos exprimă această situaţie ? (y = altitudine)



a) Grafic (a) b) Grafic (b) c) Grafic (c)

Scanned with OKEN Scanner

1.31. Un cadru circular de sîrmă are prinse în punctul *A* patru tije foarte subţiri şi cu celelalte capete pe cadru, ca în figură. Pe aceste tije pot aluneca fără frecare culisele punctiforme (*1*),(*2*), (*3*),(*4*). Dacă cele patru culise se află iniţial în *A* şi li se dă drumul simultan, care din ele atinge prima cadrul circular ?



a) culisa (1). b) culisa (2).
c) culisa (3). d) culisa (4).
e) toate culisele deodată.

1.32. De pe puntea unui vapor care merge cu viteză constantă se trage un obuz vertical în sus. Unde va cădea obuzul ?

a) în faţa vaporului. b) în spatele vaporului. c) pe vapor.

1.33. Un arcaş ocheşte o pasăre aflată pe un turn înalt de 64 metri. La ce distanţă *d* de turn se află, dacă săgeata care pleacă din arc cu viteza de 72 km/h cade la baza turnului ? (se neglijează frecarea cu aerul şi se consideră $g = 10\ m/s^2$)

a) 50 m b) 32 m c) 60 m d) 28 m

1.34. Dintr-un punct de pe sol se aruncă un corp sub un anumit unghi α. Care este valoarea acestui unghi dacă tangenta la traiectorie în punctul de lansare şi tangenta la traiectorie în punctul de coborîre pe sol sînt perpendiculare?

a) $\alpha = 30°$ b) $\alpha = 45°$ c) $\alpha = 60°$

Scanned with OKEN Scanner

1.35. Doi copii înalţi de **1,10** m se joacă cu mingea aruncînd-o unul altuia. Ce înălţime maximă **H** atinge mingea în timpul jocului, ştiind că mingea zboară de la un copil la altul timp de 2 secunde ? ($g = 9{,}8\ m/s^2$)

a) $H = 4$ m b) $H = 5$ m c) $H = 6$ m d) $H = 7$ m

1.36. Se aruncă vid două corpuri identice, din acelaşi punct, în aceeaşi parte, cu aceeaşi viteză, după două direcţii egal înclinate faţă de orizontală, respectiv faţă de verticală.

I) Cum aterizează corpurile pe orizontală în raport cu punctul de lansare ?

a) primul mai departe. b) în acelaşi punct.
c) al doilea mai departe.

II) Care mobil va ateriza mai repede ?

a) primul. b) al doilea. c) amîndouă deodată.

1.37. Se aruncă oblic, din acelaşi punct două corpuri identice; ele aterizînd în acelaşi punct. Cunoscînd că cel de-al doilea corp a fost aruncat sub un unghi dublu şi cu o viteză dublă faţă de primul corp, să se precizeze:

I) Notînd cu α unghiul făcut de direcţia de aruncare a primului corp cu orizontala, care din relaţiile de mai jos este corectă ?

a) $\sin\alpha = 3/4$ b) $\cos\alpha = 3/4$ c) $\operatorname{tg}\alpha = 3/4$ d) $\operatorname{ctg}\alpha = 3/4$

II) Notînd cu t_1 respectiv t_2 timpii făcuţi de cele două corpuri din momentul lansării pînă în momentul aterizării, ce relaţie există între ei ?

a) $t_2 = 3t_1$ b) $t_1 = 3t_2$ c) $t_2 = 2t_1$ d) $t_1 = 2t_2$

Scanned with OKEN Scanner

1.38. De la o înălţime h se aruncă orizontal două corpuri identice, cu vitezele în raport **2/3.**

I) Care este raportul între timpii lor de zbor ?

a) 2/3 **b)** 3/2 **c)** 1 **d)** 2/3

II) Care este raportul între distanţele parcurse de proiecţiile lor pe orizontală?

a) 2/3 **b)** 3/2 **c)** 1 **d)** 1/3

1.39. Un corp aruncat orizontal din vîrful unui plan înclinat spre baza sa, a căzut pe planul înclinat la distanţa $l = 30$ m de vîrf. Cu ce viteză v_0 iniţială a fost aruncat corpul ? (se cunoaşte înclinaţia planului faţă de orizontală $\alpha = 30°$şi se consideră $g = 10\ m/s^2$)

a) $v_0 = 10$ m/s **b)** $v_0 = 12$ m/s **c)** $v_0 = 15$ m/s

1.40*. *Rezolvaţi prin mai multe metode problema următoare:*

O mică ambarcaţiune fără motor, legtă la mal (chei) în portul Orşova, scapă din cîrlig (se dezleagă) şi este luată de curentul apei la ora **H**. La ora **15**, constatîndu-se lipsa, porneşte după ea o şalupă (cu motor), ce are viteza proprie de regim pe apa unui lac $V_S = 7{,}2$ **km/h**. După ce şalupa ajunge din urmă ambarcaţiunea pierdută, o remorchează pe aceasta şi se reîntoarce cu ea în port, unde ajunge la ora **17**. Ştiindu-se că viteza de curgere a apei este $V_A = 3{,}6$ **km/h**, să se afle la ce oră (**H**) a fost luată din port, de curentul apei, mica ambarcaţiune şi la ce distanţă (S_1) de portul Orşova a ajuns-o şalupa din urmă.

a) H = 13 şi $S_1 = 5\,000$ m
b) H = 12 şi $S_1 = 6\,000$ m
c) H = 14 şi $S_1 = 5\,400$ m

Scanned with OKEN Scanner

LEGILE DINAMICII

2.1. Cu ajutorul cărei legi a dinamicii se poate explica faptul că atunci cînd termometrul este scuturat mercurul coboară în capilarul acestuia ?

a) Legea I-a a dinamicii-principiul inerţiei.
b) Legea a II-a a dinamicii.
c) Legea a III-a a dinamicii-principiul acţiunii şi reacţiunii.
d) Legea acţiunii momentane a forţelor.

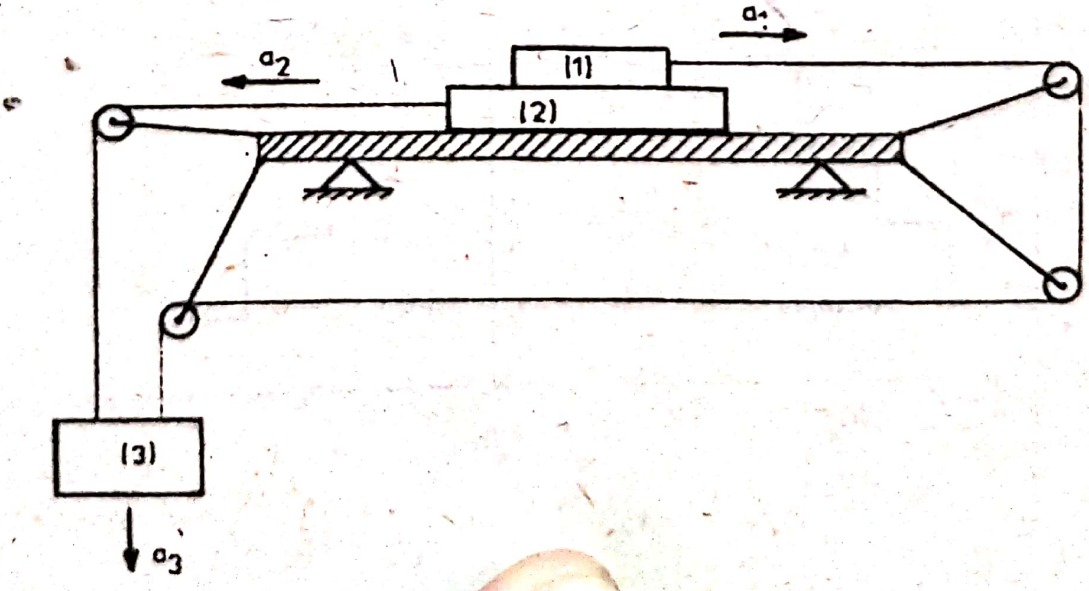
2.2. Dacă locomotiva unui tren porneşte brusc se poate întîmpla ca trenul să se rupă. Unde poate avea loc această rupere ?

a) lîngă locomotivă.
b) la mijlocul trenului.
c) la coada trenului.

2.3. O persoană tîrăşte o ladă grea de-a lungul culoarului unui vagon de tren, care apropiindu-se de gară îşi încetineşte mersul. In ce sens este mai uşor să tîrască lada ?

a) în sensul în care merge trenul.
b) în sens invers mersului trenului.
c) se depune acelaşi efort indiferent de sensul de tîrîre al lăzii.

2.4. Se consideră sistemul din figură :



Scanned with OKEN Scanner

Fără a efectua calculele acceleraţiilor să se precizeze relaţia dintre valorile lor, pentru ca sistemul să evolueze ca în figură şi toate firele să fie întinse :

a) $a_1 > a_2$, $a_3 = \frac{(a_1 + a_2)}{2}$

b) $a_1 = a_2 = a_3$

c) $a_1 < a_2 < a_3$

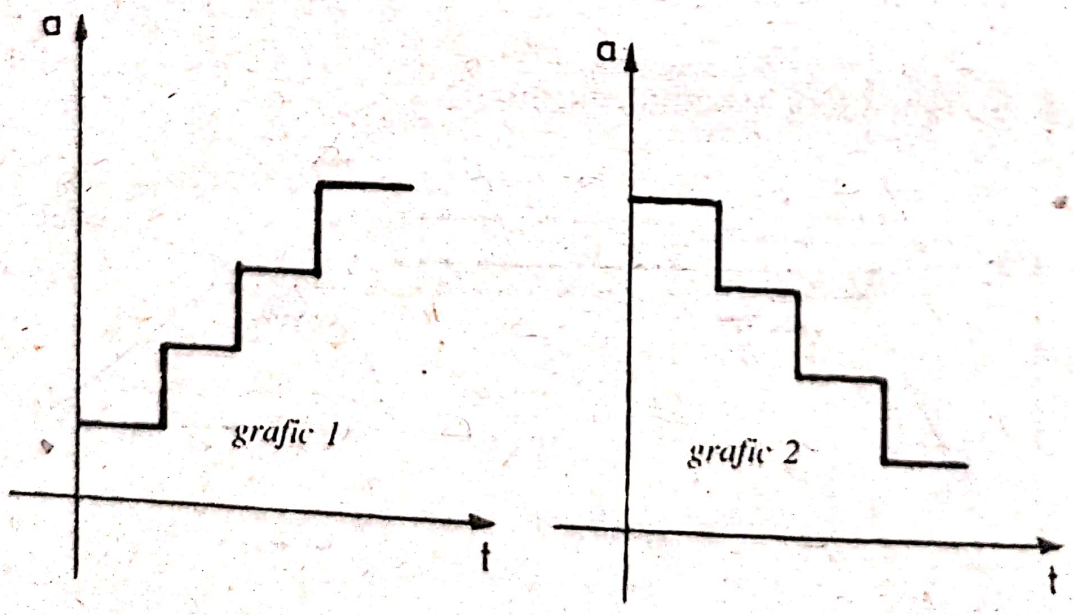
2.5. Unul din numerele de senzaţie din programul unui circ este următorul: pe pieptul unui om culcat se aşază o nicovală, iar pe ea se sparg pietre prin lovituri cu ciocanul. Această operaţie nu provoacă rău omului. Care este cauza ?

a) Forţa exercitată asupra omului prin lovire este mică.

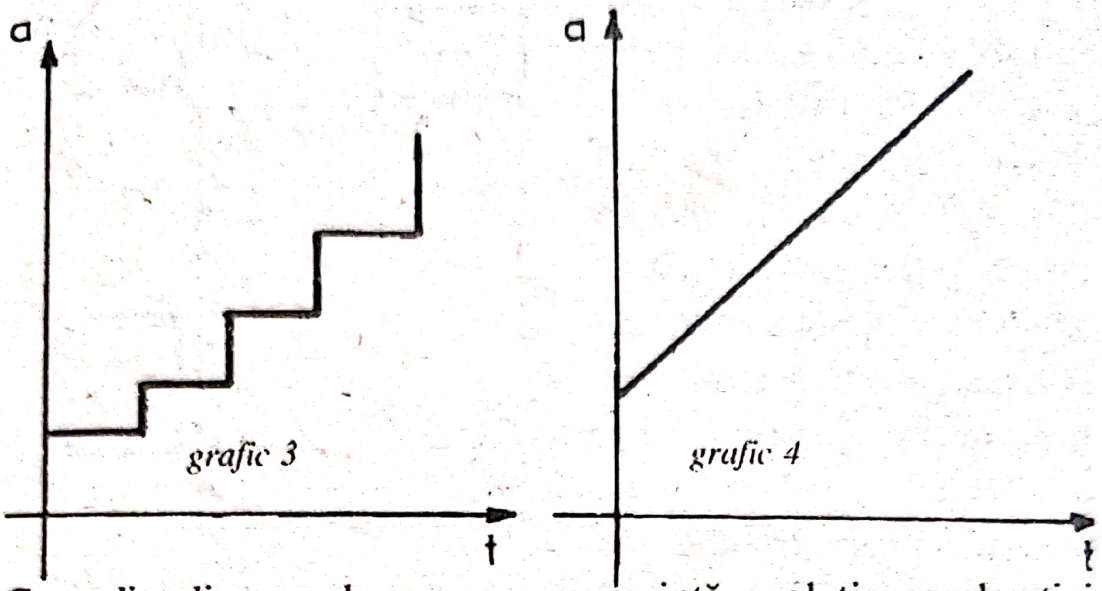
b) Distanţa parcursă de nicovală atunci cînd este lovită este mică.

c) Timpul cît durează lovitura este mic.

2.6. Pe o suprafaţă orizontală fără frecare sînt legate unul de altul n cărucioare identice. Sistemul este tractat tot timpul de o forţă constantă orizontală F. La intervale de timp egale se desprinde cîte un cărucior din spate.



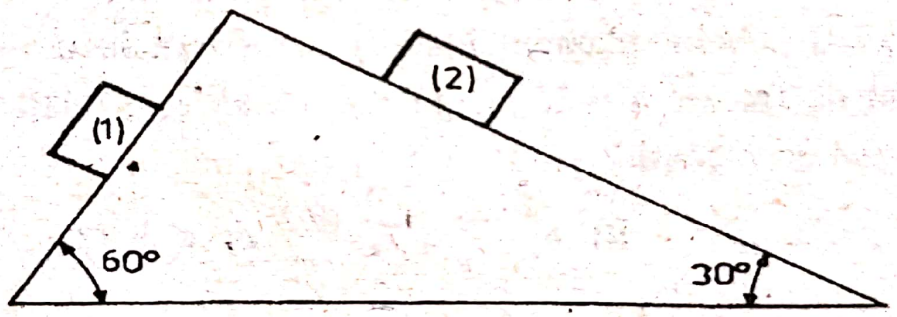
Scanned with OKEN Scanner



Care din diagramele propuse reprezintă evoluţia acceleraţiei sistemului în timp ?

a) grafic 1. **b)** grafic 2. **c)** grafic 3. **d)** grafic 4.

2.7. În desenul din figură sînt reprezentate două corpuri care alunecă fără frecare pe două plane înclinate, pornind simultan din vîrful comun al acestora.



I) Care este relaţia între acceleraţiile celor două corpuri ?

a) $a_1 > a_2$ **b)** $a_1 = a_2$ **c)** $a_1 < a_2$

II) Care este relaţia între vitezele corpurilor la baza planelor înclinate ?

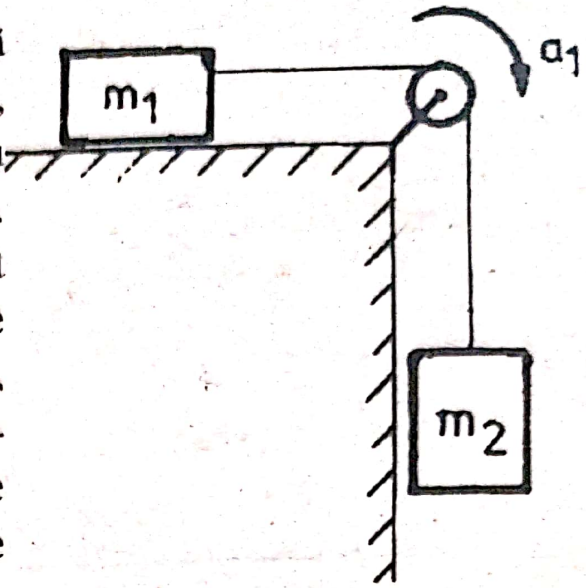
a) $v_1 > v_2$ **b)** $v_1 = v_2$ **c)** $v_1 < v_2$

III) Care este relaţia între duratele mişcărilor din vîrful planelor, pînă la baza lor ?

a) $t_1 > t_2$ **b)** $t_1 = t_2$ **c)** $t_1 < t_2$

Scanned with OKEN Scanner

2.8. Fie sistemul din figură în care se cunoaşte $m_2 = 2m_1$, şi coeficientul de frecare cu planul orizontal $\mu = 0{,}25$. Sistemul se mişcă accelerat cu acceleraţia a_1. Dacă se schimbă corpurile între ele, sistemul avînd aceeaşi conformaţie, acceleraţia lui este a_2. Care este relaţia între cele două acceleraţii ?



a) $a_1 = 2{,}5a_2$ b) $a_1 = 3a_2$ c) $a_1 = 3{,}5a_2$ d) $a_1 = 4a_2$

2.9. Un corp este aruncat pe un plan înclinat cu o viteză orientată în sensul planului şi urcă încetinit cu acceleraţia a_u. Acelaşi corp, pe acelaşi plan, atunci cînd este lăsat liber din vîrful planului, coboară accelerat cu acceleraţia a_c.
Cunoscînd unghiul planului înclinat cu orizontala $\alpha = 45°$ şi unghiul de frecare $\Upsilon = 15°$ ($tg\Upsilon = \mu$) care este relaţia între cele două acceleraţii ?

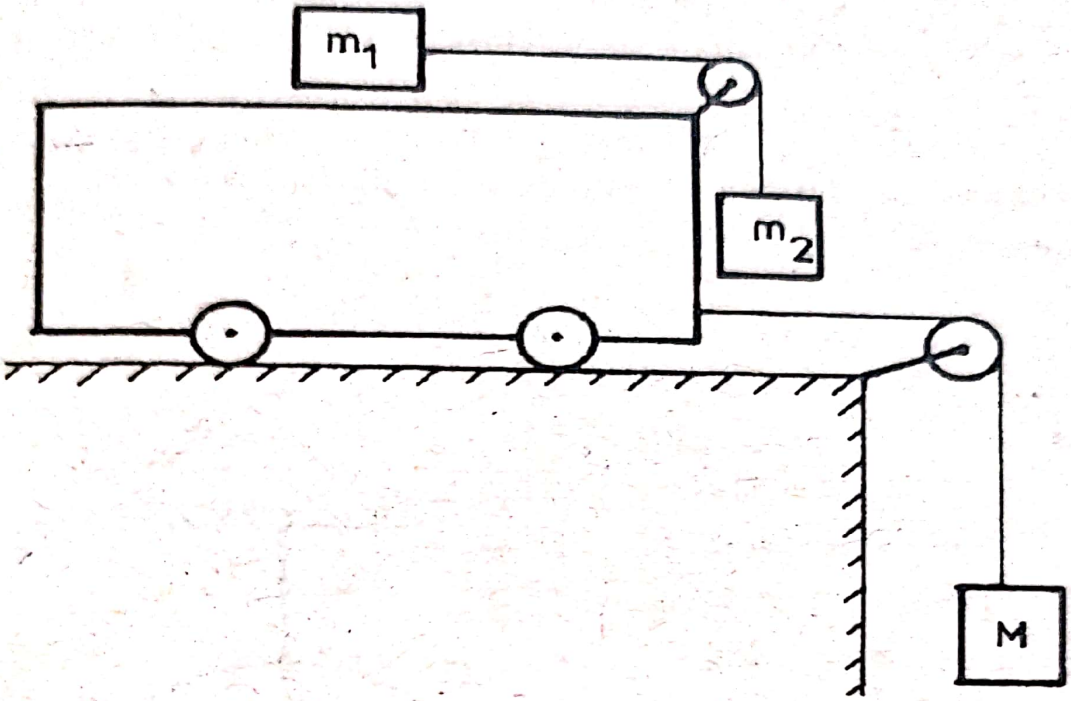
a) $a_u = a_c$ b) $a_u = \sqrt{2}a_c$ c) $a_u = \sqrt{3}a_c$

2.10. Un corp de greutate G aşezat pe un plan orizontal este tras, cu frecare, cu o forţă care formează unghiul $\alpha = 60°$ cu orizontala. Care este valoarea forţei F, ştiind că acest corp se mişcă orizontal cu acceleraţia $a = 2g/\sqrt{3}$ şi coeficientul de frecare la alunecare este $\mu = 1/\sqrt{3}$?

a) $F = \frac{G}{\sqrt{3}}$ b) $F = \sqrt{3} \cdot G$ c) $F = \frac{\sqrt{3}}{2} G$

Scanned with OKEN Scanner

2.11. Se dă sistemul din figură.



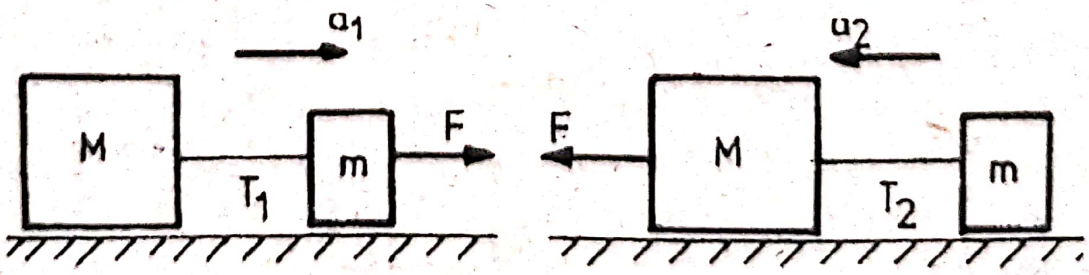
Neglijînd frecările, ce valoare are M dacă sistemul (m_1, m_2) este în repaus faţă de cărucior ?

a) $M = m + m_1 + m_2$

b) $M = \dfrac{m_1 (m + m_1 + m_2)}{m_2 - m_1}$

c) $M = \dfrac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} + m$

2.12. Două corpuri de masă M, respectiv m ($M > m$) sînt legate între ele printr-un fir de legătură de greutate neglijabilă şi se află pe o suprafaţă orizontală fără frecări, ca în figură.



caz 1 *caz 2.*

Dacă sistemul este acţionat de o forţă orizontală F ce acţionează asupra corpului de masă m, sistemul se va mişca accelerat cu acceleraţia a_1 , tensiunea în firul de legătură fiind T_1 (caz 1).

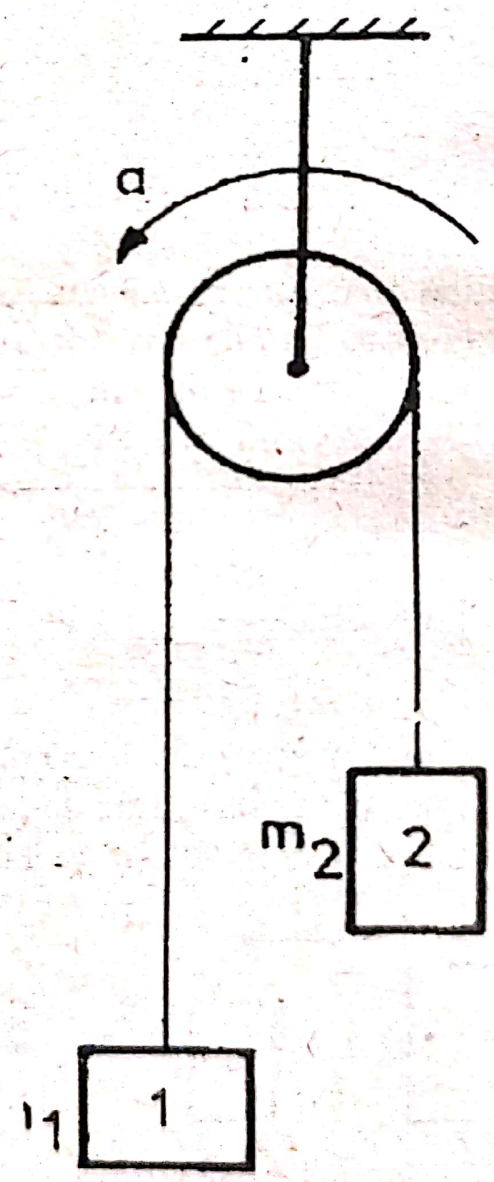
Dacă însă aceeaşi forţă acţionează asupra corpului de masă M, acceleraţia sistemului va fi a_2 şi tensiunea T_2 (caz 2).

Care din afirmaţiile de mai jos sînt valabile ?

I) a) $a_1 > a_2$ b) $a_1 = a_2$ c) $a_1 < a_2$

II) a) $T_1 > T_2$ b) $T_1 = T_2$ c) $T_1 < T_2$

2.13. Fie sistemul mecanic din figură unde se cunosc $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 1$ kg, $g = 10$ m/s^2.



I) Care este acceleraţia a a sistemului ?

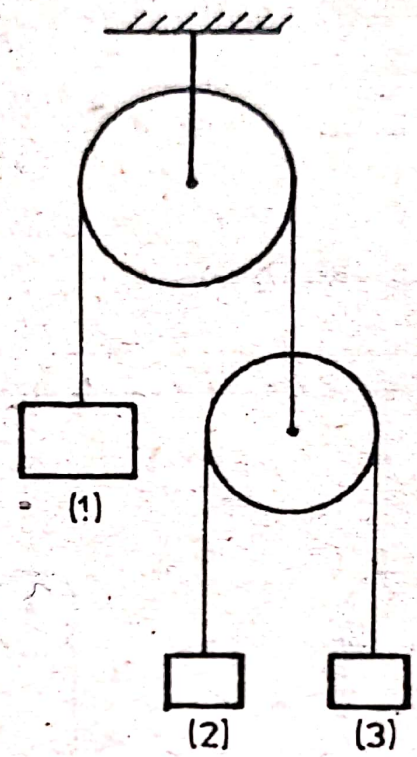
a) $a = 9$ m/s^2
b) $a = 8$ m/s^2
c) $a = 6$ m/s^2
d) $a = 5$ m/s^2
e) $a = 3$ m/s^2

II) Care este tensiunea T în firul inextensibil care leagă corpurile (*1*) şi (*2*) şi este trecut peste scripete ?

a) $T = 16$ N
b) $T = 18$ N
c) $T = 20$ N

Scanned with OKEN Scanner

2.14. Fie sistemul din figură unde se cunosc masele corpurilor (*1*), (*2*) şi (*3*), respectiv $m_1 = m_2 = m$, $m_3 = 2m$.



I) Care sînt acceleraţiile corpurilor şi ce sens de mers au acestea, cînd sînt văzute de un observator fix de pe sol ?

a) $a_1 = \frac{5g}{11}$ şi corp (1) urcă; $a_2 = \frac{3g}{11}$ şi corp (2) coboară;
$a_3 = \frac{7g}{11}$ şi corp (3) coboară.

b) $a_1 = \frac{4g}{11}$ şi corp (1) urcă; $a_2 = \frac{5g}{11}$ şi corp (2) urcă;
$a_3 = \frac{8g}{11}$ şi corp (3) coboară.

c) $a_1 = \frac{3g}{11}$ şi corp (1) urcă; $a_2 = \frac{6g}{11}$ corp (2) urcă;
$a_3 = \frac{9g}{11}$ şi corp (3) coboară.

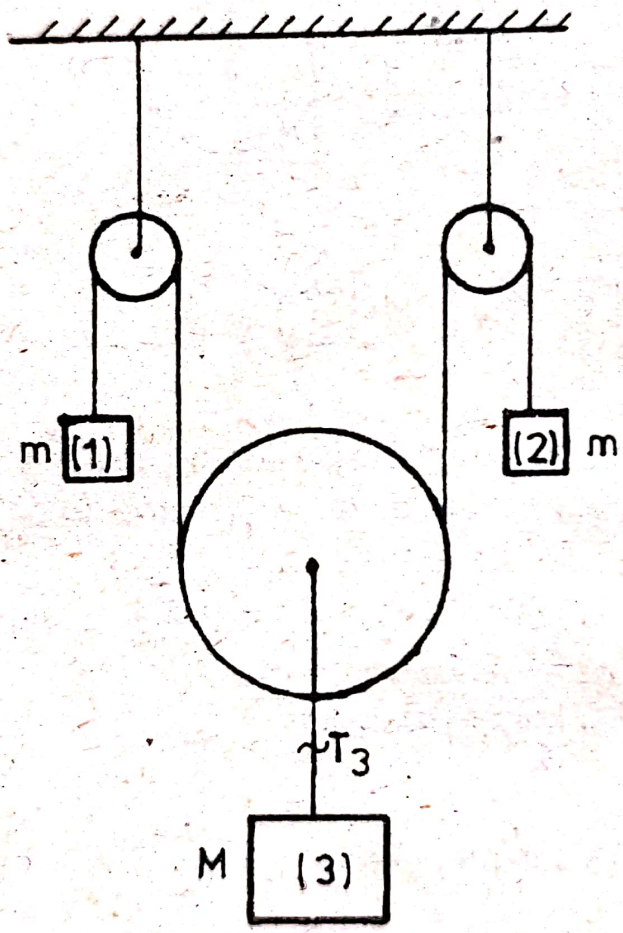
Scanned with OKEN Scanner

II) Care sînt valorile tensiunilor în firul superior T_s respectiv în firul inferior T_i ?

a) $T_s = \frac{12mg}{11}$; $T_i = \frac{6mg}{11}$ b) $T_s = \frac{14mg}{11}$; $T_i = \frac{7mg}{11}$.

c) $T_s = \frac{16mg}{11}$; $T_i = \frac{8mg}{11}$ d) $T_s = \frac{18mg}{11}$; $T_i = \frac{9mg}{11}$

2.15. I) Fie sistemul din figură.



Care este raportul M/m încît corpul (3) de masă M să urce accelerat ?

a) $\frac{M}{m} < 4$ b) $\frac{M}{m} < 2$ c) $\frac{M}{m} < 1$

Scanned with OKEN Scanner

II) Dacă $M = m$.care sînt valorile acceleraţiei a_3 a corpului (3) şi ale tensiunii T_3 în firul cu care este legat acesta ?

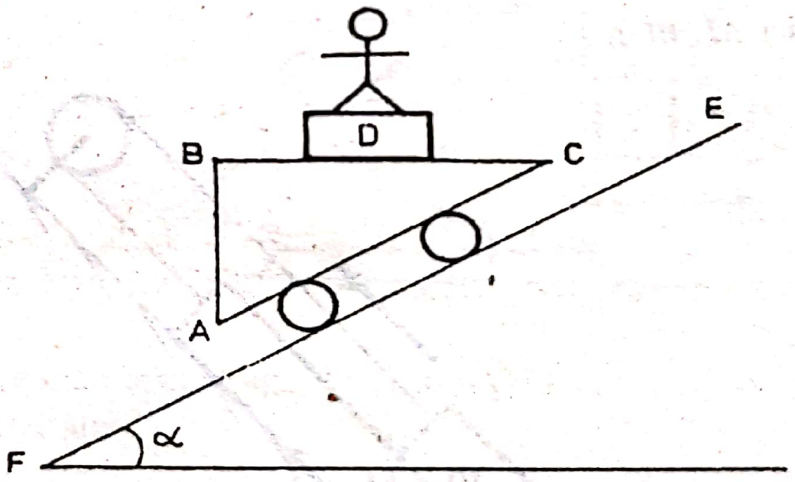
a) $a_3 = \frac{g}{3}$; corpul (3) coboară; $T_3 = \frac{2mg}{3}$

b) $a_3 = \frac{2g}{3}$; corpul (3) coboară; $T_3 = \frac{4mg}{3}$

c) $a_3 = \frac{g}{3}$; corpul (3) urcă; $T_3 = \frac{4mg}{3}$

d) $a_3 = \frac{2g}{3}$ 2g/3; corpul (3) coboară; $T_3 = \frac{2mg}{3}$

2.16. Un om montează fix pe căruciorul ***ABC*** un cîntar ***D*** şi se suie pe el, coborînd împre-ună cu acesta un plan înclinat ***EF***. În timp ce co-boară el citeşte indicaţiile cîntarului care îi arată o greutate de **60** kg.

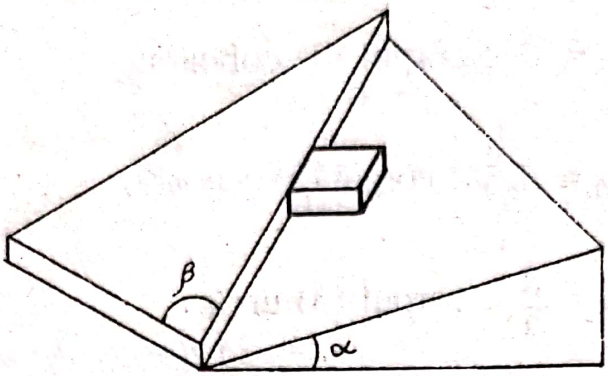


Ştiind că în mod normal,în repaus, omul cîntăreşte 80 kg şi că mişcarea căruciorului pe planul înclinat se face fără frecare, ce valoare are înclinaţia α a planului ***EF*** cu orizontala?

a) $\alpha = 30°$ **b)** $\alpha = 45°$ **c)** $\alpha = 60°$

Scanned with OKEN Scanner

2.17. Un corp alunecă fără frecări pe o pantă ca în figură.

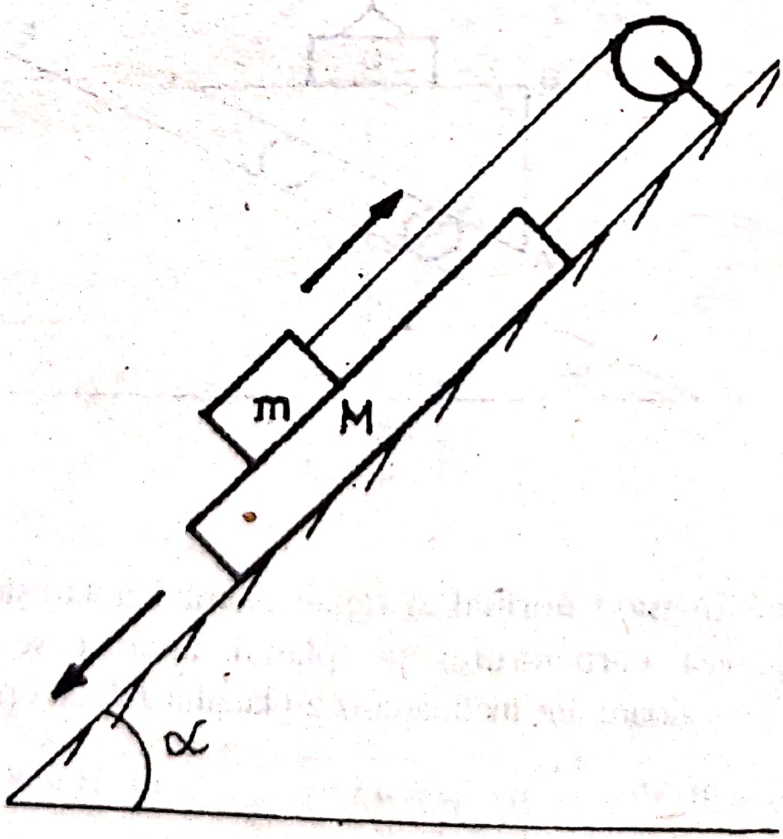


Ce valoare are acceleraţia sa ?

a) $a = g \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$ **b)** $a = g \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta$

c) $a = g \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$ **d)** $a = g \cdot \cos\alpha.\cos\beta$

2.18. Pe un plan înclinat de înclinaţie $\alpha = 45°$ şi unghi de frecare $\phi = 15°$ ($\mu = \text{tg}\phi$) se află ca în figură sistemul de corpuri (***M***, ***m***).

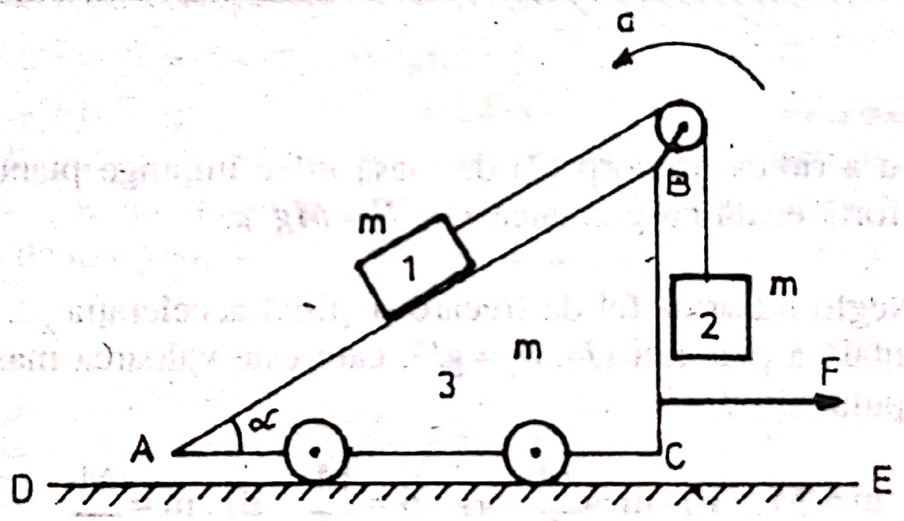


Scanned with OKEN Scanner

Ştiind că între corpul de masă M şi plan există frecare ($\phi = 15°$) şi că între cele două corpuri nu există frecare, care este condiţia ca m să urce şi M să coboare ?

a) $M \geq m$ b) $M \geq \sqrt{2}\, m$ c) $M \geq \sqrt{3}\, m$

2.19. Sistemul de corpuri identice din figură ($m_1 = m_2 = m_3 = m$) este tras fără frecare de forţa $F = 3mg$ pe planul orizontal DE. Cunoscînd $\alpha = 45°$, şi că între faţa AB şi corpul (1) şi faţa BC şi corpul (2) există frecare cu acelaşi coeficient de frecare $\mu = \frac{1}{2\sqrt{2}}$:



I) Care este acceleraţia sistemului[(1), (2), (3)] în raport cu planul orizontal ?

a) $a_0 = g$ b) $a_0 = \frac{g}{2}$ c) $a_0 = \frac{g}{4}$

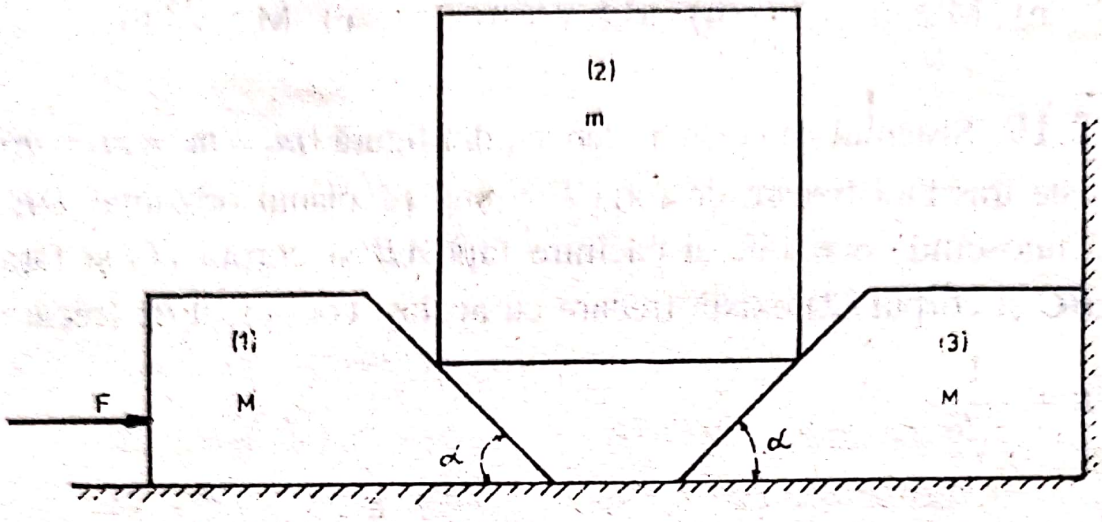
II) Care este acceleraţia corpului (1) în raport cu faţa AB ?

a) $a = \frac{g}{3\sqrt{2} - 3}$ b) $a = \frac{(\sqrt{2} - 3)\, g}{4}$

c) $a = \frac{g}{2} \cdot \frac{(3 - 2\sqrt{2})}{2\sqrt{2}}$

Scanned with OKEN Scanner

2.20. Două plane înclinate (*1*) şi (*2*) identice avînd masa *M* şi unghiul de înclinaţie $\alpha = 45^\circ$ au feţele perfect netede, se află pe o suprafaţă netedă, planul (*3*) fiind sprijinit de un perete vertical (ca în figură).



Pentru a ridica un corp (*2*) de masă *m* se împinge planul (*1*) cu o forţă egală cu greutatea sa ($F = Mg$).

I) Neglijînd orice fel de frecare şi ştiind acceleraţia orizontală a planului (*1*), $a_1 = g/3$, care este valoarea masei *m* a corpului (*2*) ?

a) $m = M$ **b)** $m = \frac{M}{2}$ **c)** $m = \frac{M}{3}$ **d)** $m = \frac{M}{4}$.

II) Care este valoarea şi direcţia acceleraţiei a_2 a corpului (*2*)?

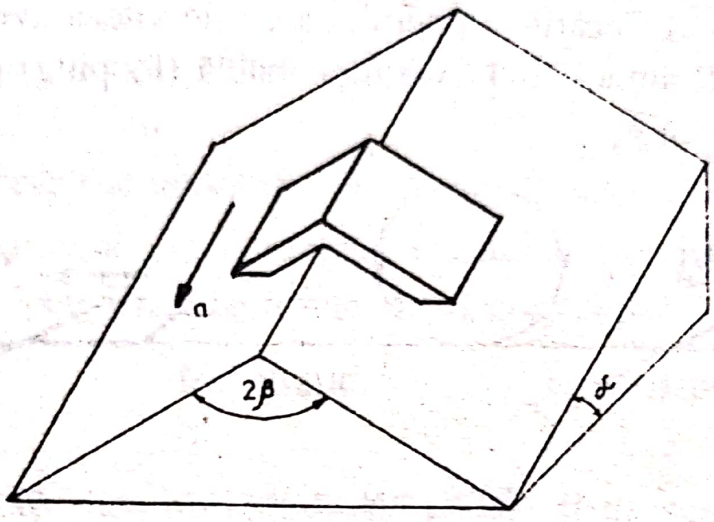
a) $a_2 = \frac{g}{3\sqrt{3}}$ pe direcţie verticală în sus.

b) $a_2 = \frac{g}{3\sqrt{2}}$ pe direcţia făcînd unghi α cu orizontala, spre dreapta.

c) $a_2 = \frac{g}{3}$ pe direcţie orizontală spre dreapta.

Scanned with OKEN Scanner

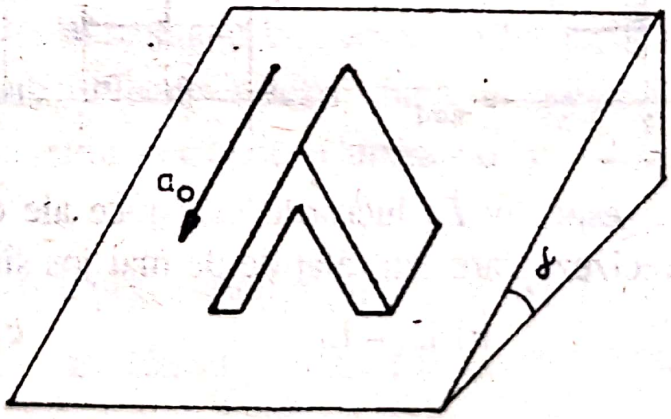
2.21. În desenul din figură este reprezentat un ghidaj înclinat cu parametrii $\alpha = 30°, \beta = 60°$ pe care alunecă cu frecare ($\mu = 0{,}1$) un corp.



I) Care este acceleraţia corpului ?

a) $a = 0{,}3 \cdot g$ **b)** $a = 0{,}4 \cdot g$ **c)** $a = 0{,}5 \cdot g$

II) Notînd cu a_0 acceleraţia aceluiaşi corp pe un plan înclinat obişnuit de înclinaţie α cînd alunecă cu aceeaşi frecare (vezi figura de mai jos), care din afirmaţiile următoare este corectă ?

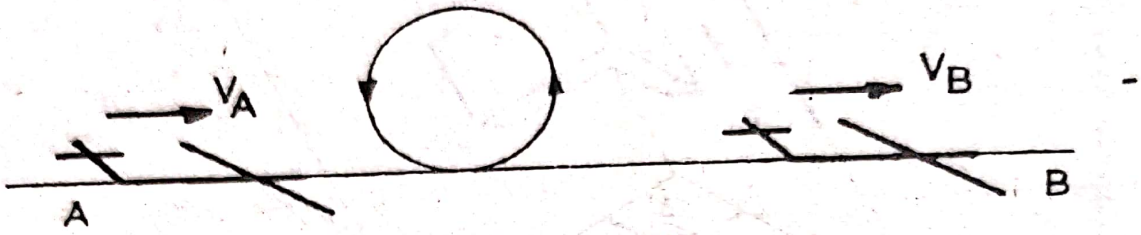


a) $a > a_0$ **b)** $a = a_0$ **c)** $a < a_0$

Scanned with OKEN Scanner

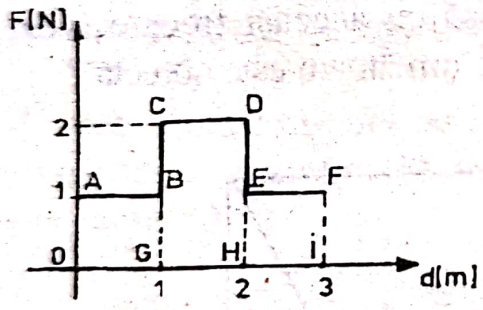
ENERGIA MECANICĂ

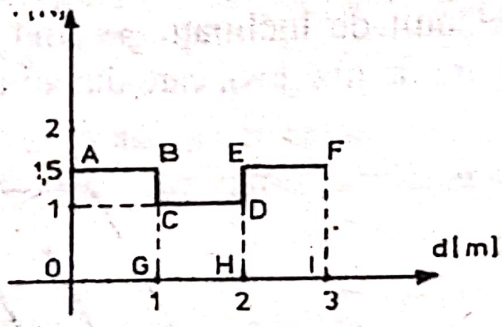
3.1. Neglijînd frecările cu aerul, care este viteza avionului v_B în punctul *B* atunci cînd execută o buclă (looping) pe care o atacă cu viteza v_A.



a) $v_B > v_A$ b) $v_B = v_A$ c) $v_B < v_A$

3.2. În desenele din figură sînt reprezentate variaţiile cu distanţa a două forţe care deplasează cîte un corp pe aceeaşi distanţă.





Notînd cu L_A, respectiv L_B lucrurile mecanice ale celor două forţe, să se precizeze care din relaţiile de mai jos sînt corecte:

a) $L_A > L_B$ b) $L_A = L_B$ c) $L_A < L_B$

3.3. Un butoi trebuie coborît pe un plan înclinat fără frecare. Pentru a ajunge jos cît mai repede, cum trebuie lăsat să se mişte?

a) stînd pe fund prin alunecare
b) lăsîndu-l să se rostogolească
c) oricum l-am lăsa să se mişte ajunge jos în acelaşi timp.

Scanned with OKEN Scanner

3.4. Un alergător cu masa m_1 aleargă de două ori mai repede decît alt alergător a cărui masă este m_2. Care este relaţia dintre masele lor, dacă energiile lor cinetice sînt egale?

a) $m_1 = m_2$ b) $m_1 = 2m_2$ c) $m_1 = 4m_2$

3.5. Unui corp i se imprimă o viteză iniţială oarecare de-a lungul unui plan orizontal. Lucrul mecanic efectuat de corp pînă la oprire depinde de coeficientul de frecare dintre corp şi plan:

a) liniar. b) pătratic. c) nu depinde.

3.6. Un corp cade liber de la altitudinea H deasupra solului. La ce altitudine y energia sa cinetică esta egală cu energia potenţială ?

a) $y = \frac{H}{4}$ b) $y = \frac{H}{3}$ c) $y = \frac{H}{2}$ d) $y = \frac{2H}{3}$

3.7. Un mobil avînd masa m şi viteza iniţială v_0, se mişcă pe un traseu orizontal rectiliniu, cu frecare (coeficient de frecare μ). El se opreşte sub influenţa frecării după un spaţiu S şi un timp t de la începutul mişcării. Cunoscînd $v_0 = 4\text{m/s}$, $\mu = 0{,}01$, $g = 10\ \text{m/s}^2$:

I) Ce spaţiu parcurge mobilul pînă la oprire ?

a) 100 m b) 120 m c) 140 m d) 160 m

II) Care este durata mişcării ?

a) 50 s b) 40 s c) 20 s

III) Care este viteza medie a mobilului?

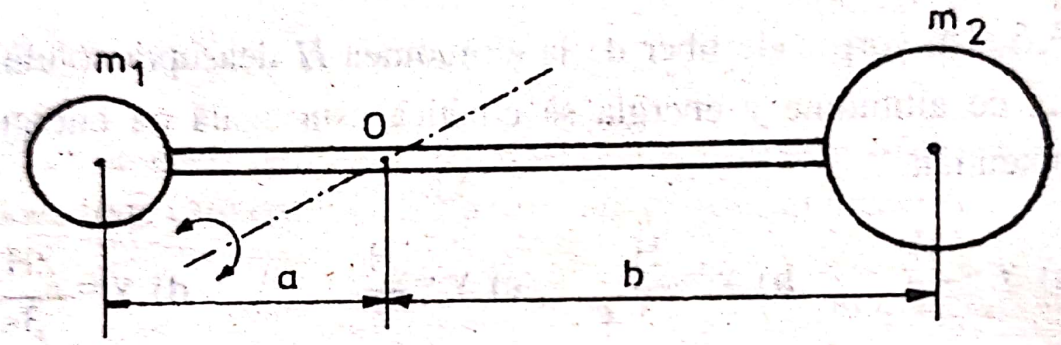
a) 2 m/s b) 3 m/s c) 4 m/s

Scanned with OKEN Scanner

3.8. Un om împinge un vagonet de greutate G, cu o forţă $F = 0{,}1.G$ de-a lungul unui plan orizontal cu frecare (coeficient de frecare $\mu = 0{,}01$), scoţîndu-l din repaus. După ce îl aduce la o anumită viteză, îl lasă să meargă singur mai departe. Este mai lung drumul pînă la oprirea vagonetului decît drumul cît timp a fost împins ?

a) da. b) nu. c) sînt egale .

3.9. O halteră ca în figură, avînd $m_2 = 2m_1$ şi $b = 2a$, $a = 20$ cm este menţinută în poziţie orizontală. Cînd este eliberată se poate roti în jurul punctului fix O.



Care sînt vitezele maselor m_1 şi m_2 cînd haltera trece prin poziţie verticală ?

a) $v_1 = \sqrt{a \cdot g}$; $v_2 = 2\sqrt{a \cdot g}$

b) $v_1 = \frac{2}{3}\sqrt{a \cdot g}$; $v_2 = \frac{4}{3}\sqrt{a \cdot g}$

c) $v_1 = \sqrt{\frac{2}{3} a \cdot g}$; $v_2 = 2\sqrt{\frac{2}{3} a \cdot g}$

3.10. ■ **A.** Un lanţ este trecut simetric peste un mic scripete ideal. Printr-un impuls foarte mic lanţul începe să coboare fără frecare, în momentul părăsirii scripetelui avînd viteza v.

■ **B.** Acelaşi lanţ este asezat pe o masă netedă fără frecări şi începe să alunece de pe masă, în momentul cînd părăseşte masa avînd viteza v'.

Scanned with OKEN Scanner

I) Care este relaţia între v' şi v ?

a) $v' = \sqrt{3}\, v$ b) $v' = 2v$ c) $v' = \sqrt{2}\, v$ d) $v' = \frac{\sqrt{3}}{2} v$

II) Cele două mişcări ale lanţului sînt:

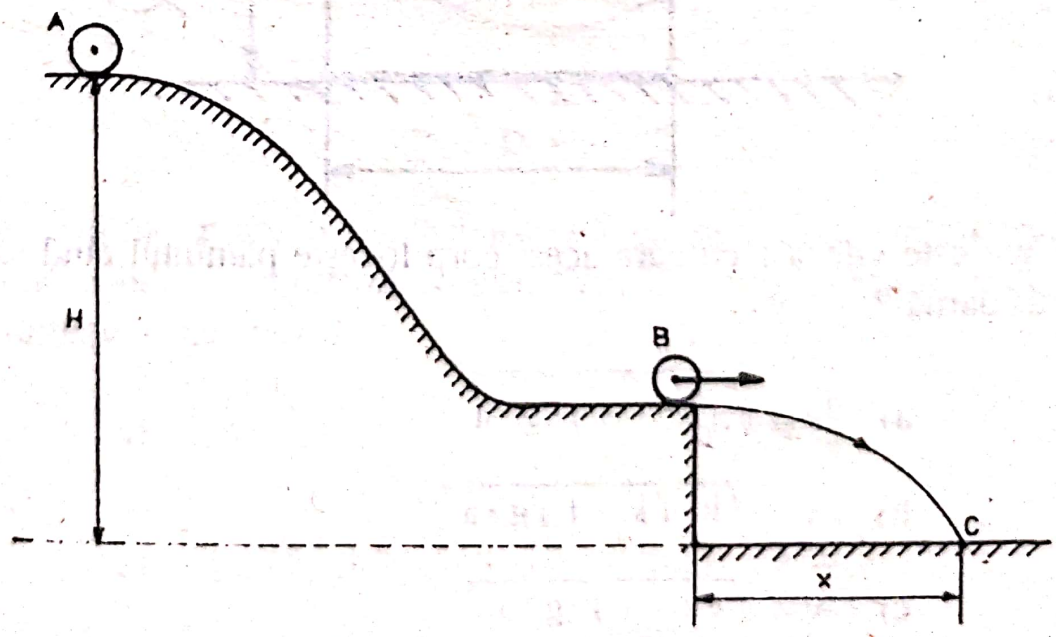
a) uniforme. b) uniform accelerate.
c) nici uniforme, nici uniform accelerate.

3.11. Un corp este tras uniform de-a lungul unui plan înclinat de unghi α;o dată în sus cu viteza v, apoi în jos cu o viteza de n ori mai mare decît în sus (nv),în ambele cazuri motorul dezvoltînd aceeaşi putere. Ca problema să fie posibilă, ce condiţie trebuie să îndeplinească înclinarea planului ?

a) $0 < \alpha < \operatorname{arctg} \frac{n-1}{n+1}$ b) $0 < \alpha < \operatorname{arctg}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

c) $0 < \alpha < \operatorname{arctg}\left(\frac{n}{n+1}\right)$

3.12. Un corp punctiform alunecă de la înălţimea H fără viteză iniţială şi fără frecare de-a lungul unui plan curb terminat cu o trambulină orizontală.



Scanned with OKEN Scanner

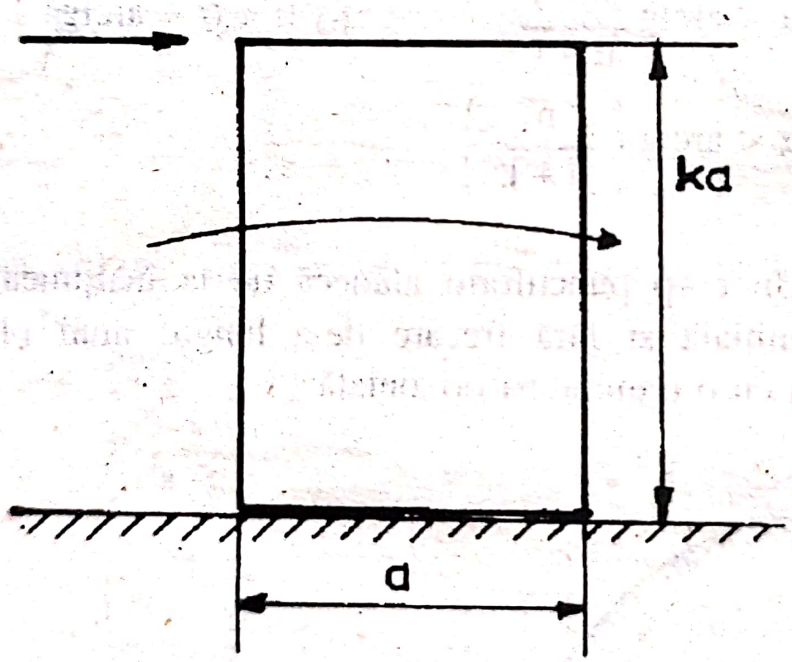
I) Care este înălţimea trambulinei h pentru ca distanţa x pe orizontală să fie maximă ?

a) $h = \frac{H}{2}$ **b)** $h = \frac{3H}{8}$ **c)** $h = \frac{3H}{4}$

II) In aceste condiţii valoarea maximă a distanţei x este:

a) $x = \frac{3H}{4}$ **b)** $x = H$ **c)** $x = 2H$

3.13. Unui corp omogen de formă paralelipipedică, avînd baza un pătrat cu latura a, iar înălţimea de k ori mai mare decît latura bazei, i se imprimă la înălţimea maximă un impuls orizontal foarte mic, dar capabil să răstoarne corpul.



Care este viteza v cu care acest corp loveşte pămîntul cînd se răstoarnă ?

a) $v = \sqrt{(k^2 - 1) \cdot g \cdot a}$

b) $v = \sqrt{k \cdot (k - 1)\, g \cdot a}$

c) $v = \sqrt{(k - 1) \cdot g \cdot a}$

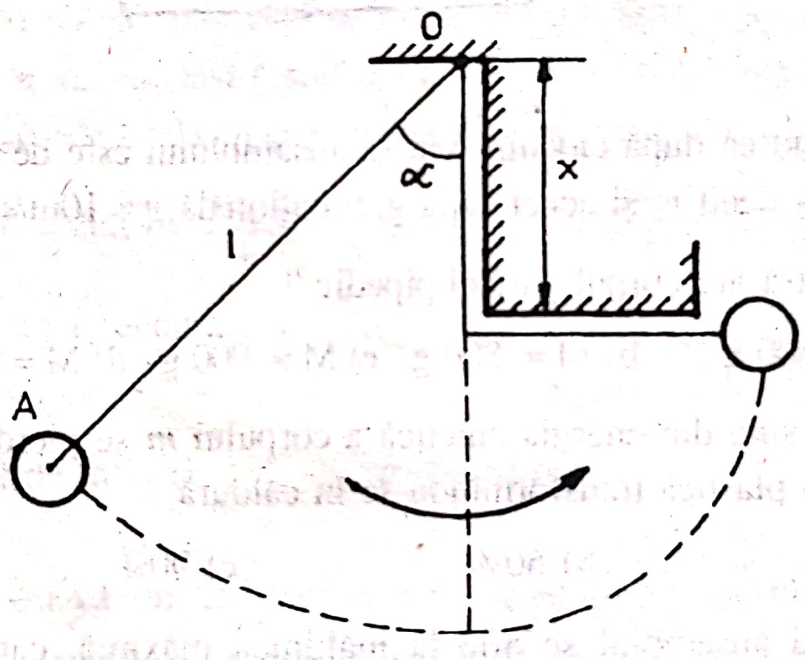
Scanned with OKEN Scanner

3.14. Un corp punctiform este suspendat de un punct fix cu ajutorul unui fir inextensibil şi de greutate neglijabilă. Se imprimă corpului o viteză v_{01} orizontală, firul deviind maxim faţă de verticală cu unghiul θ. Ce viteză orizontală v_{02} trebuie imprimată corpului ca deviaţia maximă să fie 2θ ?

a) $v_{02} = 2 \cdot v_{01}$ b) $v_{02} = - v_{01}$ c) $v_{02} = v_{01} \cdot \cos\theta$

d) $v_{02} = 2v_{01} \cdot \cos\frac{\theta}{2}$ e) $v_{02} = v_{01} \cdot \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}$

3.15. Un corp punctiform este suspendat de un fir inextensibil şi de greutate neglijabilă, de lungime l. Firul este menţinut deviat faţă de verticală cu unghiul $\alpha = 60°$.



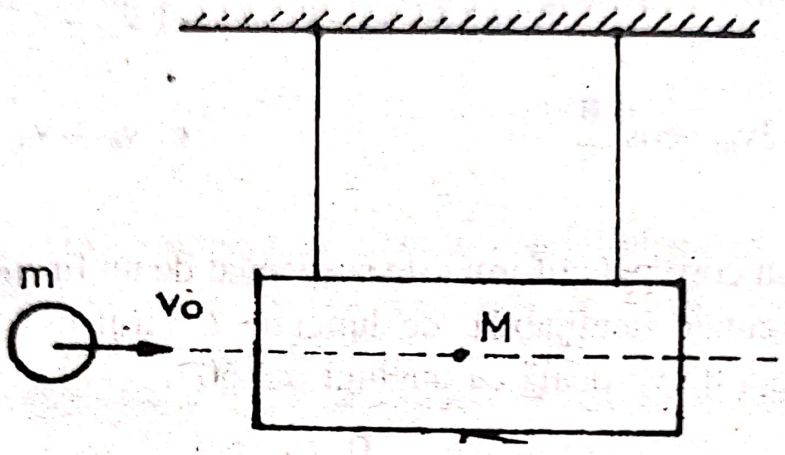
Ce înălţime x are o piedică aşezată ca in figură, pentru ca atunci cînd se eliberează corpul, firul să poată avea cel mult o direcţie orizontală ?

a) $x = \frac{l}{4}$ b) $x = \frac{l}{2}$

c) $x = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ d) $x = \frac{2l}{\sqrt{3}}$

Scanned with OKEN Scanner

3.16. Un corp paralelipipedic, omogen de masă M este suspendat ca în figură de un plafon cu două fire identice de lungime $l = 10$m. El este ciocnit plastic de un corp de masă $m = 100$ g, avînd viteza $v_0 = 100$ m/s.



Cunoscînd că după ciocnire viteza ansamblului este de **10** ori mai mică decît v_0 şi acceleraţia gravitaţională $g = 10$m/s^2:

I) Ce masă are corpul paralelipipedic ?

a) M = 500 g **b)** M = 800 g **c)** M = 900 g **d)** M = 1000 g

I) Cît la sută din energia cinetică a corpului m se pierde prin ciocnirea plastică transformîndu-se în căldură ?

a) 50% **b)** 60% **c)** 90%

III) Cînd ansamblul se află la înălţimea maximă, care este deviaţia maximăα a firelor faţă de verticală ?

a) $\alpha = 90°$ **b)** $\alpha = 60°$ **c)** $\alpha = 45°$ **d)** $\alpha = 30°$

3.17. De cîte ori lucrul mecanic de alungire al unui resort cu prima jumătate din alungire, este mai mic decît lucrul mecanic efectuat pentru alungirea cu a doua jumătate din alungire ?

a) de două ori. **b)** de trei ori. **c)** de patru ori.

Scanned with OKEN Scanner

3.18. Două resorturi cu constante elastice k_1 şi respectiv k_2 legate în serie susţin un corp de masă m. Care este raportul între energiile potenţiale ale resorturilor ?

a) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1}{k_2}$ b) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2}{k_1}$

c) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1^2}{k_2^2}$ d) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2^2}{k_1^2}$

3.19. Un resort de constantă elastică K este aşezat orizontal şi este lovit de un corp de masă m cu viteza v, comprimîndu-se cu x_0. Acelaşi resort asezat vertical pe sol este lovit de sus în jos de acelaşi corp, cu aceeaşi viteză şi se comprimă cu x_v. Cunoscînd că $\frac{m \cdot g}{k} = \frac{4}{3} x_0$ să se precizeze de cîte ori este mai mare x_v decît x_0.

a) $x_0 = x_v$ b) de două ori

c) de trei ori d) de patru ori

3.20. Un vagon de masă $m = 5$ t se desprinde de trenul care mergea cu viteza $v_0 = 4$ m/s. După un anumit timp el se ciocneşte cu tamponul unui opritor al cărui resort se comprimă cu $x = 10$ cm. Cunoscînd constanta elastică $K = 2$MN/m a resortului, coeficientul de frecare între şine şi roţile vagonului $\mu = 0{,}01$ şi acceleraţia gravitaţională $g = 10$ m/s^2 :

I) Ce distanţă a parcurs vagonul de la desprindere pînă la ciocnire ?

a) 60 m b) 80 m c) 100 m

Scanned with OKEN Scanner

II) Dacă nu ar fi existat tamponul opritor, ce distanţă ar mai fi parcurs vagonuldin dreptul opritorului pînă în punctul cînd el s-ar fi oprit ?

a) 10 m **b)** 20 m **c)** 30 m

3.21. Un mobil de masă $m = 1$t porneşte de pe loc pe un drum orizontal cu frecare (coeficient de frecare $\mu = 0{,}02, g = 10 m/s^2$)

I) Ce viteză maximă poate atinge mobilul dacă încă de la pornire putereadezvoltată de motor îşi păstrează valoarea $P = 20$ kW ?

a) 20 m/s **b)** 50 m/s **c)** 100 m/s

II) Ce acceleraţie are mobilul în momentul cînd viteza sa este 20 m/s ?

a) mobilul nu are acceleraţie **b)** $a = 0{,}8\ m/s^2$ **c)** $a = 1\ m/s^2$

3.22. De un tren de masă M care merge rectiliniu şi uniform se desprinde ultimul vagon de masă m.Considerind că toate forţele de rezistenţă sînt proporţionale cu greutăţile, ce distanţă x parcurge acest vagon pînă la oprire, dacă puterea locomotivei a fost tot timpul constantă P, iar după desprindere viteza constantă a trenului a fost v ?

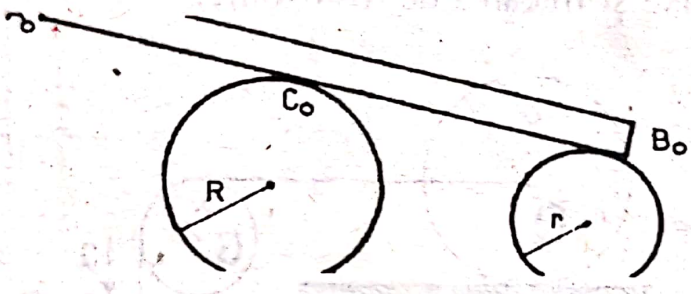
a) $x = \dfrac{(M-m)^3 \cdot v^3}{2M^2P}$

b) $x = \dfrac{m \cdot (M-m) \cdot v^3}{2MP}$

c) $x = \dfrac{m \cdot M \cdot v^3}{2 \cdot (M-m) \cdot P}$

Scanned with OKEN Scanner

3.23. Pe două role cilindrice de raze diferite este sprijinită o grindă omogenă A_0B_0, de lungime l, tangentă la rola mare în punctul C_0 corespunzator jumătăţii grinzii şi tangentă la rola mică în B_0 corespunzător unui capăt al grinzii. Ea este menţinută în repaus ca în figură şi formează unghiul θ cu orizontala. Eliberînd grinda şi considerind că ea nu alunecă pe role, iar rolele se rostogolesc fără alunecare pe planul orizontal şi neglijînd masele rolelor:



I) Care este valoarea razei r a rolei mici pentru ca atunci cînd capătul B_0 aajuns pe planul orizontal grinda să fie tangentă la rola mare în capătul A_0 ?

a) $r = \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}$ **b)** $r = \frac{l}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}$ **c)** $r = \frac{l}{2} \cdot \sin\frac{\theta}{2}$

II) In condiţiile de la punctul I), care este valoarea vitezei v a centrului degreutate al grinzii cînd aceasta atinge solul precum şi valoarea unghiului αpecare aceasta îl face cu orizontala ?

a) $v = \sqrt{g \cdot l \cdot \sin\frac{\theta}{2}}$, $\alpha = \frac{\theta}{2}$

b) $v = \sqrt{g \cdot l \cdot \cos\frac{\theta}{2}}$, $\alpha = \frac{\theta}{2}$

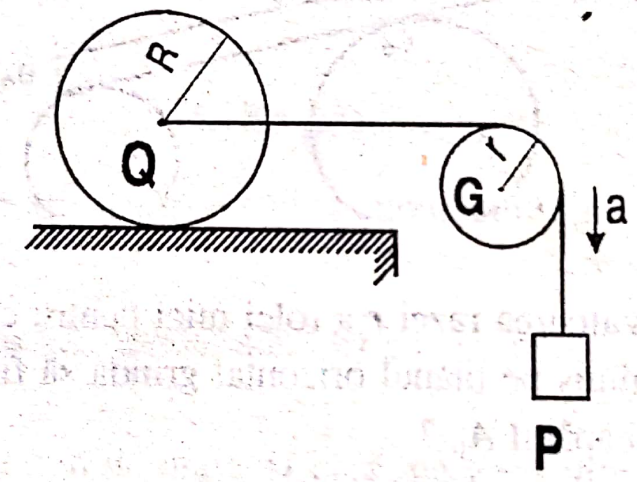
c) $v = \sqrt{g \cdot l \cdot \sin\theta}$, $\alpha = \frac{\theta}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

III) Care este acceleraţia a a centrului de greutate al grinzii ?

a) $a = g \cdot \cos\frac{\theta}{2}$ **b)** $a = 2g \cdot \cos\frac{\theta}{2}$ **c)** $a = \frac{g}{2} \cdot tg\frac{\theta}{2}$

3.24. O roată de greutate **Q** şi rază **R** ce se află pe o suprafaţă orizontală, are axul ei legat printr-un cablu orizontal, trecut peste un scripete de rază **r** şi greutate **G** şi de capătul lui atârnă un corp de greutate **P** (vezi figura). Se neglijează frecările în axe şi frecarea de rostogolire.



Acceleraţia corpului, cînd sistemul este lăsat liber are valoarea:

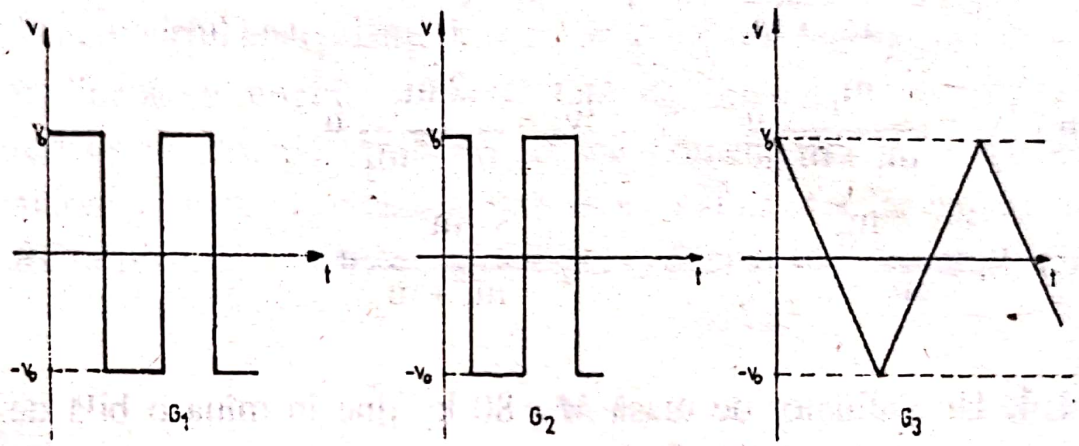
a) $a = \frac{2gP}{P + G + 2Q}$; **b)** $a = \frac{2gP}{2P + G + 2Q}$;

c) $a = \frac{2gP}{2P + G + 3Q}$

Scanned with OKEN Scanner

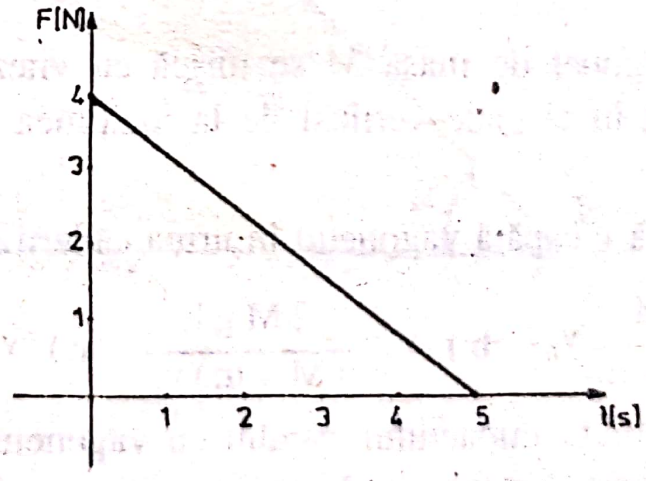
IMPULSUL MECANIC

4.1. Un corp se mişcă perpetuu fără frecare între doi pereţi ciocnindu-se de fiecare dată de ei perfect elastic. Dacă iniţial corpul a fost lansat cu viteza v_0 de la mijlocul distanţei dintre pereţi, care din graficele de mai jos reprezintă evoluţia în timp a vitezei corpului?



a) Grafic G_1. b) Grafic G_2. c) Grafic G_3.

4.2. Asupra unui corp de masă $m = 5$ kg, aflat iniţial în repaus începe să acţioneze o forţa liniar descrescătoare ca în figură.



Ce viteză va căpăta corpul?

a) 3 m/s b) 2 m/s c) 1 m/s

Scanned with OKEN Scanner

4.3. Doi patinatori avînd masele m_1 şi m_2 stau pe gheaţa lucioasă unul în faţa celuilalt şi ţin fiecare în mînă cîte un capăt al unei sfori intinse. La un moment dat unul din ei începe să tragă de sfoară, aceasta scurtîndu-se cu viteza u. Care sînt valorile vitezelor cu care patinatorii se apropie unul de altul?

a) $v_1 = 2\left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right)u$; $v_2 = 0$

b) $v_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}u$; $v_2 = \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}u$

c) $v_1 = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}u$; $v_2 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}u$

4.4. Un patinator de masă $M = 80$ kg ţine în mîna o bilă de masă $m = 8$ kg şi se află în repaus pe gheaţă. La un moment dat aruncă bila cu viteza $u = 10$ m/s. Ştiind $g = 10$ m/s^2 şi coeficientul de frecare cu gheaţa $\mu = 0{,}001$, ce spaţiu a parcurs patinatorul în urma acestei operaţii pînă s-a oprit?

a) 50 m b) 60 m c) 70 m

4.5. Un vagonet de masă M se mişcă cu viteza v_0. La un moment dat în el cade vertical de la înălţimea h un sac de masă m.

I) Ce viteză v capătă vagonetul în urma căderii sacului?

a) $v = \dfrac{M}{M + m}v_0$ b) $v = \dfrac{2Mgh}{(M + m)v_0}$ c) $v = \dfrac{M - m}{M + m}v_0$

II) Dacă durata impactului sacului cu vagonetul a durat un timp Δt, care este forţa medie F suplimentară de apăsare pe şine?

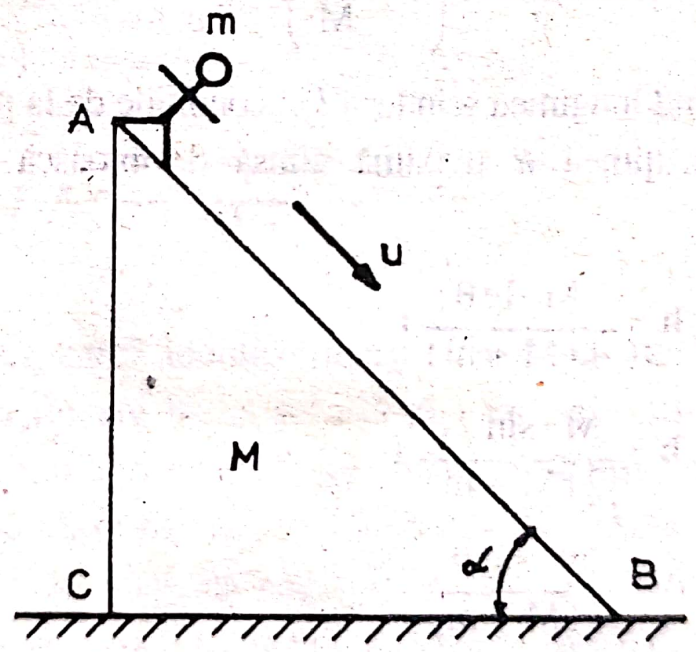
a) $F = \dfrac{m \cdot v_0}{\Delta t}$ b) $F = \dfrac{m \cdot \sqrt{2gh}}{\Delta t}$ c) $F = \dfrac{M \cdot m \cdot v_0}{(M + m) \cdot \Delta t}$

Scanned with OKEN Scanner

4.6. Un om de masă m parcurge lungimea unei bărci l de la proră la pupă. Neglijînd frecările cu apa lacului, cu cît se deplasează barca în acest timp dacă masa ei este M?

a) b) $x = \frac{m}{M+m} \cdot l$ c) $x = \frac{M}{M+m} \cdot l$

4.7. În vîrful unei prisme de masă M avînd faţa superioară $AB = l$ înclinată cu unghiul $\alpha = 60°$ faţă de orizontală, se află în repaus un om de masă m. La un moment dat el începe să alerge la vale cu viteza u faţă de suprafaţa AB iar suprafaţa BC a prismei va aluneca pe planul orizontal fără frecare.



Cunoscînd că prisma parcurge o distanţa $x = l/4$ în timpul cît omul aleargă din A în B, care este relaţia între masele prismei şi a omului?

a) $M = m$ b) $M = 2 \cdot m$ c) $M = 3 \cdot m$
d) $M = 4 \cdot m$ e) $M = 6 \cdot m$

Scanned with OKEN Scanner

4.8. O broască de masă m stă pe capătul unei scînduri de lungime l şi masă M care pluteşte pe un lac liniştit. La un moment dat broasca sare spre celălalt capăt al scîndurii sub un unghi θ cu viteza v_0.

I) Care este lungimea scîndurii pentru ca broasca să aterizeze exact la celălalt capăt al scîndurii?

a) $l = \dfrac{v_0^2 \cdot \operatorname{tg}\theta}{g}\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)$

b) $l = \dfrac{v_0^2 \cdot \cos\theta}{g}\left(1 - \dfrac{2m}{M}\right)$

c) $l = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)$

II) Cunoscînd lungimea scîndurii l în condiţiile de la punctul **I)**, care este înălţimea h maximă atinsă de broască în timpul săriturii?

a) $h = \dfrac{M \cdot \operatorname{tg}\theta}{4(M+m)}\,l$

b) $h = \dfrac{M \cdot \sin 2\theta}{2(M+m)}\,l$

c) $h = \dfrac{m \cdot \sin\theta}{2(M+m)}\,l$

4.9. Un săritor în lungime de masă M ţinînd în mîini o bilă de masă m, sare sub un unghi α cu viteza iniţială v_0. Cînd ajunge la înălţimea maximă, el azvîrle bila orizontal în sens opus cu viteza u faţă de el, cu scopul de a-şi mări viteza în acel moment şi deci implicit de a-şi mări lungimea săriturii.

Scanned with OKEN Scanner

I) Cu cît şi-a mărit săritorul viteza în punctul de înălţime maximă în urma aruncării bilei?

a) $\Delta v = \frac{m}{M} u$

b) $\Delta v = \frac{m}{M + m} u$

c) $\Delta v = \frac{m}{M + m} (u - v_0 \cdot \cos \alpha)$

II) Cu cît şi-a mărit lungimea săriturii?

a) $x = \frac{m \cdot u \cdot v_0}{(M + m) \cdot g}$

b) $x = \frac{m \cdot u \cdot v_0}{M \cdot g}$

c) $x = \frac{m \cdot u \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{M \cdot g}$

4.10. Trei bărci identice merg una după alta cu viteza v fiecare. In fiecare barcă se află cîte un om, astfel încît masa bărcii şi a omului este M, iar în barca din mijloc mai există doi saci de masă m fiecare. Din barca din mijloc sînt aruncaţi pe rînd cei doi saci, întîi spre barca din spate apoi spre barca din faţă. Care vor fi vitezele v_x (barca din faţă), v_y (barca din mijloc), v_z (barca din spate) după aruncarea sacilor şi aterizarea lor în bărcile respective?

a) $v_x = v + \frac{m}{M + m} u$, $v_y = v$,

$v_z = v - \frac{m}{M - m} u$

Scanned with OKEN Scanner

b) $v_x = v + \frac{m}{M+m}u$, $v_y = v + \frac{m^2}{M\cdot(M+m)}u$,

$v_z = v - \frac{m}{M-m}u$

c) $v_x = v + \frac{m\cdot(M+2m)}{(M+m)^2}u$, $v_y = v - \frac{m^2}{M\cdot(M+m)}u$,

$v_z = v - \frac{m}{M+m}u$

4.11. Un corp stă în repaus pe un plan orizontal. El este ciocnit centric, unidimensional, perfect elastic de un corp identic care vine cu viteza v_0.

I) Care sînt vitezele celor două corpuri după ciocnire?

a) $v_1 = \frac{v_0}{2}$, $v_2 = \frac{v_0}{2}$ b) $v_1 = \frac{v_0}{4}$, $v_2 = \frac{3}{4}v_0$

c) $v_1 = 0$, $v_2 = v_0$ d) $v_1 = 0$, $v_2 = \frac{v_0}{2}$

II) Cîtă energie cinetică îi furnizează corpul care ciocneşte (din propria energie), corpului ciocnit?

a) nimic

b) jumătate din energia iniţială

c) toată energia sa iniţială.

4.12. O minge de masă *m* loveşte perfect elastic un perete cu viteza *v*. Care este variaţia impulsului prin lovire?

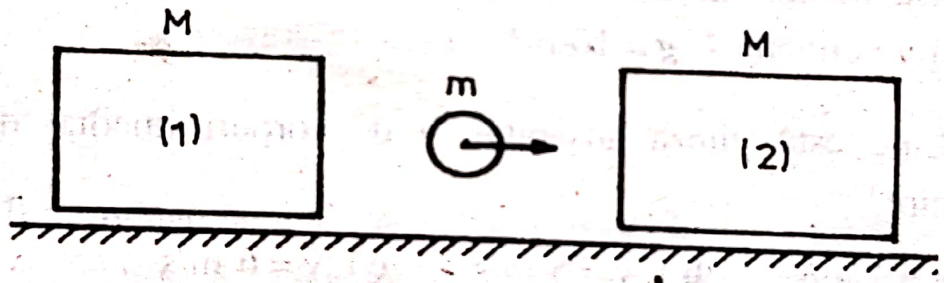
a) $\Delta p = m\cdot v$ b) $\Delta p = 2m\cdot v$ c) $\Delta p = 4m\cdot v$

Scanned with OKEN Scanner

4.13. Dintr-o bucată de plastilină dată, au fost confecţionate două bile. Pentru ce raport al maselor acestor bile pierderea de energie cinetică la lovirea lor plastică va fi maximă, la un regim al vitezelor dat?

a) $\frac{v_0}{2}$ b) $\frac{v_0}{2}$ c) $\frac{v_0}{2}$ d) 1

4.14. Două corpuri identice (*1*) si (*2*) de masă *M* stau în repaus pe o suprafată orizontală netedă (ca în figură). La un moment dat, dintre ele, o bilă cu masa *m* pleacă uniform spre corpul (*1*) pe care-l loveste perfect elastic, unidimensional imprimîndu-i o viteza v_1. Bila se întoarce în urma ciocnirii pe acelaşi drum şi loveste în aceeaşi manieră corpul (*2*) căruia îi imprimă o viteză v_2.



Care este raportul v_1/v_2?

a) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m}{M}$ b) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{M+m}{M-m}$ c) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{2m}{M+m}$

4.15. Un corp de masă $m = 3\text{kg}$ mişcîndu-se pe o suprafaţă netedă orizontală cu viteza $v_0 = 2\text{m/s}$ ciocneşte perfect elastic, centric, unidimensional, un corp de masă $2m$ aflat în repaus. Cunoscînd durata ciocnirii $\Delta t = 10$ ms, care este valoarea *F* a forţei de impact între cele două corpuri?

a) F = 600 N b) F = 800 N c) F = 1000 N d) F = 1200 N

Scanned with OKEN Scanner

4.16. Două bile, una uşoară şi alta grea, se mişcă una spre alta cu viteze egale. După ciocnirea perfect elastică bila grea se opreşte. De cîte ori e mai grea bila grea decît cea uşoară?

a) de 2 ori **b)** de 3 ori
c) de 4 ori **d)** de 5 ori

4.17. Un corp de masă $M = 6$ kg este suspendat cu ajutorul unui fir de lungime $l = 1{,}6$ m, de greutate neglijabilă de un plafon, formînd un pendul în repaus. Pe direcţie orizontală vine un corp punctiform de masă $m = 4$kg cu viteza $v_0 = 10$ m/s care ciocneşte plastic corpul de masă M încastrîndu-se în acesta. Ciocnirea este unidimensională, perpendiculară pe direcţia firului. Pendulul format de fir şi ansamblul corpurilor deviază maxim în urma ciocnirii cu unghiul α între fir şi direcţia verticală. ($g = 10$ m/s^2)

I) Care este viteza ansamblului de corpuri imediat după ciocnire?

a) $v = 4$ m/s **b)** $v = 5$ m/s **c)** $v = 6$ m/s

II) Ce fracţiune din energia sa cinetică cedează corpul de masă m, fracţiunea care se transformă în căldură prin unirea corpurilor în ciocnirea plastică?

a) 80% **b)** 60% **c)** 40% **d)** 20%

III) Care este valoarea unghiului α?

a) $\alpha = \arccos \frac{v_0}{2}$ **b)** $\alpha = 30°$

c) $\alpha = 45°$ **d)** $\alpha = 60°$

Scanned with OKEN Scanner

4.18. Un corp punctiform de masă $M = 7$ kg este suspendat cu ajutorul unui fir de lungime $l = 3{,}6$ m, de greutate neglijabilă, de un plafon, formînd un pendul în repaus. Pe o direcţie orizontală vine un corp punctiform de masă $m = 3$ kg cu viteza $v_0 = 10$ m/s care ciocneşte corpul de masă M perfect elastic, unidimensional, perpendicular pe directia firului de lungime l. Pendulul deviază maxim în urma ciocnirii cu unghiul α între fir şi direcţia verticală ($g = 10$ m/s^2).

I) Care este viteza corpului de masă M imediat după ciocnire?

a) $v = 6$ m/s **b)** $v = 5$ m/s **c)** $v = 4$ m/s

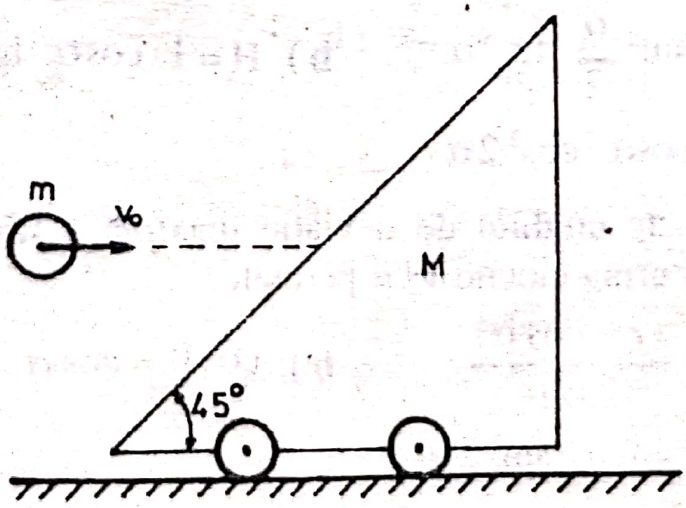
II) Ce fracţiune din energia sa cinetică cedează corpul de masă m corpului de masă M în urma ciocnirii?

a) 24% **b)** 44% **c)** 64% **d)** 84%

III) Care este valoarea unghiului α?

a) $\alpha = 60°$ **b)** $\alpha = 45°$ **c)** $\alpha = 30°$

4.19. O minge de masă m loveşte orizontal cu viteza $v_0 = 9$ m/s perfect elastic un cărucior în formă de prismă echilateră de masă M aflat în repaus pe o suprafaţă orizontală netedă fără frecări.

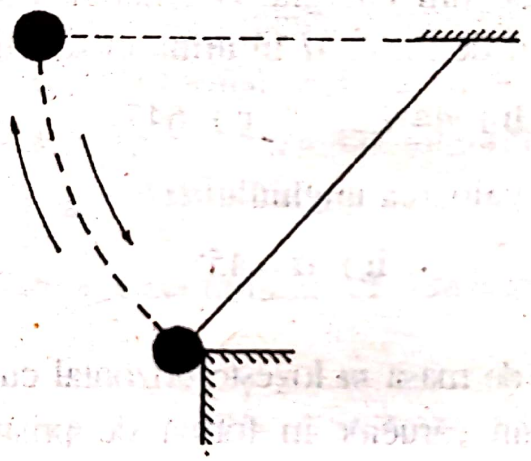


Scanned with OKEN Scanner

I) Ce direcţie are mingea după ciocnire?
a) perpendiculară pe AC b) perpendiculară pe AB
c) perpendiculară pe BC

II) Ce viteze v si V capătă în urma ciocnirii mingea, respectiv căruciorul?
a) $v = 4$ m/s ; $V = 5$ m/s b) $v = 5$ m/s ; $V = 6$ m/s
c) $v = V = 5$ m/s

4.20. O bilă de oţel suspendată de un fir de lungime l este menţinută deviată orizontal. La un moment dat este lasată liberă. În revenirea sa cînd firul are o înclinaţie α faţă de verticală, bila întîlneşte si loveşte perfect elastic un perete vertical (ca în figură).



I) La ce înălţime faţă de punctul de ciocnire a peretelui se ridică bila în urma ciocnirii cu peretele?

a) $H = l \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$ b) $H = l \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}^2 2\alpha$

c) $H = l \cdot \cos\alpha \cdot \cos^2 2\alpha$

II) Care este unghiul de deviaţie maximă a firului faţă de verticală în urma ciocnirii cu peretele?

a) $\cos\beta = \frac{(1 - \cos\alpha)}{2 \operatorname{tg}\alpha}$ b) $\cos\beta = \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha$

c) $\cos\beta = \cos\alpha \cdot \sin^2 2\alpha$

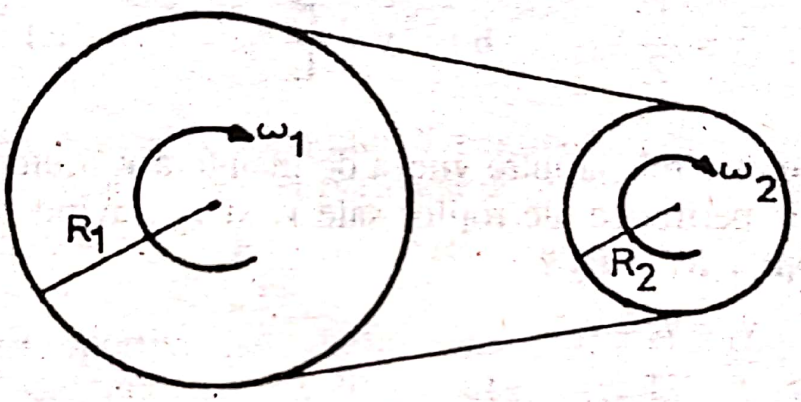
Scanned with OKEN Scanner

MIŞCAREA CIRCULARĂ

5.1. Vîrful minutarului unui ceasornic dintr-un turn s-a deplasat cu $\Delta l = 15{,}7$ cm într-un minut. Care este lungimea L a minutarului?

a) $L = 1$ m **b)** $L = 1{,}5$ m **c)** $L = 2$ m

5.2. O curea de transmisie este antrenată de doi tamburi de raze R_1 respectiv R_2.



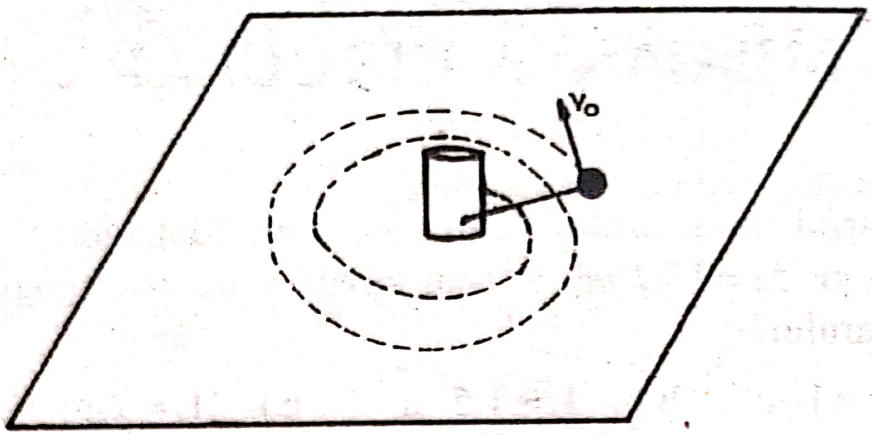
Care va fi raportul turaţiilor lor ?

a) $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{R_1}{R_2}$ **b)** $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{R_2}{R_1}$

c) $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$ **d)** $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$

5.3. Pe o suprafaţă orizontală este fixat în poziţie verticală un cilindru de rază R. Un fir de lungime L ($L > 2R$) are un capăt prins pe cilindru, iar la celălalt capăt are legat un corp punctiform. I se imprimă corpului viteza v_0 perpendiculară pe direcţia firului întins.

Scanned with OKEN Scanner



Ştiind că mişcarea corpului pe plan se face fără frecare, care este viteza corpului cînd firul s-a înfăşurat pe cilindru ?

a) $v = \frac{L}{R} v_0$ b) $v = \frac{R}{L} v_0$ c) $v = v_0$

5.4. Care este relaţia între viteza de înaintare v_t a unui tractor şi vitezele periferice ale roţilor sale v_1 si v_2 , avînd respectiv razele roţilor R_1 si R_2 ?

a) $v_1 = v_2 = v_t$

b) $v_1 = \frac{r}{R} v_t$, $v_2 = \frac{R}{r} v_t$

c) $v_1 = \frac{R}{r} v_t$, $v_2 = \frac{r}{R} v_t$

5.5. Un autocamion cu diametrul roţilor D se mişcă cu viteza V, iar un autoturism cu diametrul roţilor d se mişcă cu viteza v. Dacă turaţiile roţilor celor două vehicule sînt egale, care din afirmaţiile de mai jos este corectă ?

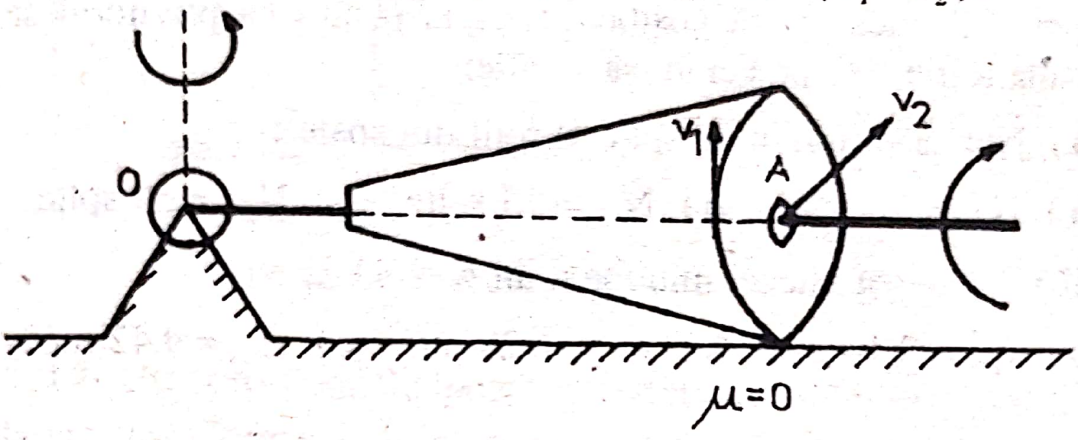
a) $v < V$ b) $y = V$ c) $v > V$

5.6. Diametrul roţii unui tramvai este de 50 cm. Tramvaiul se deplasează pe o curbă de rază $R = 150$ m. Viteza centrului de greutate al tramvaiului este $v = 54$km/h. Distanţa dintre şine este $d = 1{,}57$ m. La ce interval de timp Δt roata exterioară execută o rotaţie mai mult decît roata interioară ?

a) $\Delta t = 3$ s b) $\Delta t = 5$ s c) $\Delta t = 8$ s d) $\Delta t = 10$ s

Scanned with OKEN Scanner

5.7. Un con cu unghi de deschidere α are posibilitatea să fie aşezat orizontal pe un ax OA, articulat în O (pe sistem nucă) încît el să se poată roti atît în jurul axului OA, cît şi în plan orizontal (solidar cu axul) în jurul punctului O. O dată se imprimă conului o viteză v_1 in A' de pe circumferintă iar altă dată o viteză v_2 în punctul A (ca în figură) ($v_1 = v_2$).



Care este valoarea unghiului α pentru ca cele două mişcări de rotaţie să aibă aceeaşi perioadă de rotaţie ?

a) $\alpha = 60°$ **b)** $\alpha = 90°$ **c)** $\alpha = 120°$

5.8. Doi sportivi iau startul simultan într-o întrecere de alergare de fond pe o pistă circulară. Primul sportiv poate alerga cu o viteză de ***300*** m/min, iar al doilea cu o viteză de ***200***m/min. Cîte ture efectuează fiecare sportiv pînă cînd primul sportiv îl depăşeşte pentru întîia oară pe cel de-al doilea ?

	al doilea sportiv	**primul sportiv**
a)	4 turè	5 ture
b)	3 ture	4 ture
c)	2 ture	3 ture
d)	1 tură	3 ture

5.9. Pentru determinarea vitezei unui glonţ se iau două discuri de cartonse fixează solidar pe acelaşi ax la distanţă $d = 0{,}5$ m între ele; se pun în rotaţie cu turaţia $n = 1600$ rot/min şi se trage glonţul paralel cu axul. Stiind că orificiul din cel de-al doilea disc este deplasat cu unghiul $\theta = 12°$ faţă de orificiul primului disc, care este viteza v a glonţului ?

a) $v = 360$ m/s **b)** $v = 380$ m/s
c) $v = 400$ m/s **d)** $v = 420$ m/s

Scanned with OKEN Scanner

5.10. Pe un ecran este proiectată imaginea unei diligenţe în mişcare uniformă. Roţile din faţă au raza $r = 0{,}4$ m, iar cele din spate $R = 2r$. O roată din faţă are $n = 10$ spiţe iar cea din spate N spiţe. Viteza de succesiune a imaginilor pe ecran este de $m = 25$ imagini pe secundă. Considerînd că diligenţa are cea mai mică viteză posibilă (v_{min}), pentru ca privitorul să vadă roţile fixe pe ecran, să se afle:

I) Numărul minim de spiţe al roţii din spate :

a) $N_{min} = 20$ spiţe b) $N_{min} = 25$ spiţe c) $N_{min} = 30$ spiţe

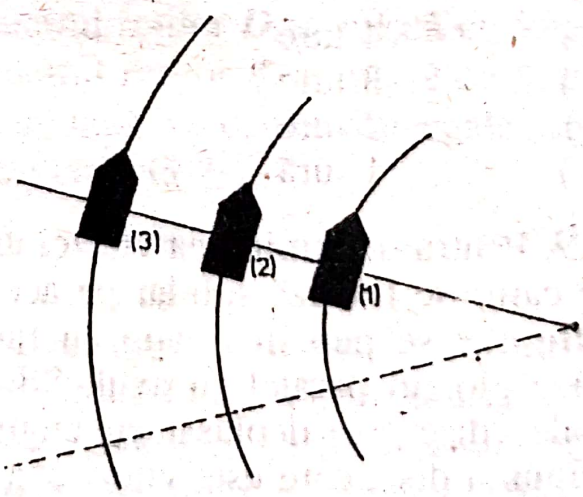
II) Valoarea vitezei minime a diligenţei :

a) $v_{min} = 3{,}14$ m/s b) $v_{min} = 6{,}28$ m/s c) $v_{min} = 9{,}42$ m/s

5.11. Un mobil de masă m intră într-o curbă cu raza de curbură R avîndviteza v. Pentru a se evita răsturnarea mobilului latura exterioară a drumului se înalţă astfel încît planul drumului face cu orizontala un unghi α. Supraînălţarea Ó este cu atît mai mare cu cît :

a) v mai mare ,R mai mic ,m mai mare
b) v mai mare ,R mai mare,m mai mic
c) v mai mare ,R mai mare,m mai mare
d) v mai mare ,R mai mic ,α nu depinde de m

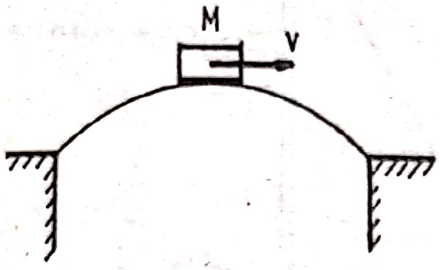
5.12. Care din automobilele identice din figură (vedere de sus) va putea merge cu o viteză mai mare fără să derapeze (suprafeţele drumurilor sînt orizontale) ?



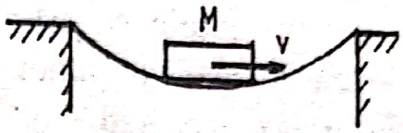
a) automobilul (1)
b) automobilul (2)
c) automobilul (3)

Scanned with OKEN Scanner

5.13. Pe care din cele două poduri din figură, apasă mai mult vehiculul M?



POD 1



POD 2

a) pe podul 1 **b)** pe podul 2
c) pe ambele poduri apăsarea este aceeaşi.

5.14. Un corp paralelipipedic, omogen, cu baza un pătrat de latură $a = 10$cm şi înălţimea $h = 40$ cm, în mişcare uniformă, intră într-o curbă cu raza de curbură R (mult mai mare decît dimensiunile sale). Care trebuie să fie valoarea coeficientului de frecare între el şi drum pentru ca acest corp să nu derapeze şi nici să nu se răstoarne ? (se precizează că drumul nu prezintă supraînălţări)

a) $\mu = 0{,}10$ **b)** $\mu = 0{,}15$ **c)** $\mu = 0{,}20$
d) $\mu = 0{,}25$ **e)** $\mu = 0{,}30$

5.15. Un corp punctiform,suspendat de un punct fix printr-un fir inextensibil de greutate neglijabilă şi lungime l este pus să descrie o circumferinţă într-un plan orizontal. Firul de suspensie descrie atunci pînza unui con cu deschidere 2α.
Care din formulele de mai jos exprimă viteza punctului în mişcare de rotaţie?

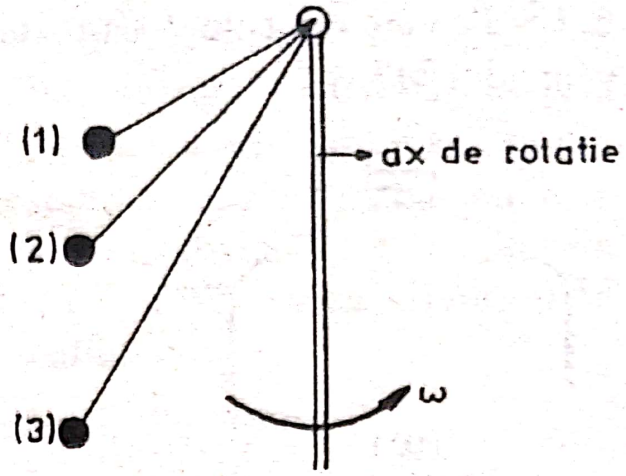
a) $v = \sqrt{l \cdot g \cdot \operatorname{tg}\alpha}$

b) $v = \sqrt{l \cdot g \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha)}$

c) $v = \sqrt{l \cdot g \cdot \left(\frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha\right)}$

Scanned with OKEN Scanner

5.16. Trei corpuri punctiforme (*1*), (*2*), (*3*) sînt fi-xate la extremităţile a trei tije de greutăţi neglijabile şi lungimi diferite. Tijele se articulează în acelaşi punct al unui ax vertical ce se roteşte odată cu ele.



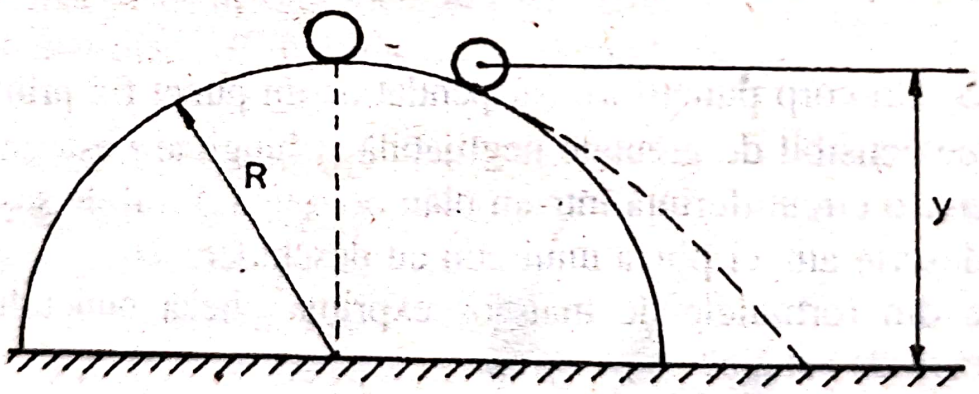
I) Care este locul geometric pe care se află celetrei corpuri în timpul rotirii axului cu vitezăunghiulară constantă ?

a) o dreaptă orizontală **b)** o dreaptă verticală
c) un arc de cerc orizontal **d)** un arc de cerc vertical
e) un arc de elipsă

II) Care din corpuri va lua poziţia cea mai îndepărtată de ax.

a) corpul (1) **b)** corpul (2) **c)** corpul (3)

5.17. Un mobil este lăsat să alunece fără frecare din punctul cel mai înalt al unei curbe semicirculare de rază R situată în plan vertical.

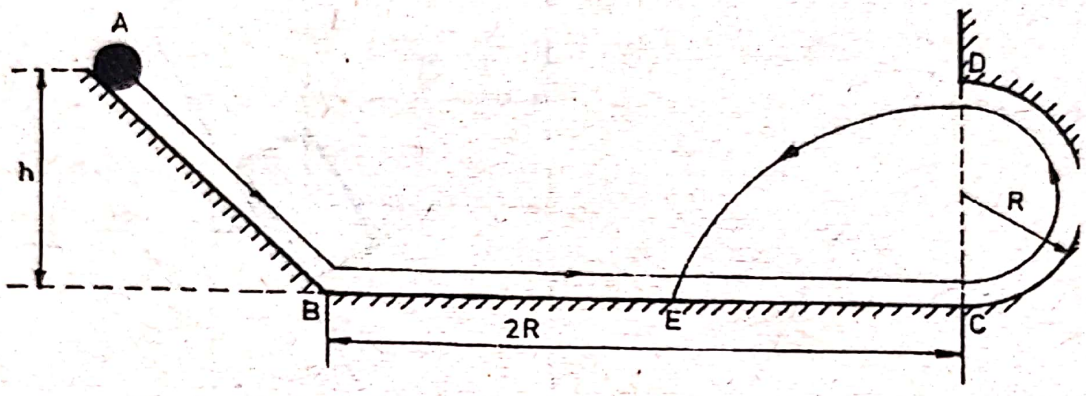


Care este altitudinea y (faţă de diametrul orizontal de bază al curbei) punctului în care mobilul părăseşte porţiunea de cerc pe care a parcurs-o ?

a) $y = \frac{3R}{4}$ **b)** $y = \frac{2R}{3}$ **c)** $y = \frac{R}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

5.18. Un corp punctiform alunecă din A de la înălţimea h pe un plan înclinat AB, îşi continuă drumul pe orizontală ($BC = 2R$) pînă în C unde intră pe o traiectorie circulară de rază R pe care o părăseşte în D, căzînd în E. (pe tot traseul frecările sînt neglijabile)



I) Ce valori poate avea înălţimea h pentru că mişcarea descrisă să fie posibilă?

a) $R \leq h \leq 2 \cdot R$ **b)** $2 \cdot R \leq h \leq 3 \cdot R$
c) $h \geq 2,5 \cdot R$ **d)** $h \geq 3 \cdot R$ **e)** $h \geq 3,68 \cdot R$

II) Unde cade corpul în ipoteza că h are valoarea minimă posibilă ?

a) pe planul înclinat **b)** pe planul orizontal
c) chiar în punctul B

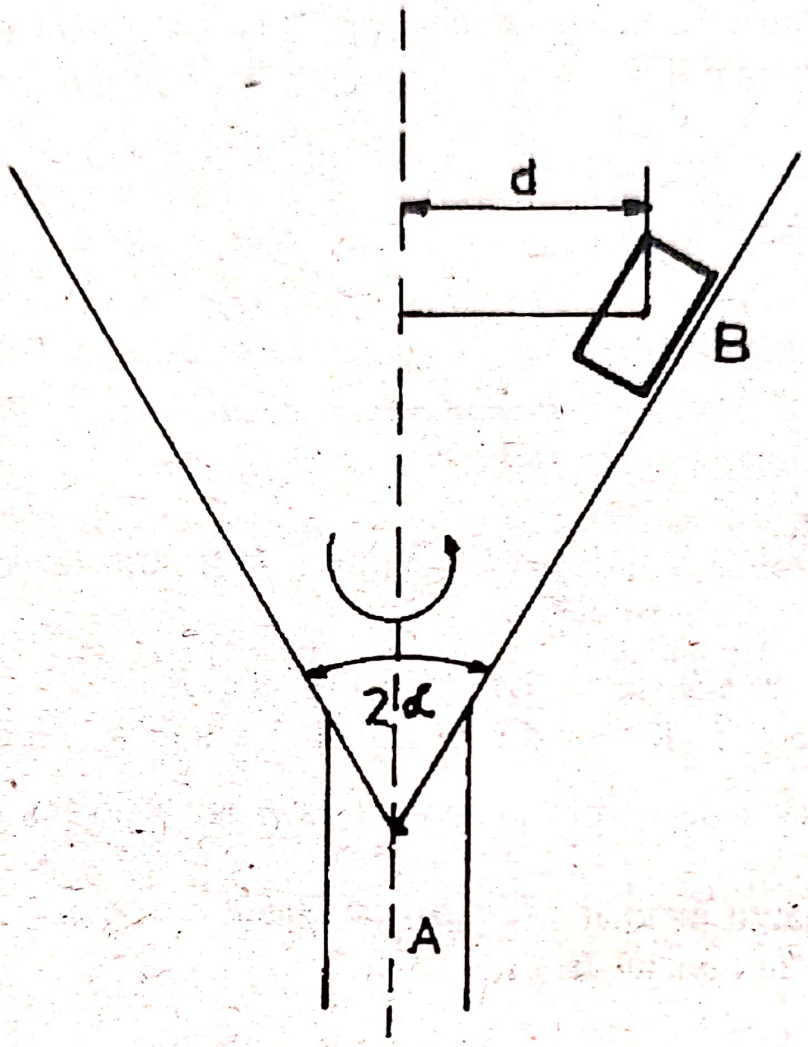
5.19. Cu ce turaţie minimă trebuie rotit un cilindru vertical de rază $r = 1$ m în jurul axei sale verticale, pentru ca un corp aşezat pe peretele interior al cilindrului să rămînă în repaus faţă de cilindru ?

a) 10 rot/s **b)** 5 rot/s **c)** 1 rot/s
d) Situaţia este imposibilă

(se cunoaşte coeficientul de frecare $\mu = 0,25$ între corp şi peretele interior al cilin-drului, $g = 9,8$ m/s^2 şi se acceptă aproximarea $\pi \approx \sqrt{9,8}$)

Scanned with OKEN Scanner

5.20. O pîlnie mare cu deschidere $2\alpha = 90°$ se roteşte în jurul axului vertical AA'.



Cu ce turaţie n (rot/min) se roteşte pîlnia ca un corp aşezat pe peretele interior al pîlniei la distanţa $d = 2{,}25$ m de ax, să se afle în repaus faţă de pîlnie?

a) . $n \geq 30$ rot/min

b) $n \leq 30$ rot/min

c) 10 rot/min $\leq n \leq 40$ rot/min

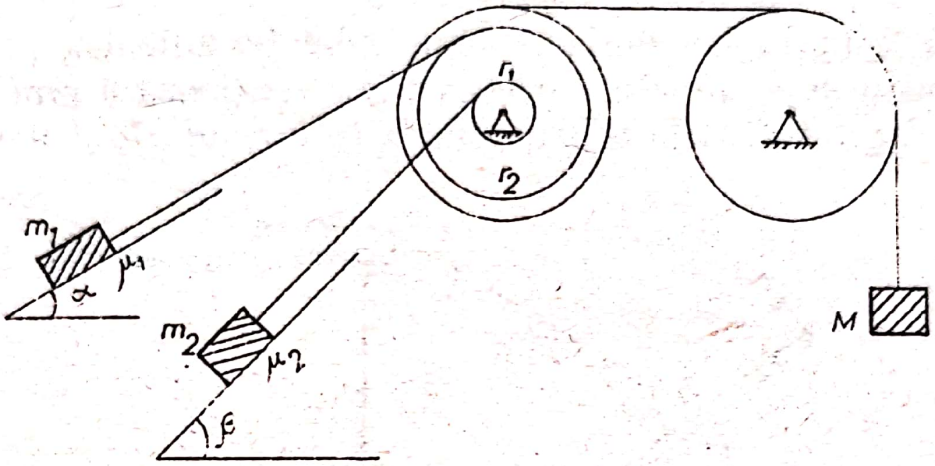
d) 20 rot/min $\leq n \leq 30$ rot/min

(se cunoaşte coeficientul de frecare $\mu = 0{,}6$ între corp şi peretele interior al pîlniei, $g = 9{,}8$ m/s^2 şi se acceptă aproximarea $\pi \approx \sqrt{9{,}8}$).

Scanned with OKEN Scanner

ECHILIBRUL CORPURILOR

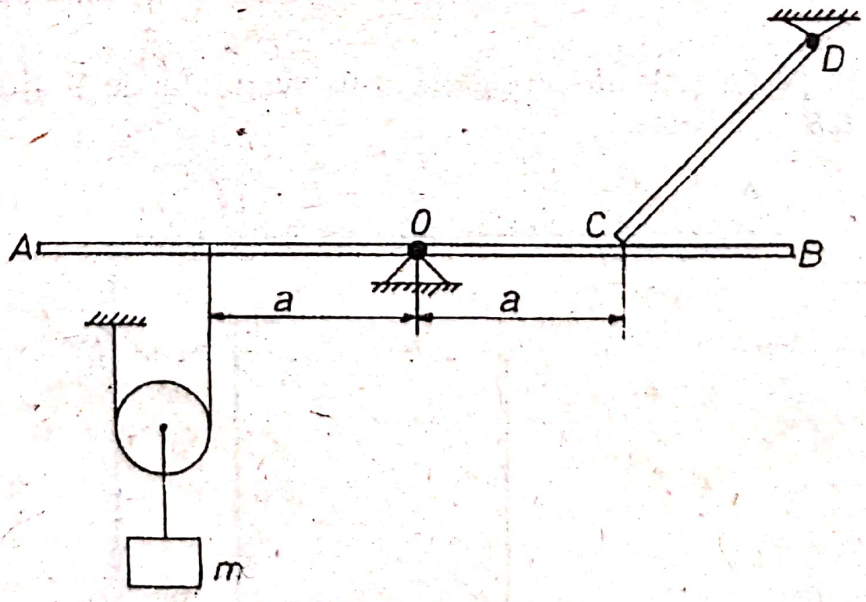
6.1. Masa M necesară ridicării uniforme a corpurilor m_1 şi m_2 este:



a) O zecime din media aritmetică a maselor m_1 şi m_2 ;
b) O zecime din media geometrică a maselor m_1 şi m_2 ;
c) O zecime din media armonică a maselor m_1 şi m_2 .

Se ştiu $\mu_1 = \frac{2}{5\sqrt{3}}$, $\mu_2 = \frac{1}{5}$, $\alpha = 30^0$, $\beta = 60^0$, $R_2 = 2R_1$, $R = 4R_1$.

6.2. Bara AB se poate roti în jurul articulaţiei O aflată la jumătatea ei.

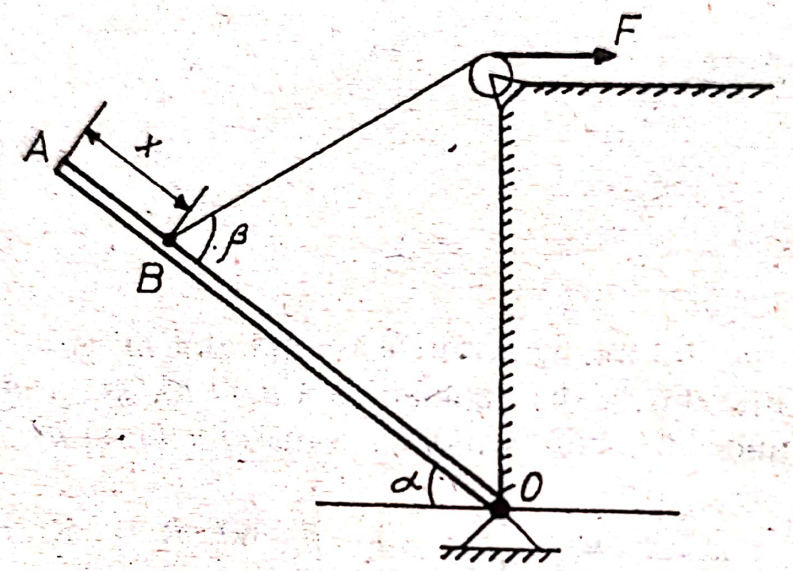


Scanned with OKEN Scanner

Ştiind masa m_1 a barei CD, pentru a obţine echilibrul sistemului trebuie ca masa m să fie:

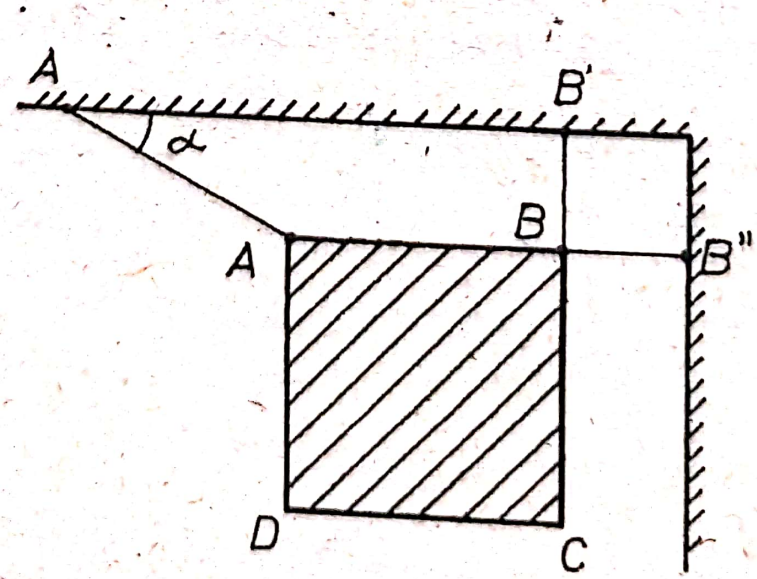
a) $m = 2\,m_1$ b) $m = \frac{m_1}{2}$ c) $m = m_1$

6.3. Pentru rotirea uniformă a unei bare AO articulate în O şi de masă m se utilizează o forţă F care acţionează prin firul $O'B$ legat de bară în B la distanţa x de capătul A al barei.



Precizaţi dacă:
a) Valoarea forţei F este independentă de poziţia barei α.
b) Valoarea forţei F este dependentă liniar de poziţia barei α.
c) Valoarea forţei F este dependentă neliniar de poziţia barei α.

6.4. O placă pătrată omogenă este susţinută de 3 fire: AA', BB', BB''.

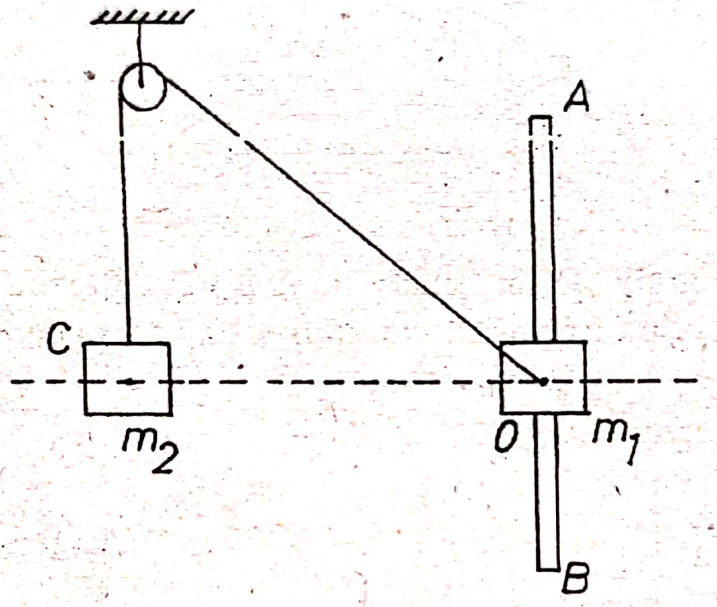


Scanned with OKEN Scanner

Este posibil ca tensiunile în cele trei fire să fie egale ?

a) Da, cu condiţia ca $A'A$ să fie în continuarea AD ($\alpha = 90°$)
b) Nu
c) Da, cu condiţia ca $\alpha = 45°$

6.5. Un cursor de masă m_1 poate aluneca fără frecare în lungul unei barei verticale AB. De cursor e prins un fir trecut peste un scripete, iar la capătul firului este o greutate de masă m_2.



Ştiind că sistemul este în echilibru astfel ca cele două mase să fie pe acelaşi nivel orizontal, iar lungimea firului e de două ori mai mare decît distanţa OC între corpuri, raportul $\frac{m_1}{m_2}$ este:

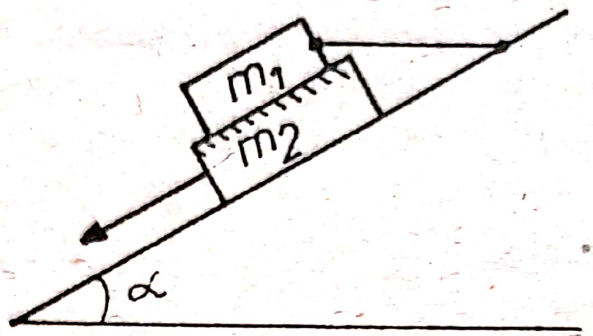
a) $\frac{5}{3}$ **b)** $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{4}{5}$

6.6. Ştiind că pentru a menţine în echilibru un corp pe un plan înclinat de unghi α trebuie aplicată corpului o forţă minimă normală pe plan de n ori mai mare decît o forţă minimă orizontală, care este coeficientul de frecare dintre corp şi plan:

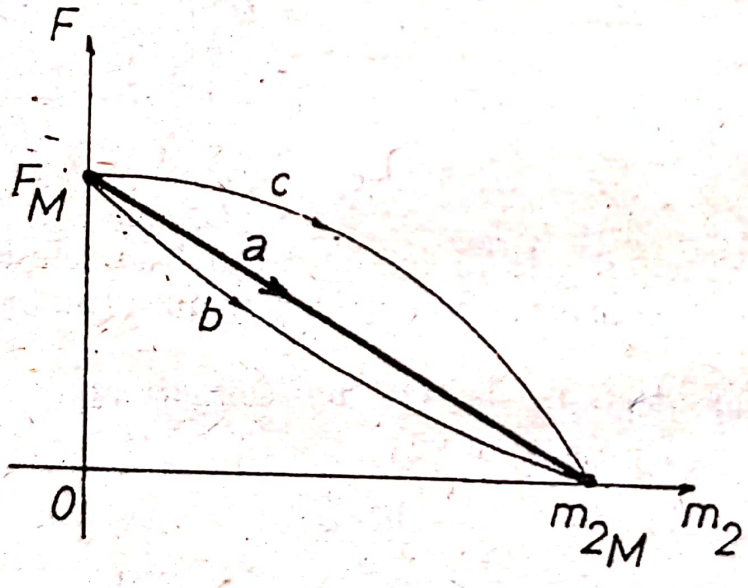
a) $\mu = \frac{1}{n - \operatorname{tg}\alpha}$ **b)** $\mu = \frac{\sin\alpha}{n - \cos\alpha}$ **c)** $\mu = \frac{\cos\alpha}{n - \sin\alpha}$

Scanned with OKEN Scanner

6.7. Fie corpul m_1 prins cu firul orizontal AB de un plan înclinat. Corpul m_1 este rezemat cu frecare de corpul m_2. Corpul m_2 poate aluneca fără frecare pe plan sub acţiunea forţei F.



I. Care din graficele din figura de mai jos reprezintă variaţia forţei F necesară extragerii corpului m_2 dintre plan şi m_1 ?



a) graficul a **b)** graficul b **c)** graficul c

II. iar valoarea m_{2M} din grafic reprezintă :

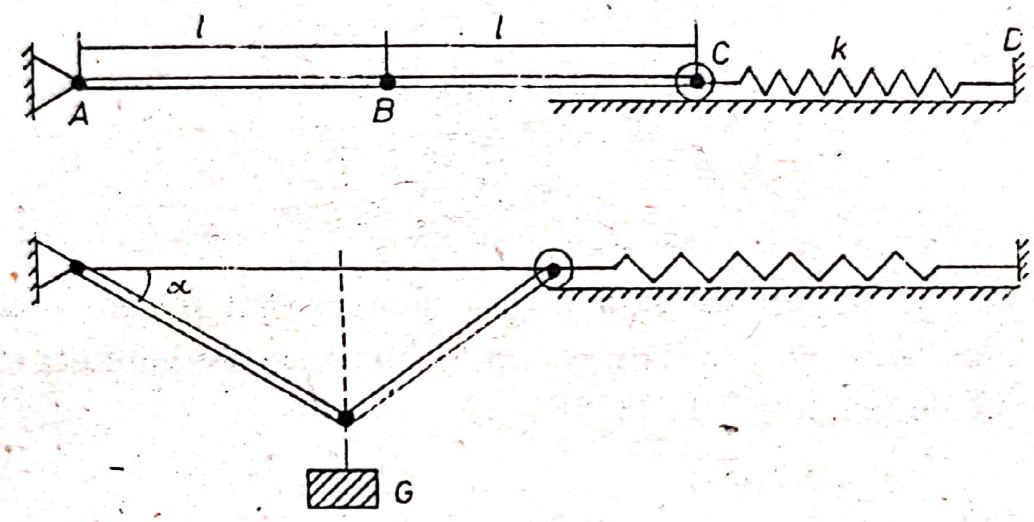
a) Valoarea maximă a masei m_2 pentru echilibru.

b) Valoarea minimă a masei m_2 pentru echilibru în prezenţa forţei F.

c) Valoarea masei m_2 începînd de la care nu mai e necesară o forţă pentru a-l atrage.

Scanned with OKEN Scanner

6.8. Sistemul format din două bare articulate $AB = BC = l$ de greutăţi neglijabile are în repaus barele coliniare, iar capul C este fixat în punctul fix D prin intermediul unui arc de constantă elastică k netensionat. Sub acţiunea unei greutăţi G fixată în B, sistemul mecanic se deformează, arcul se alungeşte, iar capătul C se poate deplasa fără frecare cu ajutorul unei role mici.



Ecuaţia care dă poziţia de echilibru este :

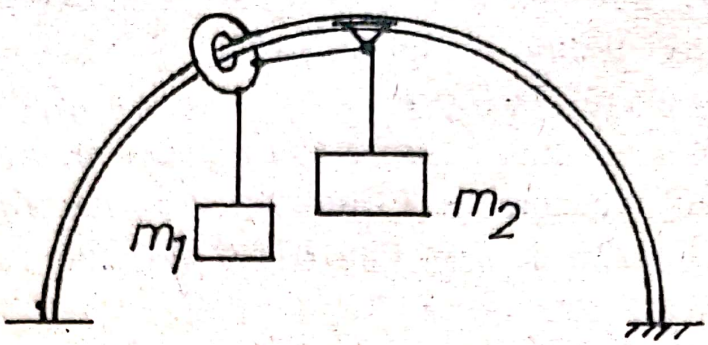
a) $\operatorname{tg}\alpha - \sin\alpha = \frac{1}{10}$ b) $\operatorname{ctg}\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{10}$

c) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{10}$

Se cunosc: $l = 40\text{cm}$, $G = 4{,}8\text{N}$, $k = 30\ \text{N/m}$

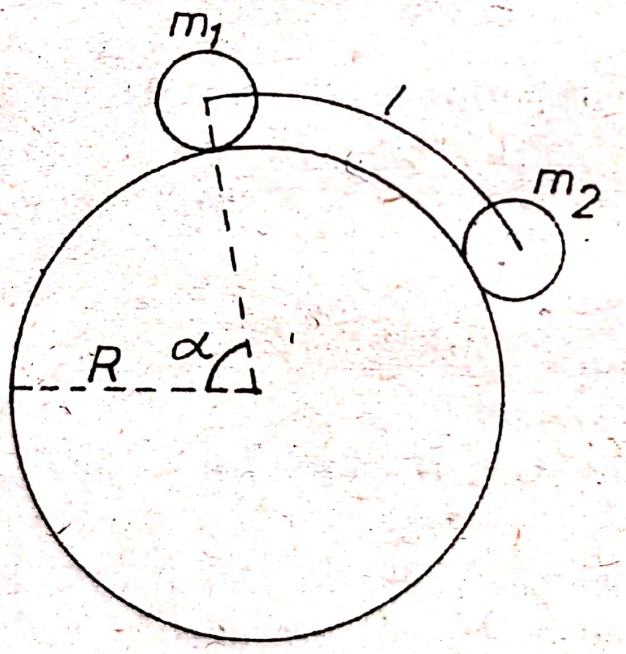
6.9. Un inel poate aluneca fără frecare de-a lungul unei vergele circulare. De inel este fixată o greu- tate m_1 şi este prins un fir la capătul căruia se găseste o greutate m_2 care trece peste un scripete fix fără frecare. Poziţia de echilibru determinată de unghiul α este :

Scanned with OKEN Scanner



a) $\sin\alpha = \frac{m_2}{m_1}$ **b)** $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{m_2}{2 \cdot m_1}$ **c)** $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{m_1}{m_2}$

6.10. Pe o sferă de rază R, pot aluneca fără frecare două bile cu mase m_1 respectiv m_2 ($m_1 = \sqrt{3}m_2$), legate între ele cu un fir de lungime l ($l = 0{,}5\pi R$).

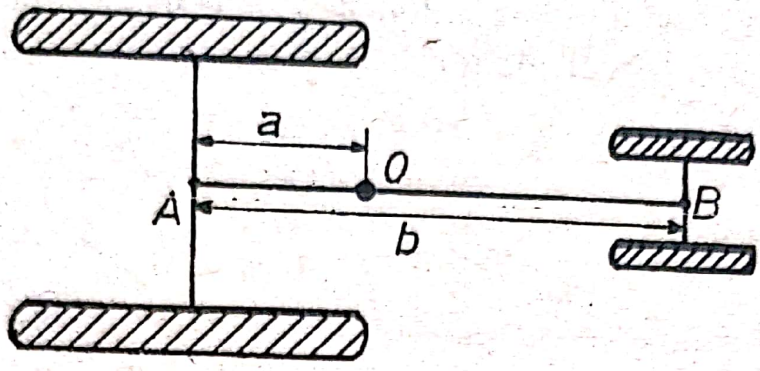


Dacă iniţial sistemul este poziţionat la $\alpha = 60°$, acesta va evolua astfel:

a) Alunecă spre dreapta. **b)** Alunecă spre stînga.
c) Rămîne în echilibru .

Scanned with OKEN Scanner

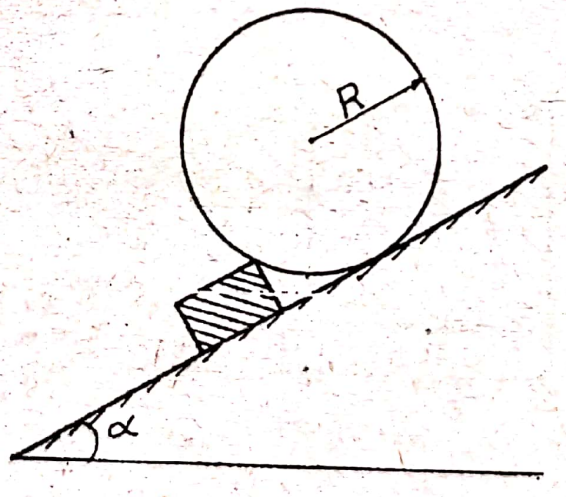
6.11. Un tractor are o greutate G concentrată în punctul O.



Pentru ca apăsarea asupra roţilor din spate să fie mai mare ca apăsarea asupra roţilor din faţă trebuie ca:

a) $a < \frac{b}{2}$ **b)** $\frac{b}{3} < a < \frac{b}{2}$ **c)** $a > \frac{3b}{4}$

6.12. O sferă de rază R este rezemată pe un plan înclinat şi oprită de un prag de înălţime de cinci ori mai mic decît raza ei.



Pentru ca sfera să poată trece peste prag se dă planului o înclinaţie α :

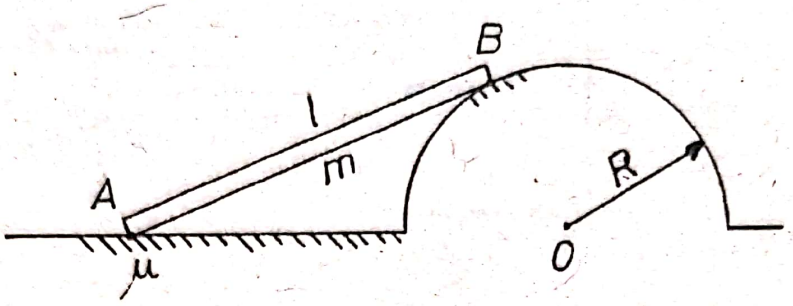
a) cuprinsă între 30° şi 45°

b) cuprinsă între 45° şi 60°

c) cuprinsă între 0° şi 30°

Scanned with OKEN Scanner

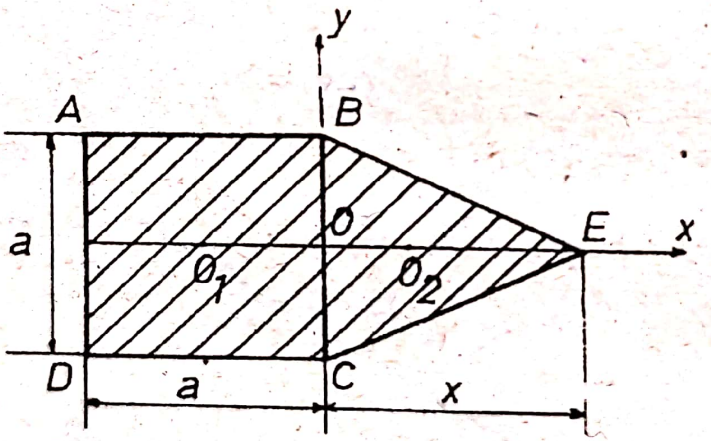
6.13. Bara omogenă $AB = l$ de masă m se sprijină cu frecare cu capătul A pe un plan orizontal şi tangent în B fără frecare pe o suprafaţă circulară cu centrul O şi raza R ($l = 2R$).



Pentru ca bara să fie în echilibru, coeficientul de frecare μ între bară şi sol este:

a) $\mu = \frac{1}{5}$ b) $\mu = \frac{1}{4}$ c) $\mu = \frac{1}{3}$

6.14. Fie placa omogenă de grosime constantă avînd forma suprafeţei ca în figură.



Pentru ca centrul de greutate al plăcii din figură să se găsească pe latura BC trebuie ca x să fie:

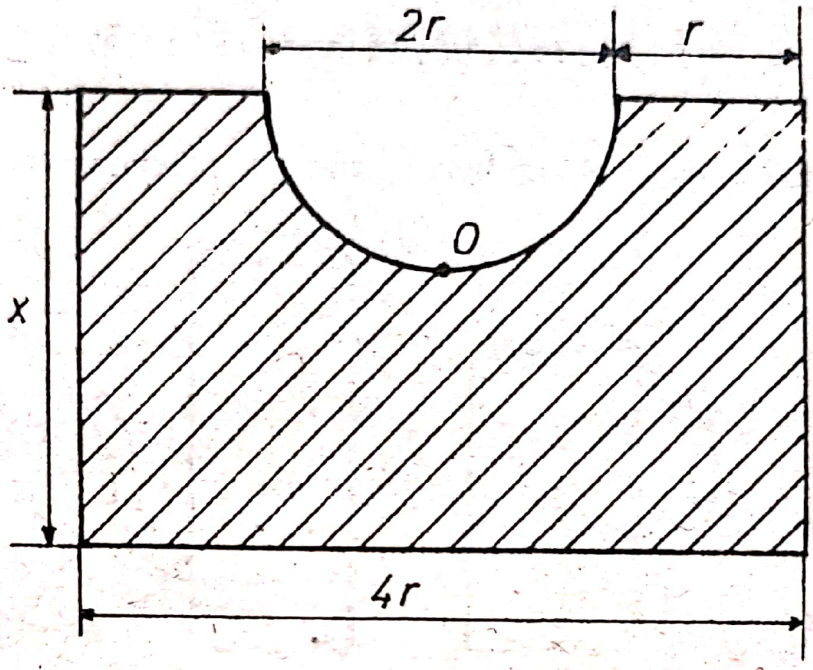
a) Mai mare decît dublul laturii a

b) Între valoarea laturii a şi dublul acestei valori

c) Egal cu $1{,}5\,a$.

Scanned with OKEN Scanner

6.15. Fie placa omogenă de grosime constantă avînd forma suprafeţei ca în figură.



Cunoscînd că centrul de greutate al unei plăci semicirculare se află pe perpendiculara ridicată din centrul cercului la distanţa de $\frac{4R}{3\pi}$ de centru, în interiorul plăcii, să se precizeze, în condiţiile în care centrul de greutate al figurii este în *O*, lăţimea *x* a plăcii dreptunghiulare :

a) O valoare între 2,5r şi 3,5r

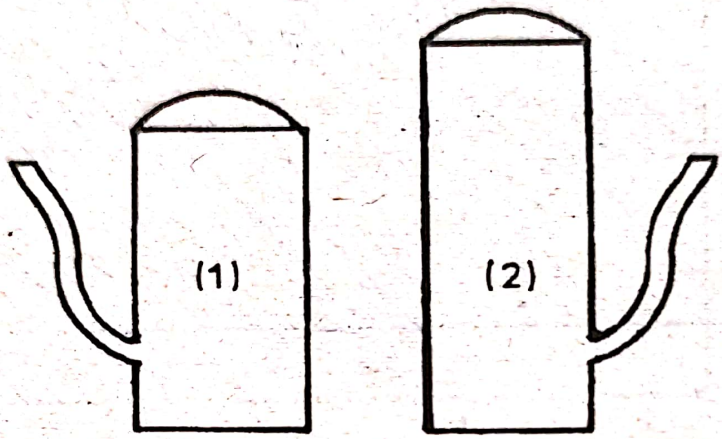
b) O valoare între 2r şi 2,5r

c) O valoare mai mică de 2r.

Scanned with OKEN Scanner

HIDROSTATICA ŞI HIDRODINAMICA

7.1. Care din ceainicele din figură poate să conţină mai mult ceai?

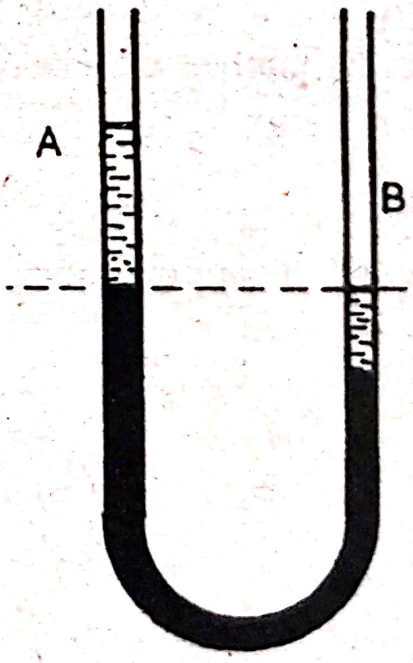


a) ceainicul (1).

b) ceainicul (2).

c) ambele conţin aceeaşi cantitate de ceai.

7.2. Ce lichid se află deasupra mercurului în ramura ***B***, cînd în ramura ***A*** este apă?



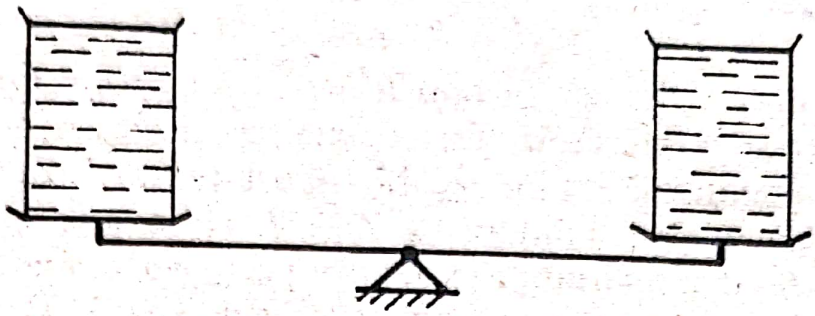
a) orice lichid.

b) un lichid mai greu decît apa dar mai uşor decît mercurul.

c) situaţia este imposibilă.

Scanned with OKEN Scanner

7.3. Pe talerele balanţei din figură se aşează două pahare identice pline cu apă. În vasul din dreapta se introduce o bucată de lemn. Ce se întîmplă ?



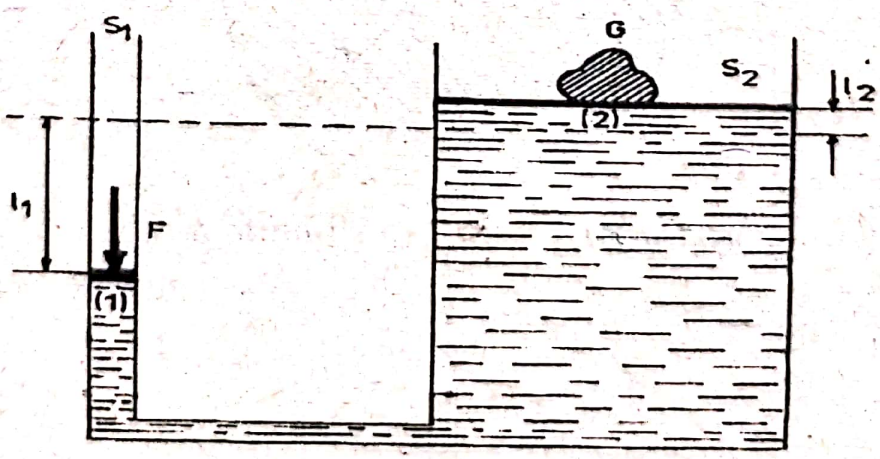
a) balanţa se înclină spre dreapta.
b) balanţa rămîne în echilibru.
c) balanţa se apleacă în stînga.

7.4. Se lasă să plutească vertical o lumînare într-un vas cu apă (lestînd-o prin fixarea unei greutăţi în partea inferioară) aşa fel ca lumînarea să poată fi aprinsă.Care din afirmaţiile de mai jos este corectă ?

a) lumînarea poate arde complet.
b) numai un procent din lungimea lumînării poate arde.
c) lumînarea nu poate arde.

7.5. Pe pistonul (*1*) al pompei hidraulice din figurăse apasă cu forţa F, efectuîndu-se o cursă l_1, iar pistonùl (*2*) care are pe el o greutate G se ridică cu distanţa l_2. Se propun următoarele relaţii:

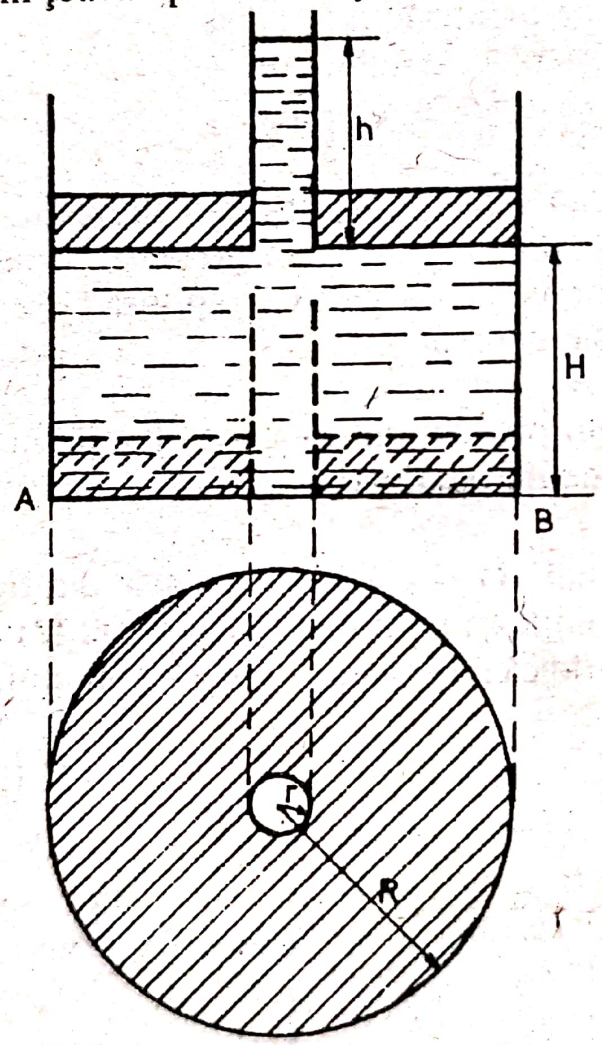
(1) $\frac{F}{S_1} = \frac{G}{S_2}$ **(2)** $l_1 \cdot S_1 = l_2 \cdot S_2$ **(3)** $F \cdot l_1 = G \cdot l_2$



Scanned with OKEN Scanner

Sînt adevărate :
a) numai relaţia (*1*).
b) numai relaţiile (*1*) şi (*2*).
c) toate trei relaţiile.

7.6. Un piston circular de rază R are în centru un orificiu de rază r. El are o masă M. De orificiu se sudează o ţeavă de greutate neglijabilă ca în figură. Acest piston poate culisa fără frecare într-un cilindru de rază R şi se află iniţial pe fundul AB al cilindrului. Se toarnă pe ţeavă o masă m de apă, pînă cînd pistonul se ridică la înălţimea H de fundul cilindrului, iar în ţeavă apa are înălţimea h.

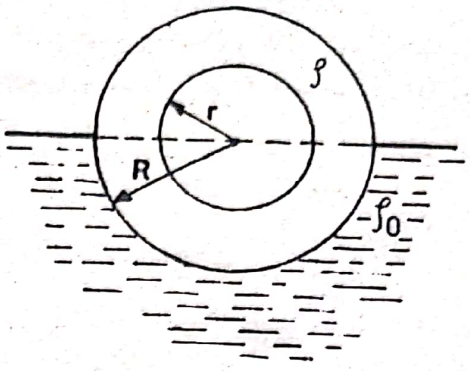


Care este raportul m/M pentru ca înălţimile $h=H$?

a) $\frac{m}{M} = \frac{R+r}{R-r}$ b) $\frac{m}{M} = \frac{R}{r}$ c) $\frac{m}{M} = \frac{R^2+r^2}{R^2-r^2}$

Scanned with OKEN Scanner

7.7. Un corp sferic gol pe dinăuntru, confecţionat dintr-un material de densitate ρ şi avînd raza exterioară ***R*** de două ori mai mare decît raza interioară ***r***, pluteşte în apă cu jumătate din suprafaţa sa exterioară. Materialul din care este confecţionat corpul are densitatea :



a) mai mare decît densitatea apei.
b) egală cu densitatea apei.
c) mai mică decît densitatea apei.

7.8. Un corp paralelipipedic de lemn cu densitate $\rho=600$ kg/m^3 pluteşte pe apă ($\rho_1=1000$ kg/m^3) fiind scufundat **30** cm în apă (ca în figura **a.**). Se toarnă în vas ulei ($\rho_2=500$ kg/m^3) pînă cînd corpul este acoperit complet de ulei.Ce porţiune **x** se află în ulei şi ce porţiune **y** se află în apă? (figura **b.**)

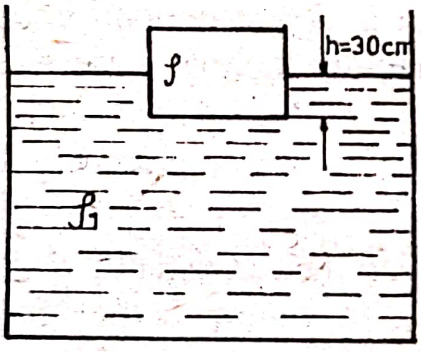


figura a.

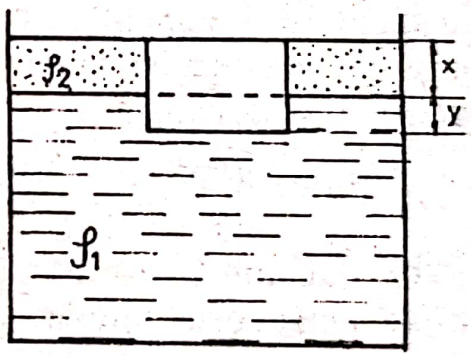


figura b.

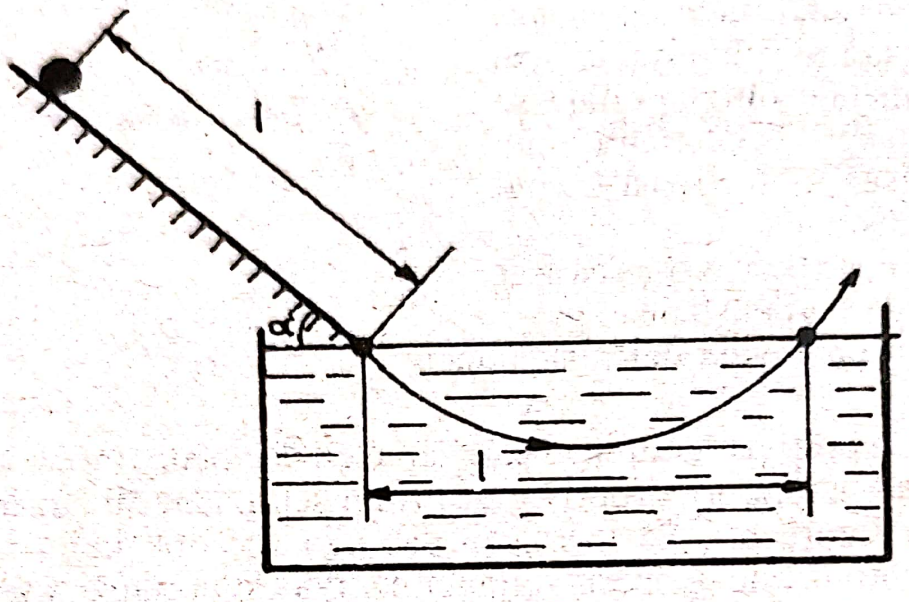
a) $\begin{cases} x=40 \text{ cm}, \\ y=10 \text{ cm} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x=30 \text{ cm}, \\ y=20 \text{ cm} \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x=25 \text{ cm}, \\ y=25 \text{ cm} \end{cases}$

7.9. O minge cu densitatea medie ρ este fixată la o anumită adîncime sub apă care are densitatea ρ_0. Lăsată liberă, mingea iese la suprafaţa apei ridicîndu-se deasupra acesteia. Care este relaţia între densităţile ρ_0 şi ρ pentru ca înălţimea la care se ridică mingea deasupra apei să fie de două ori mai mare decît adîncimea la care a fost iniţial fixată mingea sub apă?

a) $\rho=\rho_0$ **b)** $\rho=\frac{\rho_0}{2}$ **c)** $\rho=\frac{\rho_0}{3}$ **d)** $\rho=\frac{\rho_0}{4}$

Scanned with OKEN Scanner

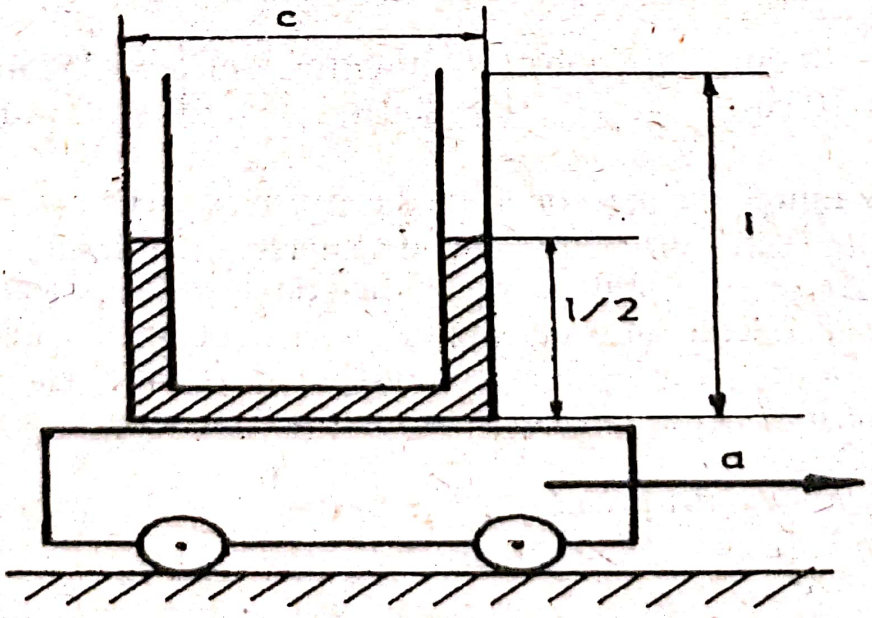
7.10. Din vîrful unui plan înclinat de înclinaţie $\alpha=60^o$ alunecă fără frecare un corp uşor de densitate ρ. După parcurgerea planului corpul intră într-un vas cu apă ($\rho_{apa}=1000$ kg/m^3).



Dacă suprafaţa lichidului este la nivel cu baza planului, iar distanţa între punctul unde corpul intră în apă şi punctul unde iese din apă este egală cu lungimea planului înclinat, care este densitatea corpului?

a) $\rho=400$ kg/m^3 **b)** $\rho=600$ kg/m^3 **c)** $\rho=800$ kg/m^3

7.11. Un tub în formă de "*U*" cu secţiunea constantă şi cu braţe egale este umplut cu lichid ca în figură. Tubul este aşezat orizontal pe un mobil în planul longitudinal al acestuia.

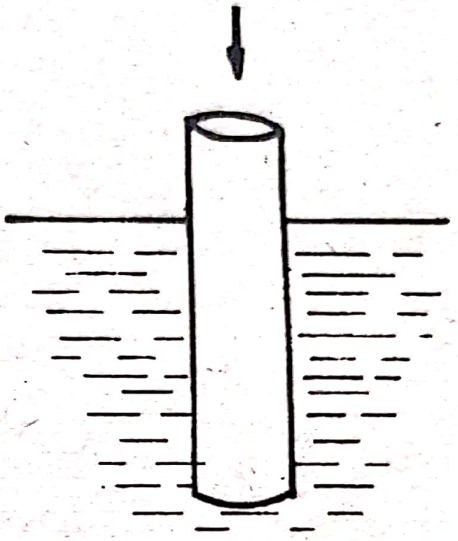


Scanned with OKEN Scanner

Dacă g=10 m/s², cu ce acceleraţie maximă poate pleca mobilul de pe loc astfel ca lichidul să nu iasă din tub?

a) a=2,5 m/s² **b)** a= 5 m/s² **c)** a=10 m/s²

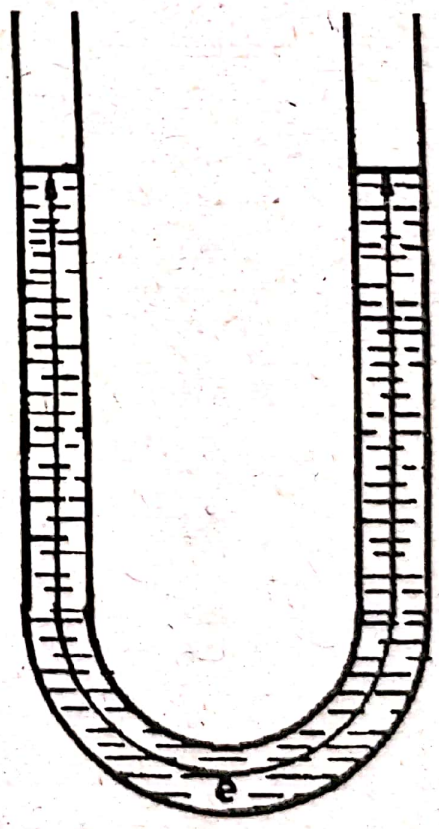
7.12. Un cilindru omogen de lungime l şi densitate ρ pluteşte într-un lichid de densitate ρ_0 ($\rho_0>\rho$) ca în figură. Apăsînd cilindrul pe capătul superior şi apoi eliberîndu-l, acesta va oscila armonic. Care este perioada acestor oscilaţii ?



a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\rho\, l}{\rho_0\, g}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\rho_0\, l}{\rho\, g}}$ **c)** $T = 2\pi\sqrt{\left(1-\dfrac{\rho}{\rho_0}\right)\dfrac{l}{g}}$

7.13. Un tub în formă de "*U*" conţine o coloană de lichid de densitate ρ şi de lungime totală l, aflată în echilibru. Dacă se dezechilibrează coloana de lichid şi apoi se eliberează, aceasta va oscila cu o perioadă T. Care este această perioadă?



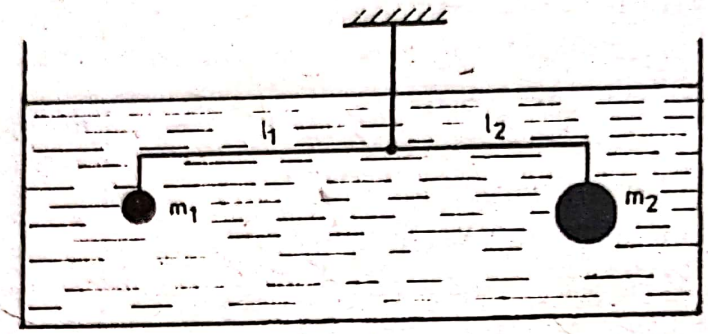
a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\rho\, g}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2\,l}{g}}$

Scanned with OKEN Scanner

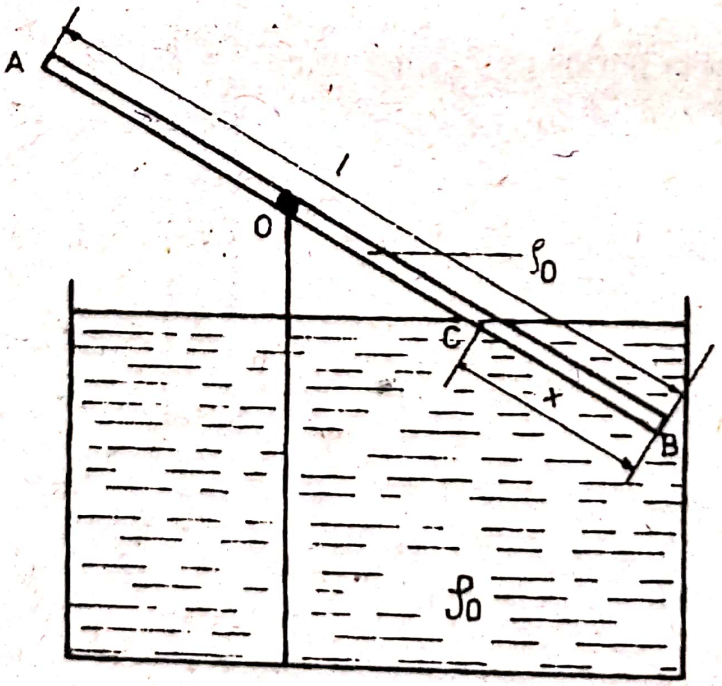
7.14. Două corpuri de aceeaşi greutate în vid au densităţile ρ_1 şi ρ_2. Ele atîrnă de capetele unei balanţe cu braţele de lungimi l_1 respectiv l_2 şi tot ansamblul se află scufundat într-un lichid de densitate ρ_0.



Cunoscînd $\rho_1=3\,\rho_0$ şi $\rho_2=2\,\rho_0$ şi că balanţa se află în echilibru în lichid (ca în fig.), care este relaţia între lungimile braţelor acesteia?

a) $l_1=\frac{3}{2}\,l_2$ b) $l_1=\frac{2}{3}\,l_2$ c) $l_1=3\,l_2$ d) $l_1=\frac{3}{4}\,l_2$

7.15. O bară ***AB*** uşoară, subţire, omogenă de lungime l şi densitate ρ este articulată fără frecări în ***O*** astfel încît $\frac{AO}{OB}=\frac{1}{8}$. Bara stă în echilibru ca în figură cu o porţiune ***BC*** scufundată într-un lichid de densitate ρ_0; $\rho_0=\frac{9}{4}\,\rho$



Scanned with OKEN Scanner

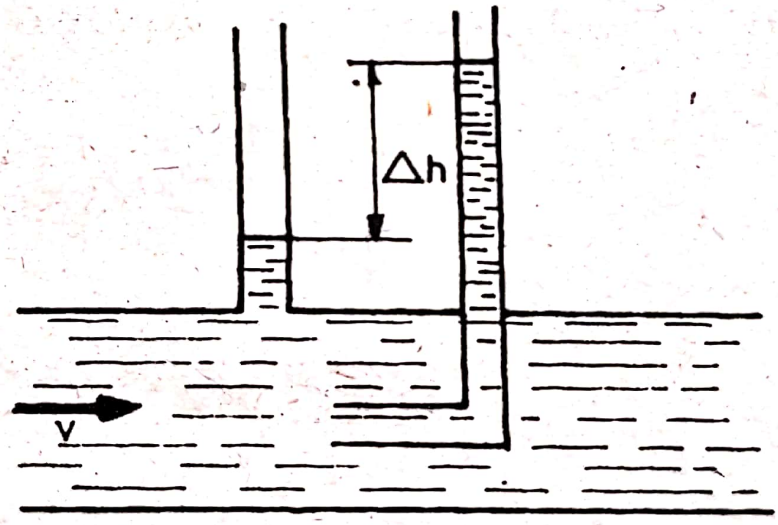
Cît din lungimea barei este scufundată în lichid?

a) $x=\frac{l}{9}$ b) $x=\frac{2l}{9}$ c) $x=\frac{4l}{9}$

7.16. O seringă lungă de l=6 cm, aflată în poziţie orizontală, plină cu apă (ρ=1000 kg/m^3) are suprafaţa pistonului S=2 cm^2, iar suprafaţa orificiului de ieşire s=1 mm^2. În cît timp va fi scoasă apa din seringă, dacă asupra pistonului se acţionează cu o forţă constantă F=3,6 N.

a) t=1 s b) t=2 s c) t=3 s

7.17. Printr-o conductă orizontală ca în figură curge un fluid. Diferenţa de nivel citită între cele două tuburi "spion" este Δh=5 cm.

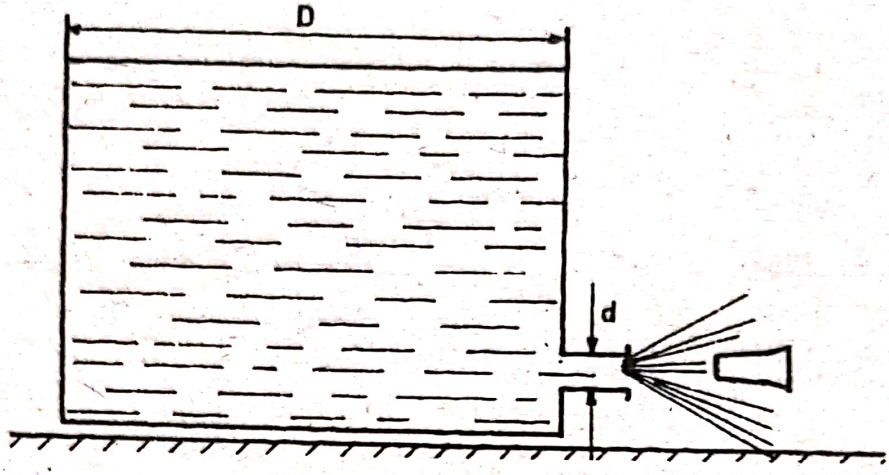


Dacă g=10m/s^2, care este viteza de curgere a fluidului? ()

a) v=3 m/s b) v=2 m/s c) v=1 m/s

7.18. Un cazan cilindric de greutate neglijabilă cu diametrul secţiunii D, plin cu apă, este aşezat pe un plan orizontal În partea de jos are un orificiu circular cu diametrul d, de 20 de ori mai mic decît diametrul cazanului, astupat cu un dop.

Scanned with OKEN Scanner



Cunoscînd faptul că între fundul cazanului şi suprafaţa orizontală există frecare, ce valoare limită poate avea coeficientul de frecare la alunecare, astfel ca la scoaterea dopului vasul să se pună îm mişcare sub influenţa jetului de lichid?

a) $\mu=0{,}005$ **b)** $\mu=0{,}004$ **c)** $\mu=0{,}003$

Scanned with OKEN Scanner

OSCILAŢII ŞI UNDE MECANICE

8.1. Planul ***ABCD*** se poate roti fără frecare în jurul laturii ***DC*** pe axul ***EE'***, formînd unghiul θ cu un plan orizontal. De latura ***AB*** a planului este fixat un pendul matematic care oscilează armonic cu o perioadă ***T*** - fig. a - (între ***m*** şi plan nu există frecări). Fie T_0 perioadade oscilaţie a pendulului cînd este fixat în ***O'*** şi atîrnă liber - fig. b.

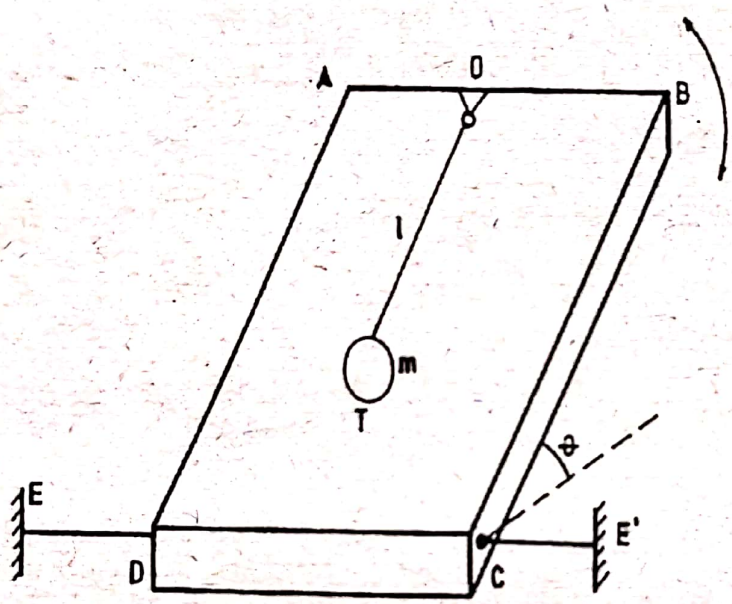


figura a.

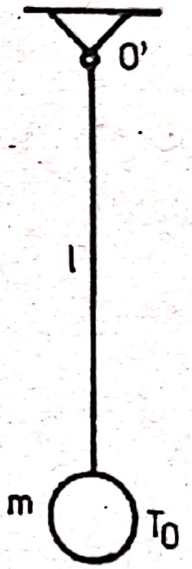


figura b.

Care este relaţia între **T** şi T_0 ?

a) pentru $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ $T = \frac{T_0}{\sqrt{\cos\theta}}$ şi pentru $\theta > \frac{\pi}{2}$ $T < T_0$

b) pentru $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ $T = \frac{T_0}{\sqrt{\sin\theta}}$ şi pentru $\theta > \frac{\pi}{2}$ $T = T_0$

c) pentru $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ $T = \frac{T_0}{\sqrt{\operatorname{tg}\theta}}$ şi pentru $\theta > \frac{\pi}{2}$ $T > T_0$

Scanned with OKEN Scanner

8.2. Un pendul matematic se fixează de tavanul unei cutii paralelipipedice. Cînd cutia este în repaus, pendulul oscilează cu perioada T_0.

A. Se imprimă cutiei o mişcare accelerată pe verticală în sus cu acceleraţia $\frac{g}{2}$ şi pendulul oscilează cu perioada T_a.

B. Se imprimă cutiei o mişcare accelerată pe verticală în jos tot cu $\frac{g}{2}$ şi pendulul oscilează cu T_b.

C. Se imprimă cutiei o acceleraţie $\frac{g}{2}$ pe orizontală şi pendulul oscilează cu T_c.

Care din afirmaţiile de mai jos este falsă ?

a) $T_b^2 = 3T_a^2$; $T_b^2 = \sqrt{5}\,T_c^2$; $T_a^2 = \frac{2}{3}T_0^2$

b) $T_c^2 = \frac{3}{\sqrt{5}}T_a^2$; $T_b^2 = 2T_0^2$; $T_c^2 = \frac{2}{\sqrt{5}}T_0^2$

c) $T_a^2 = \frac{2}{3}T_0^2$; $T_c^2 = \frac{1}{\sqrt{5}}T_0^2$; $T_b^2 = \sqrt{5}\,T_c^2$

8.3. Un oscilator oscilează armonic avînd faza iniţială nulă, perioada de oscilaţie T şi amplitudinea A. Care este valoarea elongaţiei y şi momentul t faţă de începutul mişcării atunci cînd energia sa potenţială este egală cu cea cinetică?

a) $y = \pm 0{,}707\ A$, $t = (2k+1)\frac{T}{4}$ $k = 0,1,2,....$

b) $y = \frac{\pm A}{2}$, $t = (2k+1)\frac{T}{8}$ $k = 0,1,2,....$

c) $y = \frac{\pm A}{\sqrt{2}}$, $t = (2k+1)\frac{T}{8}$ $k = 0,1,2,....$

Scanned with OKEN Scanner

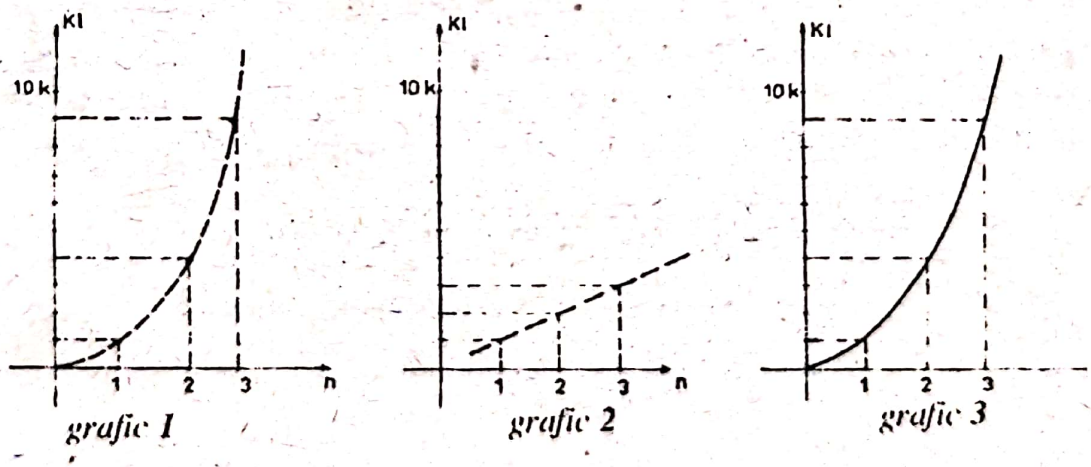
8.4. Două resorturi elastice verticale de constante elastice K_1 si K_2 sînt legate o dată în serie şi au atîrnată masa m_s, oscilînd cu perioada T_s şi o dată în paralel avînd atîrnată masa m_p, oscilînd cu perioada T_p. Condiţia ca perioadele celor două oscilaţii să fie egale ($T_p = T_s$) este:

a) $m_p > 2m_s$ b) $m_p \geq 4m_s$ c) $m_p \in (2m_s, 4m_s]$

8.5. Un resort vertical de masă neglijabilă are capătul de sus fixat iar capătul de jos are atîrnată o masă punctiformă, putînd oscila cu perioada T. Dacă se scoate masa din capătul de jos, unde se poate agată o masă dublă, pentru ca resortul să oscileze cu aceeaşi perioadă?

a) La o treime de capătul de sus al resortului.
b) La o treime de capătul de jos al resortului.
c) La jumătatea resortului.
d) Oriunde s-ar agăţa, condiţia ca să oscileze cu aceeaşi perioadă este imposibilă.

8.6. Un resort de constantă elastică K se taie în n bucăţi de lungime identică. Cele n arcuri rezultate se leagă între ele în paralel sistemul rezultat avînd o constantă elastică echivalentă $K_e = K(n)$. Pentru dependenţa constantei K_e de n se propun graficele :



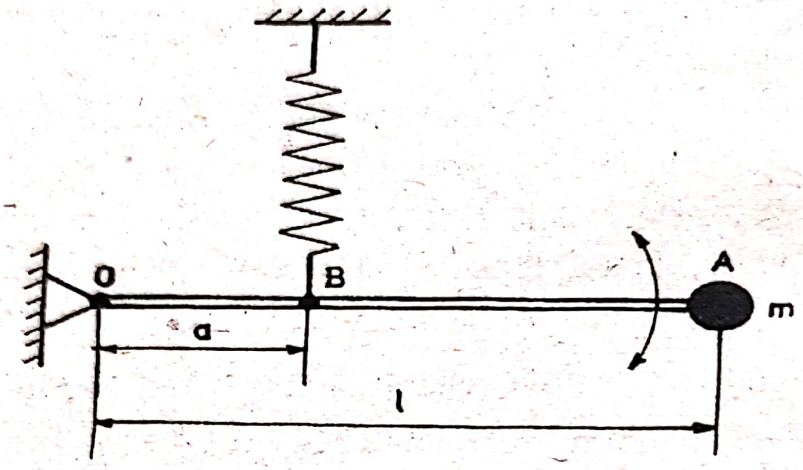
grafic 1 *grafic 2* *grafic 3*

Care din afirmaţiile de mai jos este corectă:

a) grafic 1 corect; b) grafic 3 corect;
c) grafic 1 şi grafic 3 incorecte; d) nici un grafic corect;
e) grafic 2 corect.

Scanned with OKEN Scanner

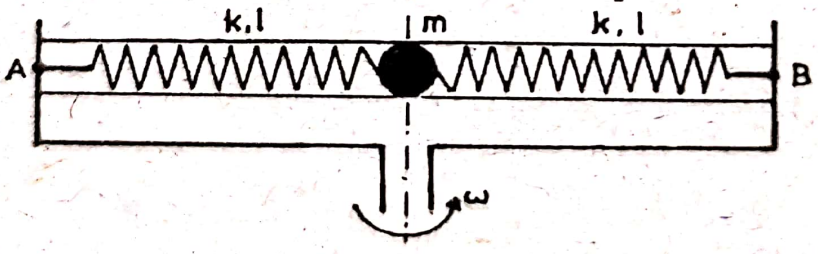
8.7. O bară rigidă *OA* de masă neglijabilă şi lungime *l* articulată fără frecare în *O*, iar de celălalt capăt avînd sudată o masă punctiformă *m* stă în echilibru orizontal cu ajutorul unui resort vertical prins în punctul *B* al barei la distanţa *a* de articulaţie (resortul dacă ar fi agăţat liber de un plafon şi ar avea atîrnată masa *m* ar oscila cu frecvenţa ν_0).



Care este frecvenţa micilor oscilaţii ale sistemului?

a) $\nu = \frac{l^2}{a^2}\nu_0$ b) $\nu = \frac{l}{a}\nu_0$ c) $\nu = \frac{a}{l}\nu_0$

8.8. Un taler circular de rază *l* este prins între două puncte *A* şi *B* diametral opuse o tijă pe care poate culisa fără frecare corpul de masă *m*, punctiform prins în două resorturi identice de constantă *K*, avînd celelalte capete prinse în *A* respectiv *B*. Iniţial arcurile nu sînt tensionate avînd lungimea *l*. Se imprimă sistemului o mişcare de rotaţie cu viteză unghiulară ω în jurul unei axe perpendiculare pe taler şi care trece prin centrul acestuia.

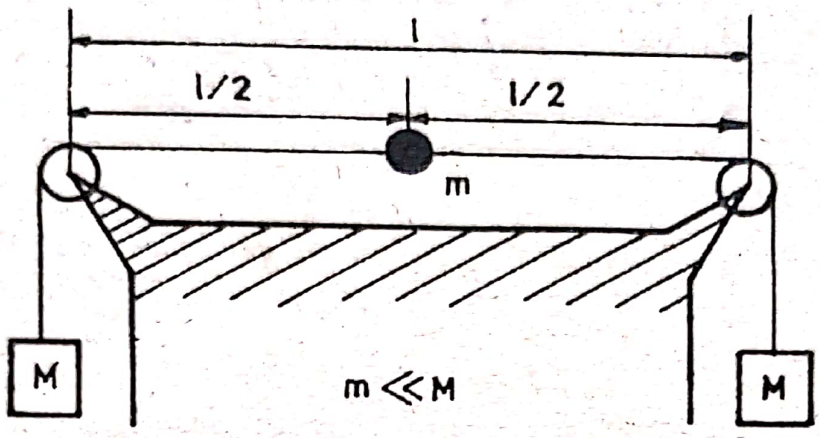


Care este condiţia ca masa *m* să fie în imposibilitate de a efectua mici oscilaţii?

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ b) $\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}}$ c) $\omega = \sqrt{\frac{\sqrt{2}\cdot k}{m}}$ d) $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

Scanned with OKEN Scanner

8.9. Corpul punctiform m stă în echilibru sub acţiunea greutaţilor M ca în figură.

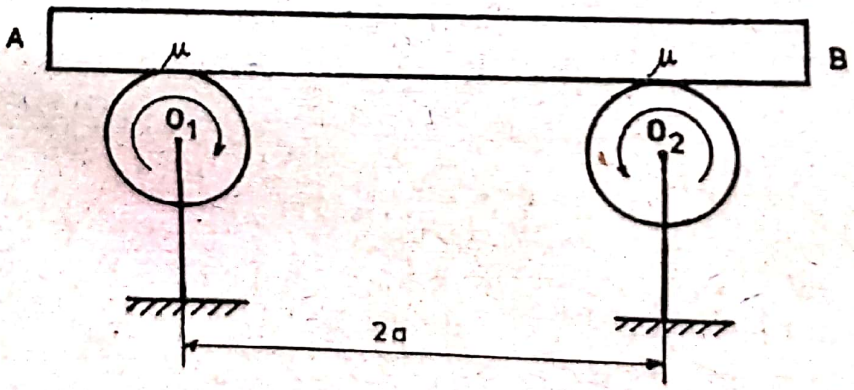


Care este perioada micilor oscilaţii pe care le poate efectua m?

a) $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{m\,l}{M\,g}}$ b) $T = \pi \sqrt{\dfrac{m\,l}{M\,g}}$

c) $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{M\,l}{m\,g}}$ d) $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{m\,l}{(M+m)\,g}}$

8.10. O bară omogenă este plasată în echilibru pe doi tamburi în rotaţii rapide de sens invers. Distanţa dintre tamburi este $2a$ iar coeficientul de frecare între bară şi tamburi este μ. Bara poate efectua mici oscilaţii armonice stînga-dreapta.



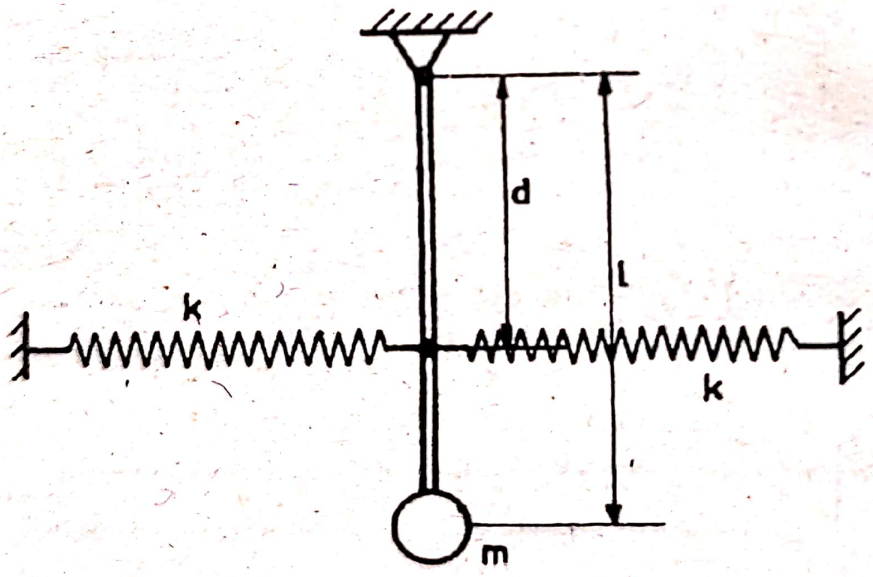
Scanned with OKEN Scanner

Care este perioada acestor oscilaţii?

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{\mu g}}$ b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{3a}{2\mu g}}$

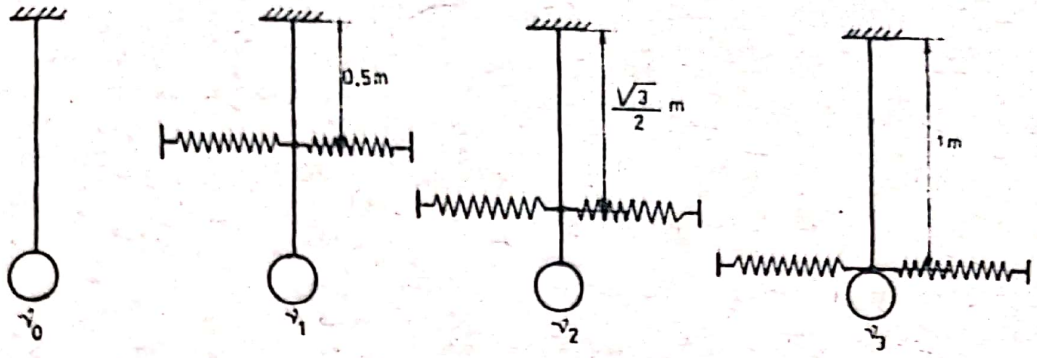
c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{2\mu g}}$ d) $T = \infty$ (bara nu poate oscila)

8.11. Un pendul e format dintr-un corp de masă m, aşezat la capătul A al unui tije rigide OA de masă neglijabilă, de lungime l suspendată într-o articulaţie O fără frecare. La distanţa d de articulaţie tija este prinsă simetric de două resorturi identice, foarte uşoare, aflate în poziţie orizontală, avînd constanta de elasticitate K şi în poziţia de echilibru netensionate.



Cunoscînd $l = 1$ m, cantitatea $\frac{2k}{mg} = 32\ m^{-1}$ se consideră următoarele situaţii avînd frecvenţa micilor oscilaţii ν_0, ν_1, ν_2, ν_3

Scanned with OKEN Scanner



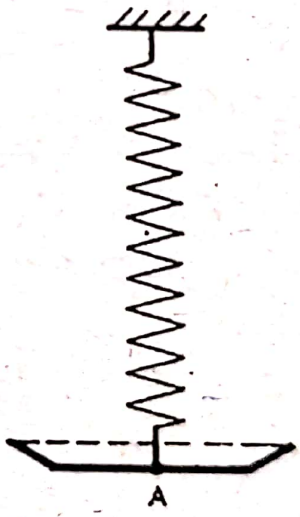
Studiind aceste situaţii precizaţi care din afirmaţiile de mai jos este neadevărată?

a) $\nu_1 = 3\nu_0$ şi $\nu_1 = \frac{5}{3}\nu_2$ b) $\nu_1 = 3\,\nu_0$ şi $\nu_3 = \sqrt{33}\ \nu_0$

c) $\nu_2 = \frac{5}{3}\,\nu_1$ şi $\nu_3 > \nu_0$ d) $\nu_3 > \nu_2 > \nu_1 > \nu_0$

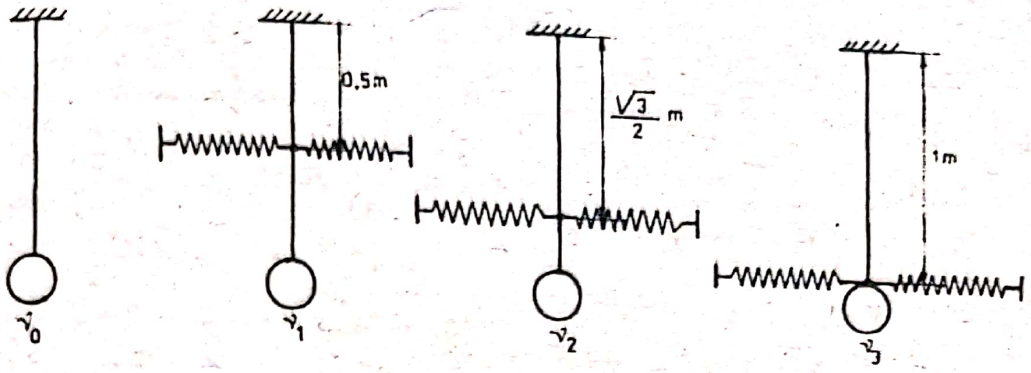
e) $\nu_1 = 3\,\nu_0$ şi $\nu_2 = 5\,\nu_0$

8.12. Un taler este atîrnat în capătul de jos *A* al unui resort de masă neglijabilă. De la înalţimea *h* cade pe el o bucată de plastilină, sistemul începînd să oscileze. Fie $d = 1$ cm, distanţa între poziţia punctului *A* înainte de a cădea bucata de plastilină şi poziţia pe care ar avea-o *A* cînd talerul cu bucata de plastilină ar fi în echilibru (centrul de oscilaţie) şi fie *D* distanţa între poziţia punctului *A* dacă de resort nu ar fi atîrnat talerul (resort netensionat) şi centrul de oscilaţie. Dacă $n = 24$ exprimă de cîte ori este mai mare *h* decît *D*, care este valoarea *A* a amplitudinii oscilaţiilor?



a) A = 5 cm. b) A = 6 cm. c) A = 7 cm.

Scanned with OKEN Scanner



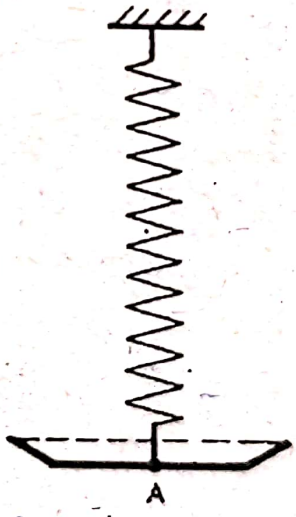
Studiind aceste situaţii precizaţi care din afirmaţiile de mai jos este neadevărată?

a) $\nu_1 = 3\nu_0$ şi $\nu_1 = \frac{5}{3}\nu_2$ b) $\nu_1 = 3\,\nu_0$ şi $\nu_3 = \sqrt{33}\ \nu_0$

c) $\nu_2 = \frac{5}{3}\,\nu_1$ şi $\nu_3 > \nu_0$ d) $\nu_3 > \nu_2 > \nu_1 > \nu_0$

e) $\nu_1 = 3\,\nu_0$ şi $\nu_2 = 5\,\nu_0$

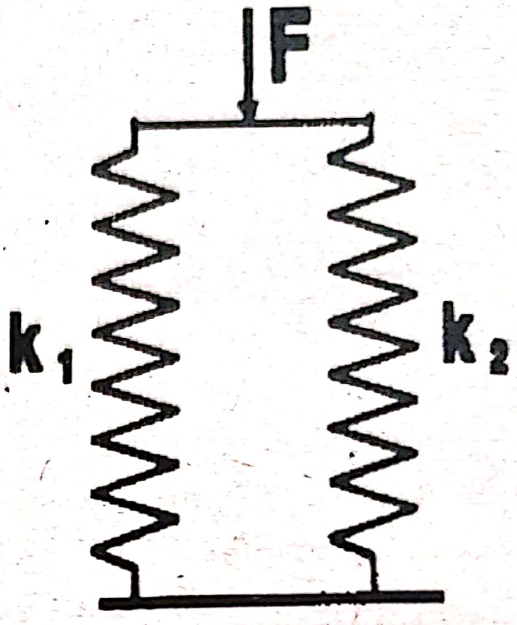
8.12. Un taler este atîrnat în capătul de jos *A* al unui resort de masă neglijabilă. De la înalţimea ***h*** cade pe el o bucată de plastilină, sistemul începînd să oscileze. Fie $d = 1$ cm, distanţa între poziţia punctului *A* înainte de a cădea bucata de plastilină şi poziţia pe care ar avea-o *A* cînd talerul cu bucata de plastilină ar fi în echilibru (centrul de oscilaţie) şi fie *D* distanţa între poziţia punctului *A* dacă de resort nu ar fi atîrnat talerul (resort netensionat) şi centrul de oscilaţie. Dacă $n = 24$ exprimă de cîte ori este mai mare ***h*** decît *D*, care este valoarea *A* a amplitudinii oscilaţiilor?



a) A = 5 cm. b) A = 6 cm. c) A = 7 cm.

Scanned with OKEN Scanner

8.13. Două resorturi cu constantele elastice k_1 şi respectiv k_2, legate în paralel, sînt supuse acţiunii unei forţe **F** care acţionează la mijlocul distanţei dintre ele. Constanta elastică echivalentă este dată de relaţia:



a) $k_e = \dfrac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$

b) $k_e = \dfrac{2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$

c) $k_e = \dfrac{4 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$

d) $\dfrac{1}{k_e} = \dfrac{1}{4} \cdot \left(\dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2} \right)$

8.14. O lamă metalică elastică de lungime *l* este fixată strîns la unul din capete. Care sînt frecvenţele proprii de vibraţie ale lamei, dacă viteza de propagare a undelor în ea este egală cu *c*?

a) $\nu_k = \dfrac{c}{4l}(2k+1)$; **b)** $\nu_k = \dfrac{c}{4l}2k$; **c)** $\nu_k = \dfrac{c}{2l}(2k+1)$; $k=1,2,3...$

8.15. Cu cît sînt egale frecvenţele oscilaţiilor proprii ale unei coloane de aer, de lungime *l*, dintr-un tub deschis la ambele capete?

a) $\nu_k = \dfrac{c}{2l}k$; **b)** $\nu_k = \dfrac{c}{2l}(2k+1)$; **c)** $\nu_k = \dfrac{c}{2l}2k$; $k=1,2,3...$

Scanned with OKEN Scanner

8.16. Se ştie că pe Lună corpurile sînt mai uşoare decît pe Pămînt. Un sunet produs la capătul unei bare metalice aflată pe Lună se propagă prin bară:

a) Mai repede decît prin aceeaşi bară aflată pe Pamînt;
b) Mai încet decît prin bara de pe Pămînt;
c) Cu aceeaşi viteză;
d) Pe Lună nu se proagă;
e) Se va propaga cu o viteză de şase ori mai mică decît pe Pămînt.

8.17. Într-o coardă de produce o oscilaţie de o anumită lungime de undă şi o anumită frecvenţă. Această oscilaţie se transmite în aer:

a) Cu aceeaşi frecvenţa şi lungime de undă diferită;
b) Cu aceeaşi lungime de undă şi frecvenţă diferită;
c) Cu aceeaşi lungime de undă şi aceeaşi frecvenţă;
d) Cu lungime de undă şi frecvenţă diferite;
e) Cu aceeaşi intensitate.

8.18. Se dau ecuaţiile a trei oscilaţii armonice cu elongaţiile paralele, propagate din trei surse pînă într-un punct ***P***:

I. $y_1 = 20 \cdot \sin(\omega t + \pi)$

II. $y_2 = 40 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$

III. $y_3 = 58 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$

Prin suprapunerea căror oscilaţii se obţine amplitudinea maximă?

a) ***I+II***; **b)** ***I+III***; **c)** ***II+III***; **d)** ***I+II+III***;
e) oricare dintre ele luate împreună.

Scanned with OKEN Scanner

8.19. Între polii unui electromagnet aşezaţi la o mică distanţă în regiunea mijlocie este un fir de nichelină de lungime l, raza secţiunii r şi densitatea, întins de o forţă de tensiune, cînd se excită electromagnetul printr-un curent alternativ de frecvenţă ν, coarda începe să vibreze. Care este tensiunea în coardă?

a) $F = 16\pi\nu^2 l^2 \rho r^2$ b) $F = 8\pi\nu^2 l^2 \rho r^2$ c) $F = 4\pi\nu^2 l^2 \rho r^2$

8.20. Un fir este aşezat la un vibrator (ramura unui diapazon) ce vibrează cu frecvenţa de $\nu = 50\ Hz$. Firul este trecut peste un scripete şi întins de greutate $G_0 = 5N$. Lungimea firului între diapazon şi scripete este $l = 2m$. Care sînt valorile lui G_2 pentru al doilea mod de vibraţie (se formează un nod intermediar) şi respectiv G_3 pentru al treilea mod de vibraţie?

a) $G_2 = 20$ N, $G_3 = 45$ N;
b) $G_2 = 20$ N, $G_3 = 20$ N;
c) $G_2 = 45$ N, $G_3 = 20$ N

8.21. Un diapazon D vibrează cu $\nu = 116Hz$. Se fixează la unul din braţele lui o mică furcă cu două vîrfuri ale căror extremităţi ating suprafaţa unei băi de mercur. Se obţine un cîmp de interferenţă. Se măsoară distanţele de la cele două vîrfuri (S_1 şi S_2) vibratoare faţă de un punct M luat pe hiperbola a n^{a}, socotită de la axa comună. Găsim $MS_1 - MS_2 = 1{,}07$cm. De aceeaşi parte a axei de simetrie se ia un punct M' pe hiperbola $(n + p)$, unde $p = 12$ şi $M'S_1 - M'S_2 = 2{,}03$cm. Care sînt: lungimea de undă şi viteza de propagare a mişcării?

a) $\lambda = 0{,}8$ mm şi $c = 9{,}28$ cm/s;
b) $\lambda = 0{,}8$ mm şi $c = 9{,}53$ cm/s;
c) $\lambda = 1$ mm şi $c = 9{,}5$ cm/s;

Scanned with OKEN Scanner

8.22. Un observator de pe pămînt vede apropiindu-se de le un avion care însă nu-l aude. Avionul trece de observator şi se îndepărtează. Observatorul aude zgomotul avionului abia în momentul în care vede avionul pe o direcţie care formează cu orizontala un unghi $\varphi = 30°$. Avionul zburînd în linie orizontală care este viteza acestuia?

a) 4228 km/h; b) 2884 km/h; c) 2448 km/h.

8.23. Ce frecvenţă înregistrează un observator care s-a deplasat cu o viteză egală cu viteza de propagare a sunetului **c**, depărtîndu-se de sursa ce emite un sunet cu frecvenţa $\nu_s = 1000Hz$:

a) 1000 Hz; b) zero; c) 2000 Hz.

8.24. ***În problemele de mai jos sînt espuse unele fenomene ondulatorii. Completaţi cuvintele lipsă marcate cu "...." cu cuvintele adecvate, astfel încît textul problemelor să aibă un înţeles fenomenologic logic şi clar.***

1. Un daipazon este fixat mai întîi într-o menghină., apoi pe o cutie de rezonanţă. În ambele cazuri diapazonul se excită prin lovituri de intensităţi identice. Diapazonul fixat în menghină va suna un timp..., deoarece el emite în unitatea de timp mult mai puţină energie decît diapazonul de pe cutie.

2. Se consideră că viteza undelor acustice nu depinde practic de frecvenţă. Dacă viteza sunetului ar depinde de frecvenţă, s-ar observa o deformare "vizibilă" a sunetului provenit de la surse care se află la distanţe...

3. La oscilaţiile diapazonului, în orice moment, lamele lui se mişcă în sensuri opuse. Impulsul total al diapazonului rămîne astfel tot timpul egal cu... Aceasta înseamnă că nu trebuie să

Scanned with OKEN Scanner

acţioneze nici un fel de forţe exterioare asupra diapazonului şi că nu este necesarca el să fie fixat. La oscilaţiile unei bare, capătul ei trebuie fixat într-o menghină. Impulsul barei se schimbă tot timpul, iar din partea menghinei acţionează o forţă... avînd amplitudinea destul de mare.

4. Folosind fenomenul de..., se poate excita o coardă a pianului cu ajutorul diapazonului.

5. O placă, care oscilează cu anumită amplitudine, creează unde mai întîi în apă şi apoi în aer. Presiunea în apă este de multe ori mai mare, deoarece lichidele, sînt practic...

6. Dacă distanţa dintre surse este mai mică decît jumătate din lungimea de undă, atunci în nici un punct al spaţiului diferenţa de drum nu va fi egală cu $\frac{\lambda}{2}$*, deci nu va avea loc... completă a undelor.*

7. Maximele figurii de interferenţă sînt cu atît mai clare, cu cît... undelor care se întîlnesc într-un punct dat, diferă mai puţin. La depărtări mari de, dreapta care trece prin mujlocul distanţei dintre surse,... undelor diferă mult (diferenţa de drum parcursă este mare), ceea ce face ca figura de interferenţă în această zonă să fie mai puţin clară.

8. În clădiri sunetul pare mai intens decît în aer liber, deoarece peste undele iniţiale se suprapun undele... e pereţi, amplificîndu-le, energia, rămînînd localizată într-un spaţiu mic.

9. Odată cu unda primară a unui tunet, noi recepţionăm şi undele reflectate de diferite obiecte: nori, dealuri etc. Dacă fulgerul s-a produs departe, atunci amplitudinea undelor iniţiale şi reflectate... De aceea se aude o bubuitură... Atunci cînd fulgerul se produce aproape, unda directă este mult: mai... decît ecoul multiplu provenit de la diferite obiecte, depărtate, astfel că se aude un zgomot asurzitor.

10. La o explozie, într-o casă se sparg nu numai geamurile ferestrelor din partea îndreptată spre explozie, ci şi cele din partea opusă, deoarece, în urma difracţiei, unda ocoleşte casa şi creează o... suplimentară în partea opusă exploziei.

11. Zăpada scîrţîie, sub paşi noştri numai în zilele foarte geroase, deoarece, zăpada puternic înghetată este formată din cristale de gheaţă compacte, deci din corpuri solide cu... sporită, care vibrează uşor şi mai intens.

Scanned with OKEN Scanner

12. Relaţia dintre lungimea de undă λ, viteza c de propagare şi frecvenţa ν a sunetului este $\lambda=\frac{c}{\nu}$. *Sunetul se propagă prin aer cu o viteză mai mică, decît prin apă* ($c_1 < c_2$). *Deoarece frecvenţa ν a sunetului rămîne constantă, înseamnă că* $\frac{c_1}{\lambda_1}=\frac{c_2}{\lambda_2}$, *adică lungimea de undă este mai... în aer, unde şi viteza de propagare este mai...*

13. În apropierea sursei, undele sînt sferice, iar energia care traversează unitatea de suprafaţă scade mult cu distanţa (respectiv cu mărimea suprafeţei) în lungul direcţiei de propagare. La distanţă mare de sursă undele pot fi considerate..., iar energia care trece prin suprafaţa normală la direcţia de propagare, rămîne aproximativ constantă.

14. Pentru a citi afară noaptea, este necesar să stăm în dreptul ferestrei prin care vine lumina din cameră, în timp ce pentru a asculta muzica din cameră nu este nevoie să stăm în dreptul ferestrei, datorită fenomenului de... (ocolire a obstacolelor), care are loc numai pentru sunet, deoarece dimensiunile ferestrei sînt de ordinul de mărime al lungimii de undă a sunetelor, în timp ce comparativ cu lungimile de undă ale radiaţiilor luminoase ele sînt mult mai mari.

15. Dacă dinţii unui pieptăne sau ai unei furculiţe nu sînt întrutotul identici, ci diferă puţin prin lungime, masă, formă, atunci fiecare dinte produce un sunet de frecvenţă puţin diferită de a celuilalt. Dacă ciupim simultan doi dinţi sau îl lovim simultan de un corp rigid, atunci, cu trecerea timpului fazele lor încep să fifere din ce în ce mai mult şi o dată cu aceasta amplitudinea oscilaţiei scade, ajungînd nulă în momentul în care ele sînt în... de fază. După acest moment amplitudinea oscilaţiilor creşte. Cum între frecvenţele oscilaţiilor celor doi dinţi există o diferenţă relativ mică, fenomenul denumit.... care are loc la suprapunerea oscilaţiilor cu frecvenţe foarte puţin diferite, se repetă relativ rar. Ce această frecvenţă, relativ scăzută faţă de frecvenţele proprii ν_1 *şi* ν_2 *se aude că pulsează... sunetului rezultat. Efectul se obţine şi dacă un instrument muzical emite două sunete la o diferenţă de un semiton.*

Scanned with OKEN Scanner

16. Uneori vocea se aude la distanţe mari, dar cuvintele nu se disting, deoarece vorbirea inteligibilă depinde de spectrul; frecvenţelor:.. Coeficientul de obsorbţie în aer al frecvenţelor înalte este mai mare decît al celor joase şi sînt:... mai repede cu creşterea distanţei.

17. Sunetele se aud mai slab în camerele mobilate, deoarece obiectele respective (perdele, covoare şi într-o oarecare măsură şi unele dintre mobile)... o bună parte din enetgia undelor sonore şi astfel undele... sînt mult slăbite.

18. Zăpada proaspătă căzută absoarbe sunetele în mare măsură, reflectîndu-le foarte puţin. Absorbţia edată de faptul că energia sonoră este transferată... aflat în micile spaţii dintre cristalele de gheaţă.

19. Suportul (placa) corzilor de pian, harpă şi ţambal are o formă apropiată de un triunghi sau de un trapez, deoarece corzile care sînt destinate producerii sunetelor joase trebuie să aibă o lungime mai... decît corzile care produc sunete mai înalte.

20. Vocile femeilor şi ale copiilor sînt mai ascuţite)înalte decît ale bărbaţilor, deoarece corzile lor vocale sînt mai...

21. O coardă întinsă tare poate produce un sunet mai ascuţit decît aceeaşi coardă întinsă slab, deoarece în coarda mai întinsă... necesară pentru a o scoate din poziţia de echilibru este mare, deci coarda execută un număr mare de oscilaţii pe secundă, producînd un sunet înalt.

22. Odată cu creşterea temperaturii corzile unei viori se dilată şi astfel ele vor fi întinse cu o forţă mai mică, încît sunetele vor fi mai..., deci nu se va mai păstra acordajul făcut.

23. Se ştie că violonistul în afarăde arcuş (cu care pune în oscilaţie corzile viorii), foloseşte şi degetele, pe care le apasă în diverse locuri pe corzi, scurtînd astfel lungimea corzii care produce sunetul. Dînd celor patru corzi diferite... şi..., violonistul reuşeşte să obţină sunetele de diferite înălţimi şi apăsînd mai mult sau mai puţin arcuşul pe coardă obţine intensităţi diferite.

24. Cînd trenul se află în staţie, revizorul de vagoane ciocăneşte uşor în bandajul roţilor. Lovind bandajul roţilor, se produce un sunet alcătuit din mai multe oscilaţii cu frecvenţe şi intensităţi diferite, aşa încît sunetul rezultat are un anumit... Cînd aude că sunetul nu este clar, ci surd, el ştie că

Scanned with OKEN Scanner

aceasta se datorează unei... care s-a produs în bandaj. Schimbarea calităţii sunetului produs se explică prin faptul că bandajul şi roata nu mai alcătuiesc un singur corp, deci, schimbîndu-se locul, modul de prindere şi masele oscilante, se schimbă frecvenţa şi amplitudinea oscilaţiilor componente. Cînd bandajul şi roata oscilează, ele se ating în diferite momente şi iau naştere astfel sunete care n-ar fi existat dacă nu s-ar fi produs defecţiunea. Vasele de sticlă se verifică analog.

25. Vorbirea poate fi uşor înţeleasă, în special datorită faptului că printre sunetele produse există unele cu frecvenţe înalte. Tocmai aceste sunete însă sînt... într-o (în aerul înconjurător) decît cele cu frecvenţe joase. Energia sonoră pusă în joc în cazul strigătului sau fluieratului este, cu mult mai mare decît în cazul vorbirii. Sunetete înalte trimise suferă o absorbţie, relativ însemnată, dar strigătul totuşi se aude, pentru că energia sonoră care soseşte la observator este încă suficient de mare, cuvintele nefiind inteligibile la distanţă mare pentru doi oameni care vorbesc tare.

26. În pădure este greu să stabilim direcţia din care vine sunetul, deoarece sunetele se aud atît... cît şi după reflexiile pe care le suferă datorită... Aceste nenumărate sunete împiedică stabilirea direcţiei şi sensului de propagare a undelor sonore.

27. Un înotător sub apă nu va auzi niciodată ce i se strigă de pe mal, deoarece sunetele emise din afara apei de cineva aşezat pe mal se reflectă de...: aproape integral.

28. Cînd sursa sonoră se află în aer liber, energia oscilaţiilor se... în toate direcţiile mediului înconjurător, fără ca să aibă loc reflexia unei cantităţi importante de energie. Dinpotrivă, cînd ne aflăm împreună cu sursa sonoră în cameră, percepem nu numai... care vin direct de la sursă, ci şi..., reflectate de pereţi, de plafon, de mobilele din încăpere. Acest fapr duce la o întîlnire a sunetelor. Dacă dimensiunile camerei sînt suficient de mici, atunci după reflexie sunetele sînt percepute din nou la un interval mai mic de 1/10 dintr-o secundă de la producerea lor, avînd astfel loc doar o prelungire a duratei sunetelor (nu se produce ecoul). Fenomenul se numeşte...

29. În timpul umplerii unui vas cu apă se aude un sunet a cărui frecvenţă..., deoarece, conform relaţiei $l = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4\nu}$, *atunci*

cînd lungimea l a coloanei scade, frecvenţa ν creşte. dacă se loveşte vasul în timp ce se umple, atunci masa totală a vasului şi a apei creşte odată cu umplerea.... de oscilaţie a sistemului creşte, respectiv... sunetului produs scade.

30. dacă se suflă foarte slab într-un fluier, se aude un sunet grav. Suflînd foarte puternic, se aude un sunet ascuţit. În primul caz se produce sunetul ... (de exemplu, la un tub sonor deschis de lungime $l=\frac{\lambda}{2}$, *la capetele tubului se formează două ventre între care există un nod). dacă se suflă puternic, atunci are loc excitarea cu intensitate deosebit de mare a... a căror lungime de undă* λ_n, *este un submultiplu al lungimii de undă a sunetului fundamental, adică* $l = n\frac{\lambda_n}{2}$ *(între ventrele de la capete se află două sau mai multe noduri).*

31. Aerul din scobitura palmelor sau dintr-un pahar apropiat de ureche poate oscila cu o anumită frecvenţă (proprie). Dacă vorbim în faţa acestor cavităţi... sunetelor cu frecvenţe egale cu frecvenţa proprie, sau a armonicelor din această cavitate rezonantă, se măresc faţă de a celorlalte sunete şi astfel... se modifică, încît sunetul se aude nenatural.

32. dacă pe o masă sau pe un rezonator punem piciorul unui diapazon care vibrează, auzim sunetul pe care astfel nu-l putem percepe, fiind prea slab, deoarece masa sau rezonatorul nu produc o creştere a energiei oscilaţiilor date de diapazon, ci fac ca această energie să se... într-un timp mult mai scurt, către mediul exterior, decît în absenţa rezonatorului. Sin acest motiv creşte energia sonoră care traversează unitatea de suprafaţă în unitatea de timp, deci creşte... sunetului produs.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVĂRI

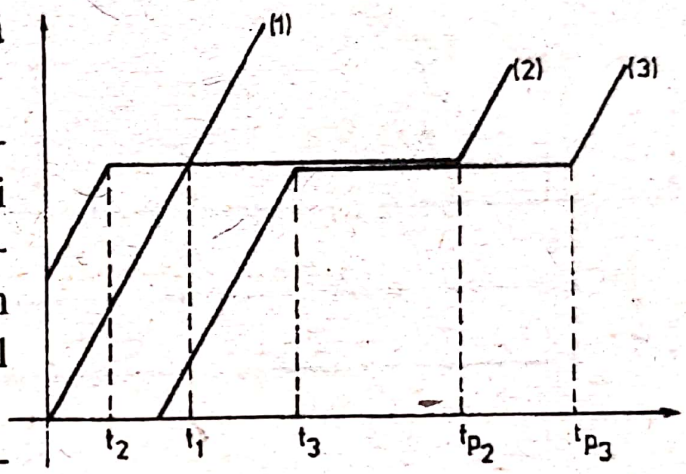
Scanned with OKEN Scanner

CINEMATICĂ

R1.1. **Corect b.**ecuaţiile cinematice ale mişcării ("Fizică"clasa IX,pag.10).

R1.2. **Corect c.** (manual "Fizică"clasa IX,pag.11)

R1.3. Se observă fără echivoc că:



(1) nu se opreşte (deoarece nu sînt porţiuni orizontale ale graficului), cu toate că în momentul t_1 la S_0 îl vede pe (2) în pană.

(2) se opreşte în punctul S_0 al şoselei în momentul t_2 ($t_2<t_3$ înaintea celui de-al treilea). Deci este clar că (2) a rămas în pană.

(3) se opreşte în acelaşi loc S_0 la momentul t_3 stînd pe loc un timp comun cu (2) (t_{p2}-t_3) şi pleacă mai tîrziu (în t_{p3}) deci e clar că el îl ajută pe (2).

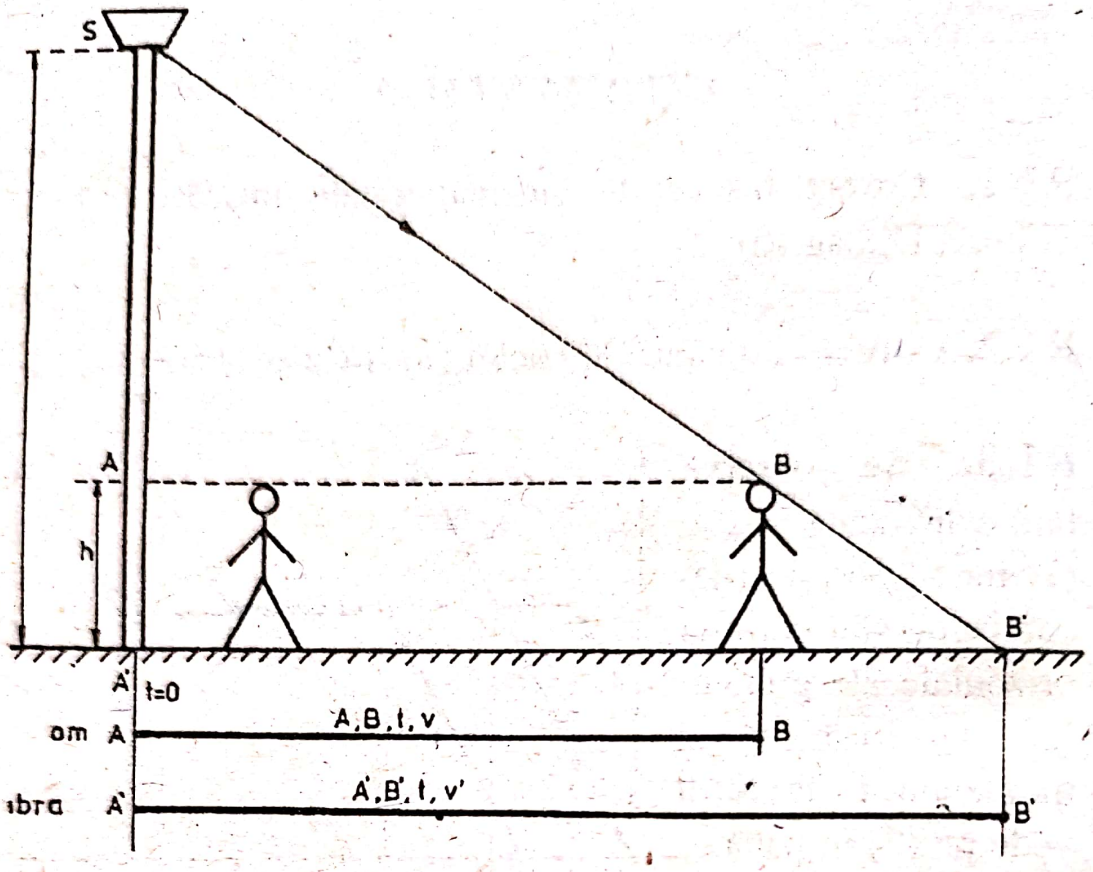
Deci: automobil (2)-în pană
automobil (3)-îl ajută
automobil (1)-îşi continuă drumul

Corect c.

R1.4. În timpul în care omul se depla-sează trecînd cu capul din **A** în **B**, umbra sa ajunge din **A'** în **B'** (A'B'>AB), adică umbra se deplasează mai repede decît omul. viteza

om: $v = \frac{AB}{t}$ de unde $t = \frac{AB}{v}$

Scanned with OKEN Scanner



viteza umbră: $v' = \frac{A'B'}{t}$ şi înlocuind: $v' = \frac{A'B'}{AB} v$

dar din asemănarea triunghiurilor SAB şi SA'B'

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{H}{H-h} = k = \text{const.}$$ deci $\mathbf{v' = kv}$ şi cum din enunţ

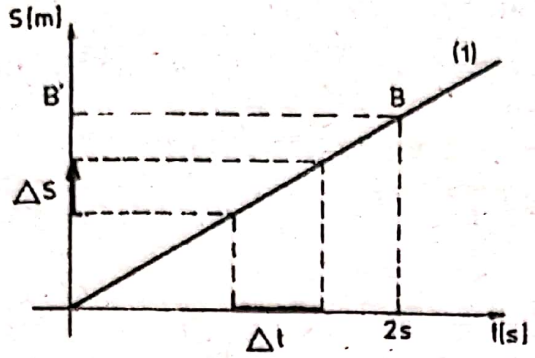
$v = \text{const.}$ rezultă $\mathbf{v' = const.}$, deci şi umbra se mişcă rectiliniu uniform.

Corect b.

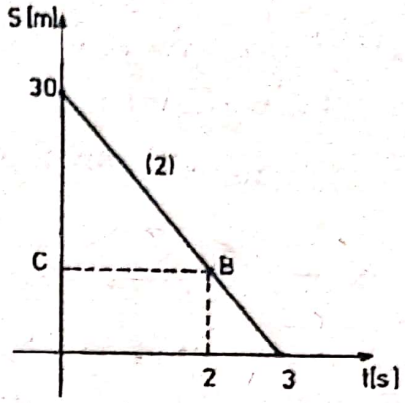
R1.5. Graficul mişcării mobilului **(1)** este al unei mişcări uniforme cu $\Delta s > 0$, deci care se îndreaptă din **O** către B' cu viteza:

$$v_1 = \frac{S}{t} = \text{const.} = \frac{S_B}{t_B} = \frac{10\ \text{m}}{2\ \text{s}} = 5\text{m/s}.$$

Scanned with OKEN Scanner



graficul mişcării mobilului (1)



graficul mişcării mobilului (2)

Graficul mişcării mobilului (**2**) este al unei mişcări uniforme cu $\Delta S<0$ deci care se îndreaptă din **A** către **O** cu o viteză:

$$v_2 = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{0-30}{3} = -10\text{m/s}$$

(din graficul 2 $\Rightarrow$ OA = (3/2) = (3/2)(OA-OC) = (3/2)(OA-10m)
$\Rightarrow$ **OA = 30 m**)

Mobilele se întîlnesc la momentul **t = 2s** unde se intersectează graficele la distanţa **OC = 10m** de **O**, deci la distanţa
AC = AO-OC = 30-10 = 20m.
Deci răspunsurile **corecte** sînt: **I.b , II.d , III.a , IV.b , V.b.**

R1.6. **I)** Vitezele vehiculelor sînt egale $v_1 = ... = v_n = v = tg\alpha$, deoarece dreptele graficului sînt paralele, la fel înclinate.

Corect I.c.

II) Vehiculele pleacă din acelaşi punct la intervale de timp **T** care se păstrează oricare ar fi **x**. Deci, oriunde ar sta un observator fix, vehiculele se succed prin faţa lui la acelaşi interval de timp.*(fig.a)*

Corect II.c.

Scanned with OKEN Scanner

III) Fie v_1 ($v_1<v$) viteza observatorului mobil.
Conform *(fig.b)* este calculată perioada **T'** cînd el merge în acelaşisens cu convoiul:

$$T' = T\frac{v}{v - v_1}$$

Conform *(fig.c)*, cînd observatorul mobil se mişcă în sens invers:

$$T'' = T\frac{v}{v + v_1}$$

Relaţia **T" < T < T'. Corect III.a.**

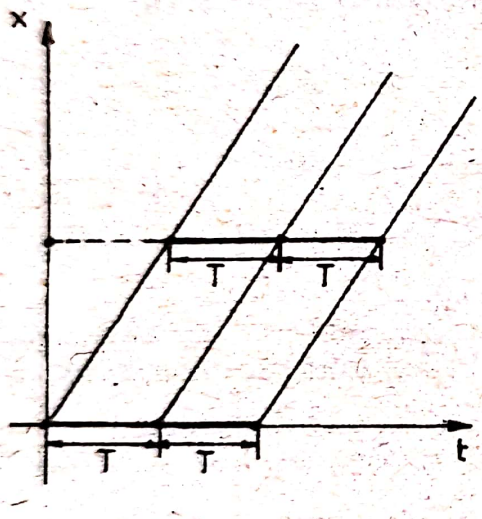


fig.a

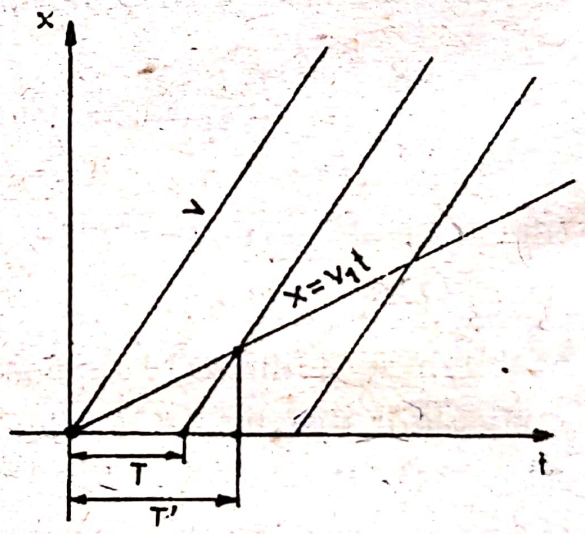


fig.b

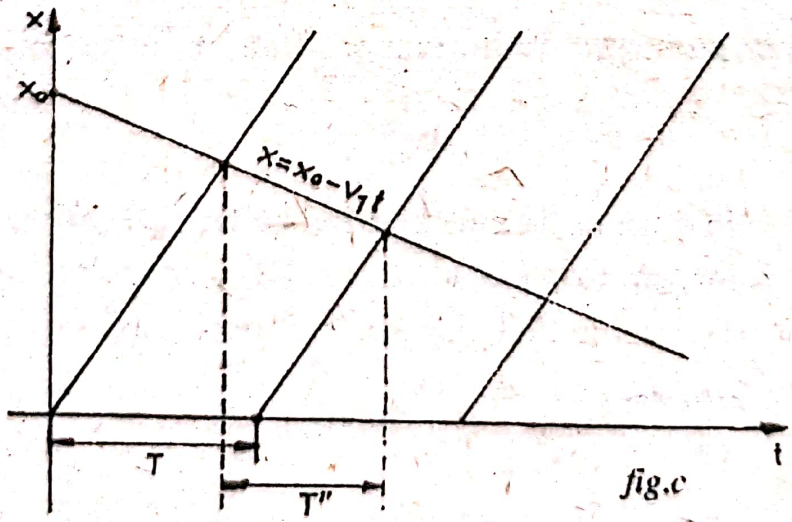
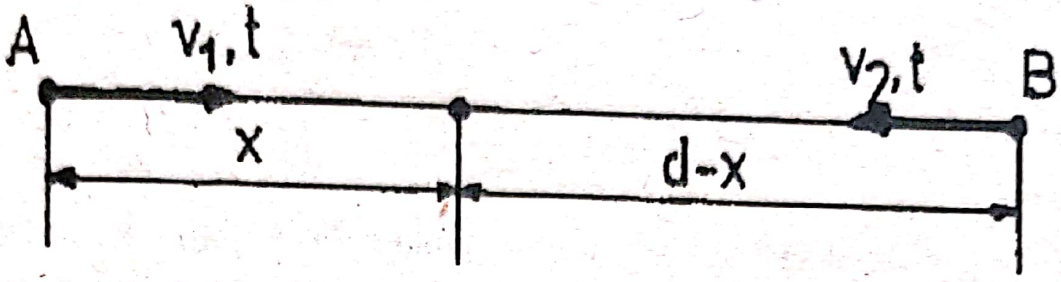


fig.c

Scanned with OKEN Scanner

R1.7. Se calculează timpul pînă la întîlnirea mobilelor:



$$\begin{cases} x = v_1 \cdot t \\ d - x = v_2 \cdot t \end{cases} \Rightarrow v_1 t = d - v_2 t \quad t = \frac{d}{v_1 + v_2}$$

Pasărea stă în aer tot acest timp pînă la întîlnirea mobilelor şi se mişcă rectiliniu cu viteza v, oricare ar fi direcţia (către A sau către B) efectuînd un număr de ture, care însumate dau un spaţiu total S.

$$s_1 + s_2 + ... = S = vt = \frac{v}{v_1 + v_2} d$$

Corect a.

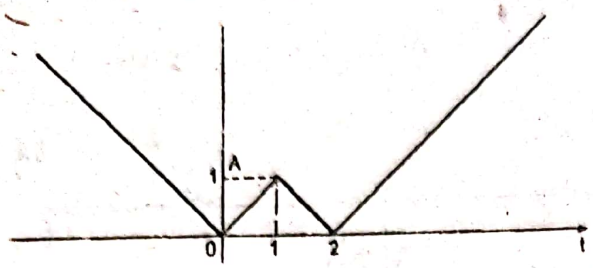
R1.8. Ecuaţia mişcarii este:

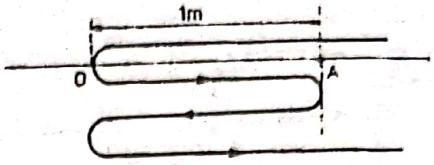
$$S = \left| \left| t - 1 \right| - 1 \right|$$

Explicitînd, se obţine:

$-t$	pt.	$t \in (-\infty, 0)$
0	pt.	$t = 0$
t	pt.	$t \in (0, 1)$
$S = 1$	pt.	$t = 1$
$2 - t$	pt.	$t \in (1, 2)$
0	pt.	$t = 2$
$t - 2$	pt.	$t \in (2, \infty)$

Scanned with OKEN Scanner



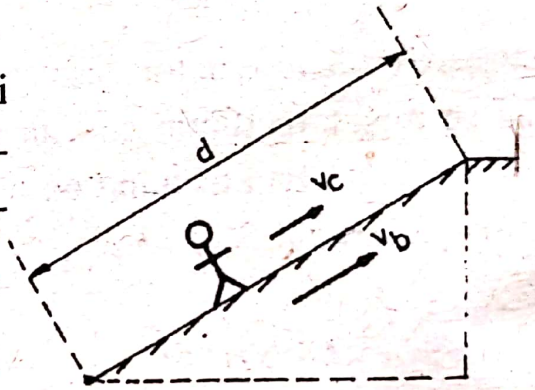


Dacă se ia ca origine a spaţiului punctul **O**, mobilul vine din dreapta cu mişcare uni-formă $v = 1m/s$ pînă în origine, se întoarce cu aceeaşi viteză în **A** la distanţă de 1m de origine, revine în origine cu aceeaşi viteză, după care se întoarce de unde a venit cu aceeaşi viteză.

Corect a.

R1.9. Viteza v a călătorului faţă de sol este vi-teza călătorului faţă de scară v_c plus viteza scării v_s:

$v = v_s + v_c$



Atunci:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{d}{v_s + v_c} = \frac{l}{\frac{v_s}{d} + \frac{v_c}{d}} = \frac{l}{\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$$

Corect c.

R1.10. **Caz1.** Trenurile au acelaşi sens de mişcare.

Se presupune $v_2 > v_1$.

Se dă sistemului o viteză contrară v_1:

$v_1' = 0$

$v_2' = v_2 - v_1$ în sensul lui v_2.

Se consideră două repere fixe la distanţa l_1 şi se cere să se afle cît timp se află între ele un tren de lungime l_2 care circulă

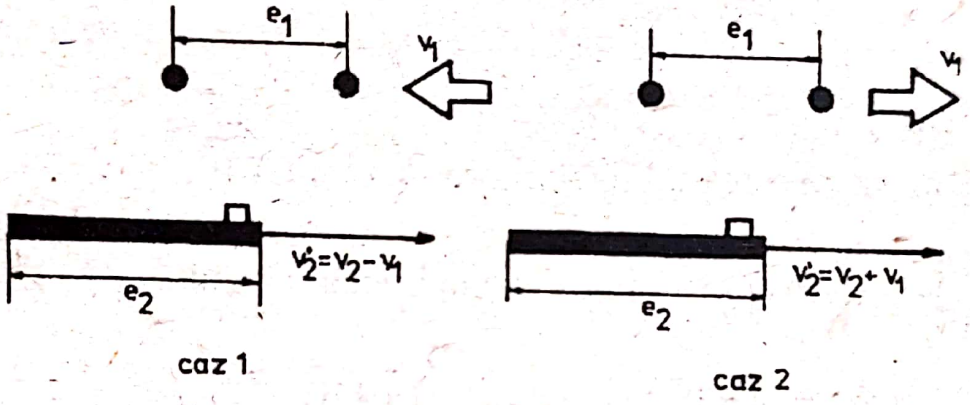
Scanned with OKEN Scanner

cu viteza v_2'. Timpul în care locomotiva intră în spaţiul dintre repere şi pînă cînd ultimul vagon iese din acest spaţiu este:

$$t_1 = \frac{l_1 + l_2}{v_2'} = \frac{l_1 + l_2}{v_2 - v_1}$$

Dacă $v_1 > v_2$. analog: $t_1 = \frac{l_1 + l_2}{v_1 - v_2}$

deci: $t_1 = \frac{l_1 + l_2}{|v_1 - v_2|}$



caz 1 caz 2

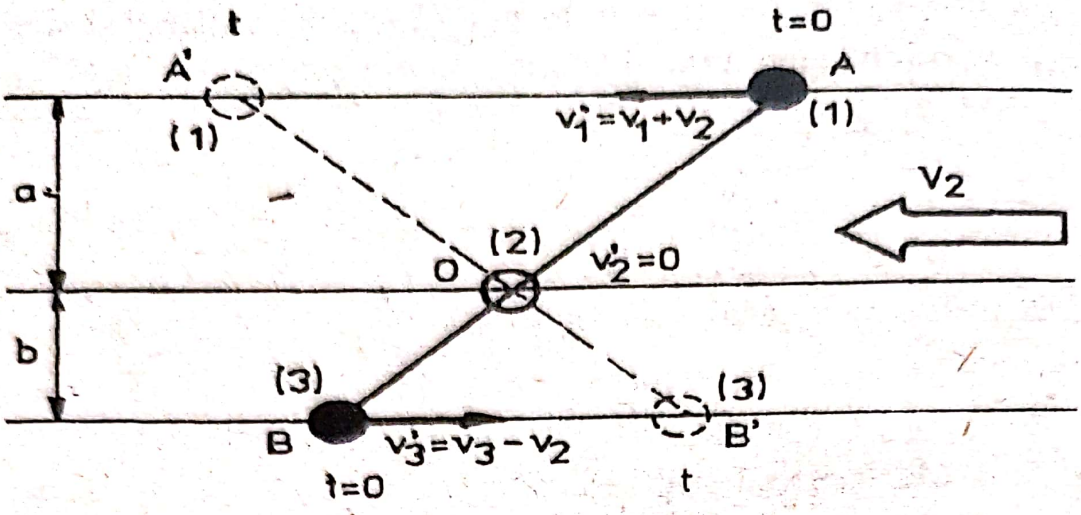
Caz2. Trenurile merg în sens contrar.Printr-un raţionament similar: $t_2 = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}$

Reunind toate situaţiile: $t = \frac{l_1 + l_2}{|v_1 \pm v_2|}$ **Corect d.**

R1.11. Se dă întregului sistem o viteză v_2 ca în figură. Problema se simplifică în această situaţie şi condiţia ca bărcile să rămînă pe o dreaptă este ca la momentul *t* ,(1) să ajungă din **A** în **A'**, (3) din **B** în **B'** iar (2) rămîne în **O**,dreptele **AOB** şi **A'OB'**, concurente în **O** ca în figură.

Spaţiile parcurse sînt:

Scanned with OKEN Scanner



(1) $AA' = v_1't = (v_1 + v_2) \cdot t$

(2) 0

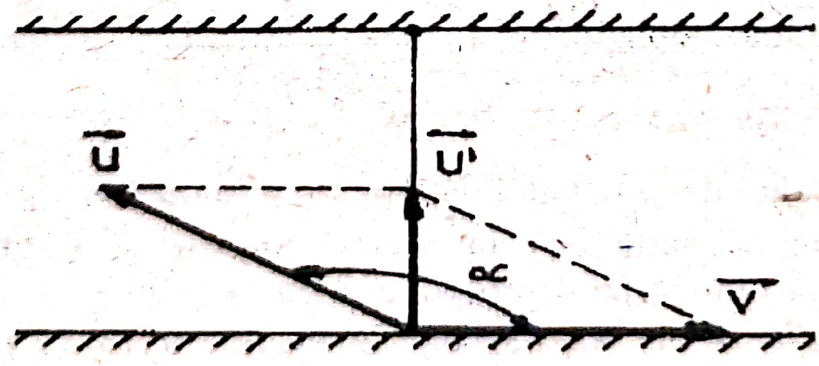
(3) $BB' = v_3't = (v_3 - v_2) \cdot t$

Din asemănarea triunghiurilor OAA' şi OBB':

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{a}{b} = \frac{(v_1 + v_2)\,t}{(v_3 - v_2)\,t}$$ simplificînd t rezultă:

$$v_3 = \frac{b \cdot v_1 + (a+b) \cdot v_2}{a} = \frac{b}{a} v_1 + \frac{(a+b)}{a} v_2$$ **Corect c.**

R1.12. Evident drumul cel mai scurt este perpendicular pe sensul de curgere, deci rezultanta $\vec{u}$ trebuie să fie perpendiculară pe cursul apei.



$\cos(\pi - \alpha) = \frac{v}{u}$ deci $\alpha = \pi - \arccos\frac{v}{u}$ **Corect c.**

Scanned with OKEN Scanner

R1.13. În mişcarea uniformă mobilul străbate spaţii egale în intervale de timp egale. $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

În orice mişcare variată mobilul străbate spaţii inegale în intervale de timp egale. $v = v(t)$ **Corect a.**

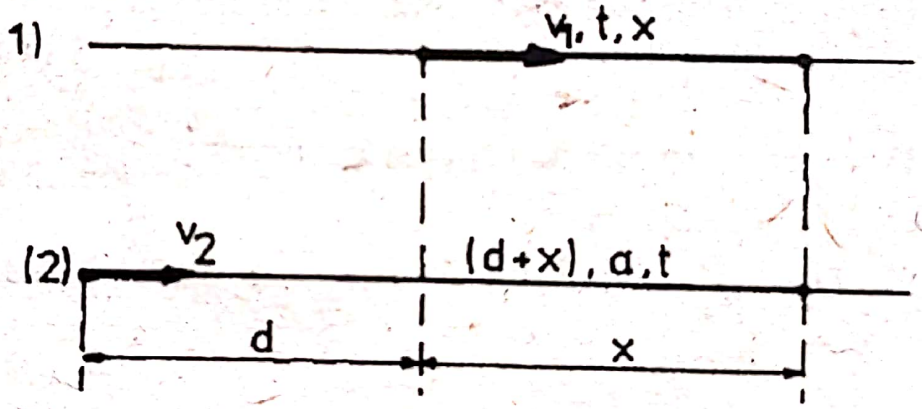
R1.14. Condiţia ca mobilele să înceapă să frîneze cu viteze egale este ca proiecţiile pe axa *v* ale punctelor corespunzătoare începerii palierelor căzătoare să fie identice **(2)**.

Condiţia ca mobilele să înceapă frînarea în acelaşi moment este ca proiecţiile pe axa *t* ale punctelor corespunzătoare începerii palierelor căzătoare să fie identice **(1,4)**.

Condiţia ca acceleraţiile să fie egale este ca înclinarea palierelor să fie identică **(toate graficele)** .

Corect I.c , II.b , III.c.

R1.15.



$$I)\begin{cases} x = v_1 t & (1) \\ d + x = v_2 t - \dfrac{a t^2}{2} & (2) \end{cases}$$

şi înlocuind pe *x* din ec.(1) în ec.(2) rezultă: $a t^2 - 2(v_2 - v_1)t + 2d = 0$

cu soluţiile:

Scanned with OKEN Scanner

$$t_{1/2} = \frac{(v_2 - v_1) \pm \sqrt{(v_2 - v_1)^2 - 2ad}}{d}$$

Condiţia ca să se întîlnească o singură dată este t1 = t2, adică determinantul nul:

$$(v_2 - v_1)^2 - 2ad = 0 \quad \text{rezultă} \quad d = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2a} = 500 \text{ m}$$

Corect I.b.

II) Timpul pînă la întîlnire este:

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} = 100 \text{ s} = 1 \text{ minut şi } 40 \text{ secunde}$$ **Corect II.b.**

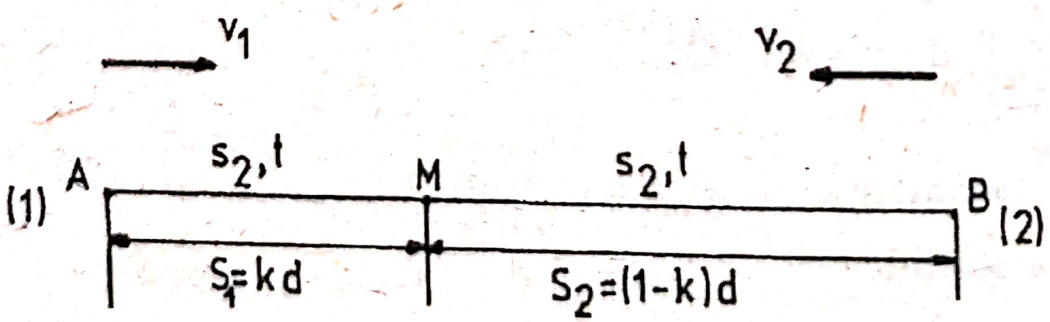
III) Spaţiul parcurs de (1) pînă la întîlnire este:

$x = v_1 t = 600$ m **Corect III.b.**

IV) Spaţiul parcurs de (2) pînă la oprire:

$$D = \frac{v_2^2}{2a} = 1280 \text{ m}$$ **Corect IV.c.**

R1.16. În general în mişcarea încetinită sub acţiunea exclusivă a frecării spaţiul pînă la oprire este:



Scanned with OKEN Scanner

$$S = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu g} \qquad \text{(accelerația de frînare } a = \mu g\text{)}$$

și timpul pînă la oprire este: $t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g}$

Pentru ca întîlnirea să aibă loc în M la distanța kd de A și în același timp trebuie:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{k}{1-k} \; ; \; S_1 = \frac{k}{1-k} S_2 \qquad \text{adică}$$

(1)

$$\frac{v_1^2}{2\mu_1 g} = \frac{v_2^2}{2\mu_2 g} \cdot \frac{k}{1-k}$$

(2) $t_1 = t_2$ adică $\frac{v_1}{\mu_1 g} = \frac{v_2}{\mu_2 g}$

Relații care conduc la sistemul:

$$\begin{cases} \dfrac{v_1^2}{\mu_1} = \dfrac{k}{1-k} \cdot \dfrac{v_2^2}{\mu_2} \\ \dfrac{v_1}{\mu_1} = \dfrac{v_2}{\mu_2} \end{cases}$$

Rezolvînd rezultă:

$$\begin{cases} v_1(1-k) = kv_2 \\ \mu_1(1-k) = k\mu_2 \end{cases} \text{înlocuind } k = 1/3 \qquad \begin{cases} 2v_1 = v_2 \\ 2\mu_1 = \mu_2 \end{cases}$$

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R1.17. Am desenat în figurile de mai jos mărimile ce caracterizează :

fig a.→ mişcarea rectilinie uniformă,

fig b.→ mişcarea rectilinie uniform accelerară,

fig c.→ mişcarea rectilinie uniform încetinită.

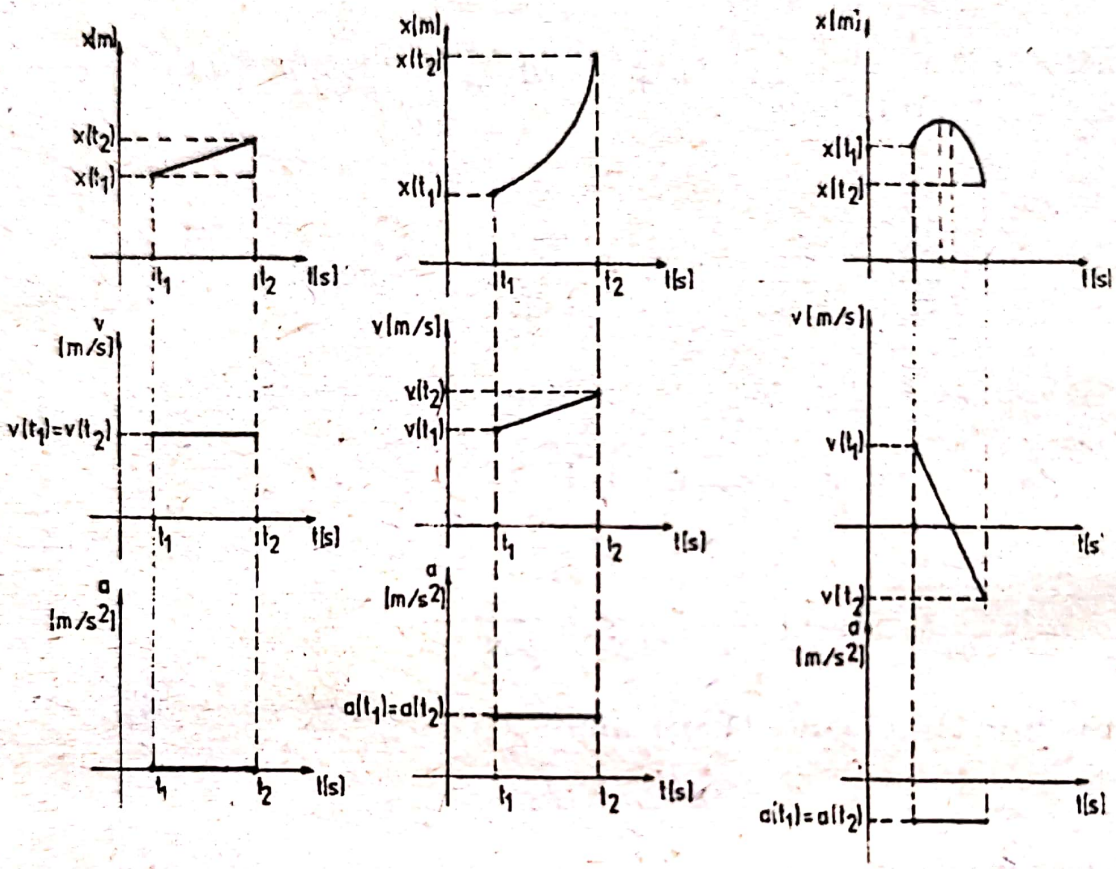


fig a. *fig b.* *fig c.*

Analizînd graficul din enunţ se constată:

- pentru **t = 0 s** ↔ **t = 1 s** mişcare accelerată ⇒
  $a = \Delta v/\Delta t = [(1)-(0)]/[1-0] = 1\ m/s^2$
- pentru **t = 1 s** ↔ **t = 3 s** mişcare uniformă ⇒
  $a = 0$
- pentru **t = 3 s** ↔ **t = 6 s** mişcare încetinită ⇒
  $a = \Delta v/\Delta t = [(-2)-(1)]/[6-3] = -1\ m/s^2$
- pentru **t = 6 s** ↔ **t = 7 s** mişcare accelerată ⇒
  $a = \Delta v/\Delta t = [0-(-2)]/[7-6] = 2\ m/s^2$

ceea ce corespunde graficelor a_3 şi x_2. deci: **Corect c.**

Scanned with OKEN Scanner

R1.18. Deoarece prin definiţie $v_{medie} = \frac{S_{total}}{t_{total}} = \frac{S_4}{t_4}$, rezultă

Corect d.

Observaţie: Este posibilă confuzia cu punctul c. unde

$\frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4} = \tilde{v}$ media vitezelor.

În general $v_m \neq \tilde{v}$. Egalitatea are loc dacă pe toată durata mişcăriistilul mişcării nu se schimbă. In cazul prezentat stilul mişcării se schimbă de trei ori în momentele t_1, t_2 respectiv t_3.

R1.19. I) Deoarece viteza începînd de la momentul $t = 0$ creşte de la valoarea 0, rezultă că mingea cade liber de la înălţime şi nu este azvîrlită în sus.Deoarece mingea revine mereu la aceeaşi viteză maximă (aceeaşi înălţime) rezultă că ciocnirea cu podeaua este perfect elastică, nepierzîndu-se energie, viteza de incidenţă cu podeaua fiind egală cu cea de reflexie.Deci este incorectă afirmaţia b. prin prima sa parte a enunţului.

Corect b.

II) Graficul b. este corect deoarece la $t = 0$ există o valoare a altitudinii care este maximă, apoi mingea cade, altitudinea scăzînd cu spaţii din ce în ce mai mari în intervale de timp egale, apoi altitudinea crescînd din ce în ce mai încet(ceea ce corespunde urcării) pîna la altitudinea maximă şi aşa mai departe.

Corect b.

R1.20. Deoarece în cădere liberă în vid toate corpurile cad cu aceeaşi acceleraţie g şi cum vasul şi apa au pornit simultan, rezultă că în timpul căderii poziţia apei faţa de vas rămîne aceeaşi, deci apa nu iese prin perforaţia din fundul vasului.

Corect d.

Scanned with OKEN Scanner

R1.21. Timpul de urcare este egal cu timpul de coborîre. Dacă timpul total al mişcării este τ atunci:

$$t_u = t_c = \frac{\tau}{2} \qquad \text{dar} \qquad t_u = \frac{v_0}{g} \quad \text{şi} \quad h = \frac{g t_u^2}{2}$$

$$\text{deci} \quad v_0 = \frac{g\tau}{2} = 20 \text{ m/s} \quad \text{şi} \quad h = \frac{g\tau^2}{8} = 20 \text{ m}$$

$$\frac{h}{v_0} = 1 \text{ s}$$

Corect b.

R1.22. Se calculează formula parcurs în a **n**-a secundă:

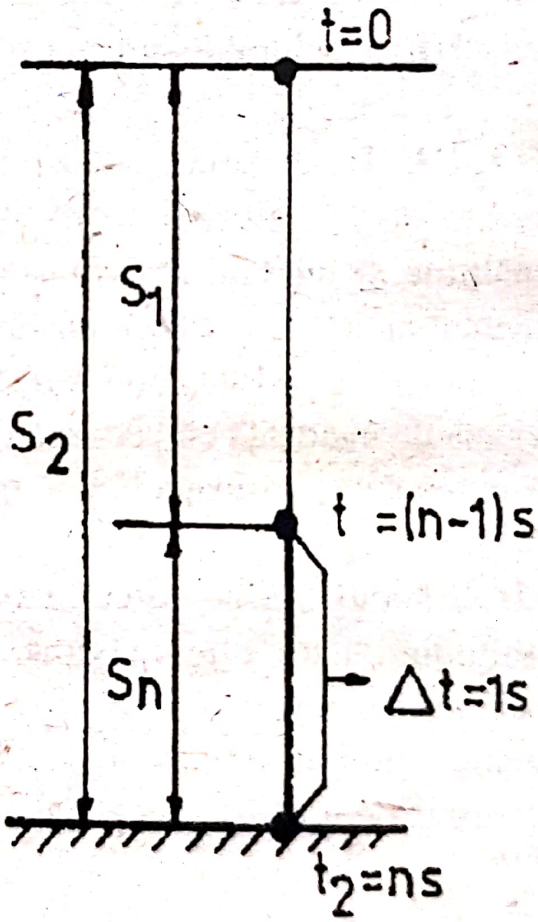
$$S_2 = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{g n^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{g t_1^2}{2} = \frac{g (n-1)^2}{2}$$

Spaţiul parcurs în a **n**-a secundă:

$$S_n = S_2 - S_1 = \frac{g}{2}[n^2 - (n-1)^2]$$

$$S_n = \frac{g(2n-1)}{2}$$



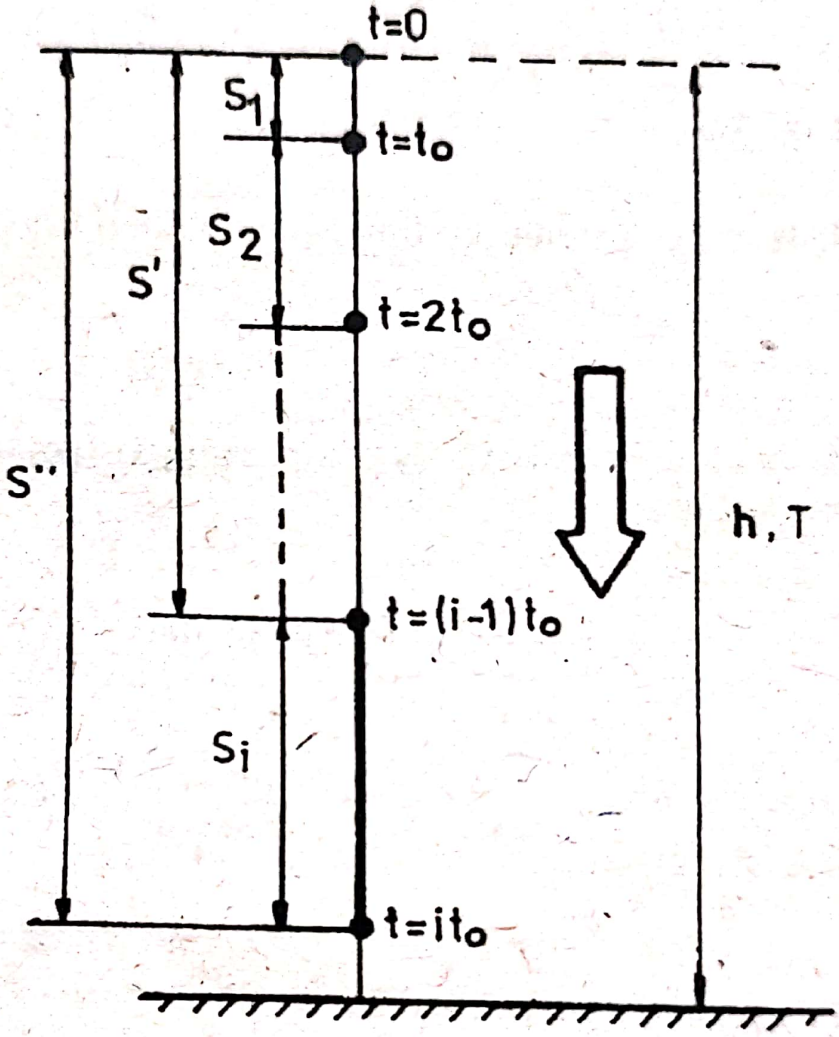
Comparînd spaţiul parcurs în a **n'**-a secundă cu spaţiul parcurs în a **n** -a secundă: **(n'>n)**

$$S_{n'} = \frac{2n'-1}{2n-1} \cdot S_n \Rightarrow S_{11} = \frac{2 \cdot 11 - 1}{2 \cdot 4 - 1} \cdot S_7 \quad S_{11} = 3 \cdot S_7$$

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R1.23. Timpul de parcurgere t_0 al spaţiului S_i este egal pentru toate porţiunile:



$$t_0 = \frac{T}{n} = \frac{\sqrt{\frac{2h}{g}}}{n} = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Spaţiul S_i parcurs în al i-lea interval este diferenţa între spaţiul parcurs în $t = it_0$ şi spaţiul parcurs în $t = (i-1)t_0$

$$S_i = S'' - S' = \frac{g(it_0)^2}{2} - \frac{g[(i-1)t_0]^2}{2} = \frac{g(2i-1)t_0^2}{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

şi înlocuind t_0 calculat mai sus rezultă:

$$S_i = \frac{2i - 1}{n^2} \cdot S$$

Înlocuind $i = (1, 2, ... 10)$, $S = 100$,$n = 10$ se obţine:

$S_i = \{1\ m, 3\ m, 5\ m, ..., 19\ m\}$ **Corect b.**

R1.24. Formula înălţimii maxime a unei sărituri este:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

aplicată pentru acelaşi v_0 (aceeaşi săritură) pe Pamînt, respectiv pe Lună:

$$h_p = \frac{v_0^2}{2g_p} \quad ; \quad h_L = \frac{v_0^2}{2g_L}$$ şi făcînd raportul:

$$h_L = h_p \frac{g_p}{g_L} = 6\,h_p$$ **Corect b.**

R1.25. Înălţimea maximă este:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Dacă v_0 creşte de **n** ori ($v_0 \rightarrow nv_0$), corpul se ridică la:

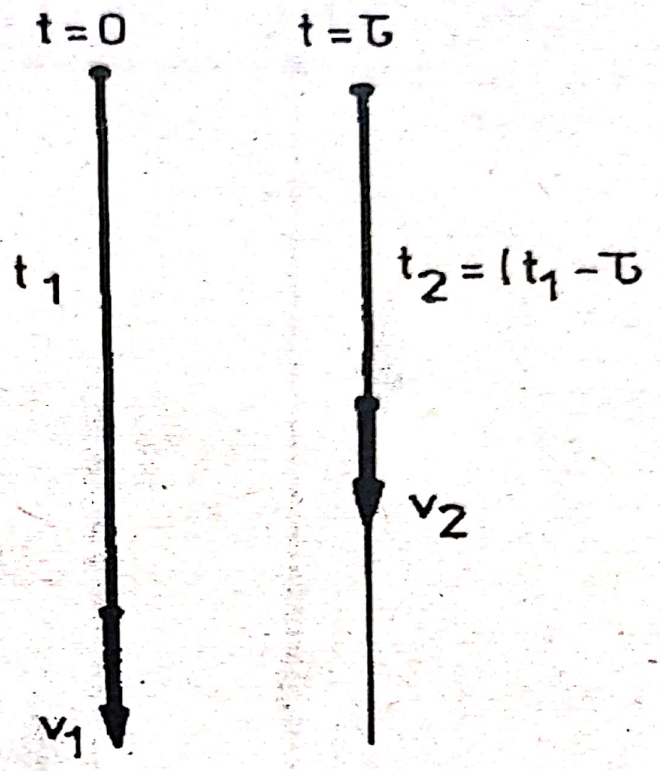
$$h' = \frac{(n\,v_0)^2}{2g} = n^2 \frac{v_0^2}{2g} = n^2 h$$, deci se ridică mai mult cu:

$$\Delta h = (h' - h) = (n^2 - 1)\,h = (3^2 - 1)\,h = 8\,h$$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R1.26. Se ia ca moment inițial $t = 0$ momentul în care începe să cadă primul corp. Deci al doilea corp începe să cadă la momentul τ. După timpul t_1 de la începutul căderii, primului corp și respectiv $t_2 = (t_1 - \tau)$ de la începutul căderii celui de-al doilea, vitezele corpurilor v_1 și respectiv v_2 sînt :



$$\begin{cases} v_1 = gt_1 \\ v_2 = gt_2 = g(t_1 - \tau) = gt_1 - g\tau = v_1 - g\tau \end{cases}$$

Viteza $v_{1,2}$ a primului față de al doilea este dată de diferența dintre vitezele lor:

$v_{1,2} = v_1 - v_2 = v_1 - (v_1 - g\tau) = g\tau = \textbf{const.}$ oricare ar fi t_1, t_2

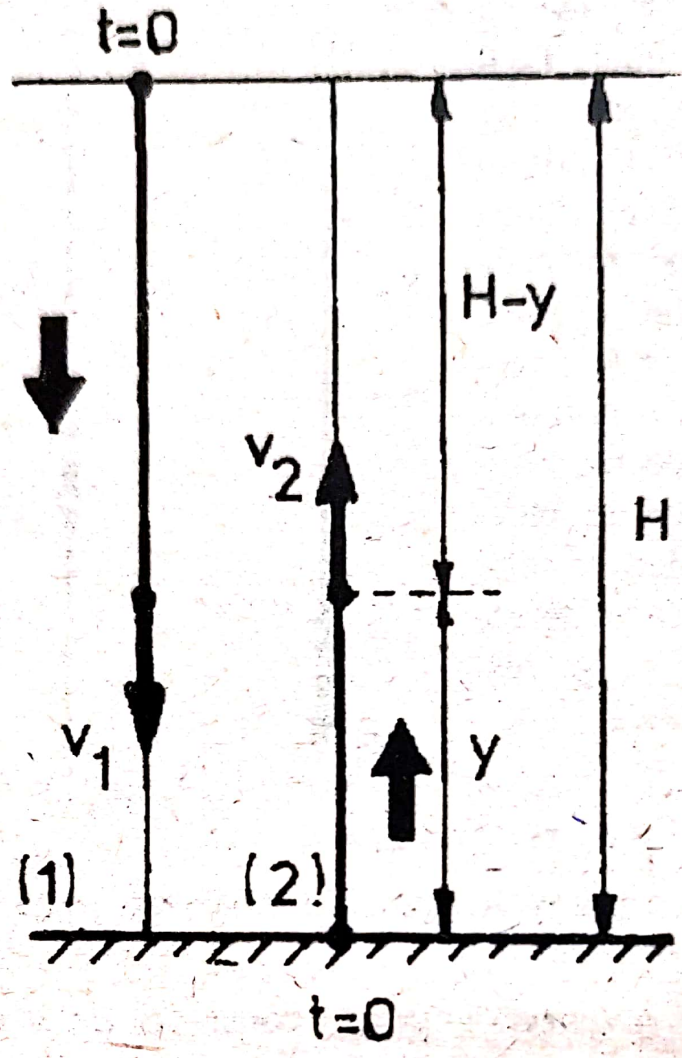
Deci viteza primului corp față de al doilea se menține constantă în tot timpul căderii. Așadar mișcarea relativă a celui de-al doilea corp față de primul este uniformă. **Corect c.**

R1.27. Fie **H** înălțimea de la care cade primul corp, care va fi și înălțimea maximă la care poate urca cel de-al doilea corp.Din formula înălțimii maxime:

$H = \dfrac{v_{02}^2}{2g}$ rezultă $v_{02} = \sqrt{2gH}$ valoarea vitezei inițiale al celui de-al doilea corp.

Fie y si t altitudinea și respectiv momentul întîlnirii

Scanned with OKEN Scanner



$$v_1 = \sqrt{2g(H-y)}$$

$$v_2 = \sqrt{v_{02}^2 - 2gy}$$

Dar ţinînd cont de valoarea v_{02} rezultă:

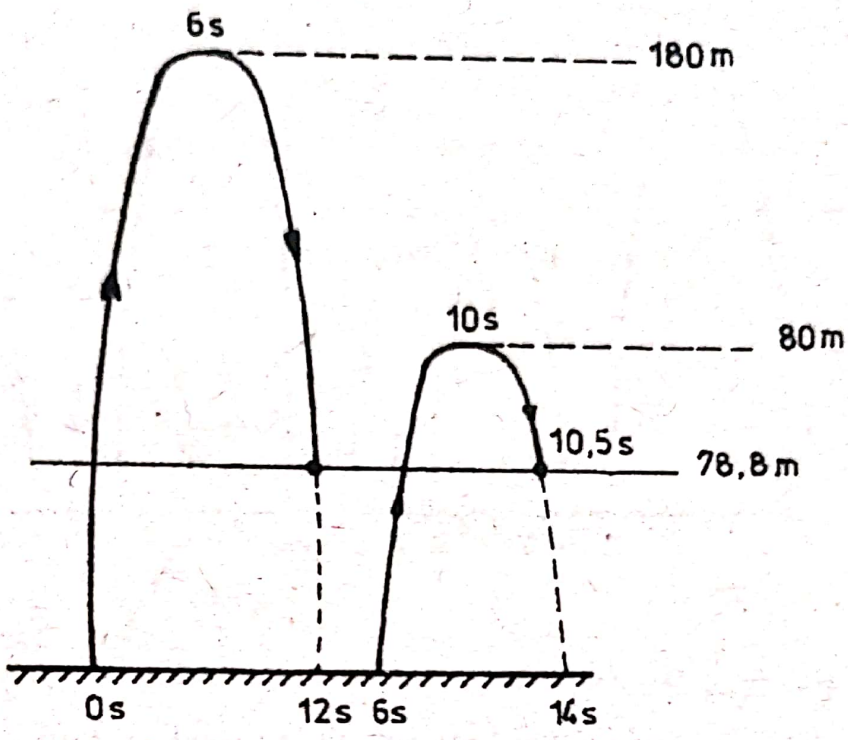
$$v_2 = \sqrt{2gH - 2gy} = \sqrt{2g(H-y)} = v_1$$

Aşadar cele două corpuri trec unul pe lîngă altul cu aceeaşi viteză.

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R1.28.



Înălţimile maxime:

$$H_1 = \frac{v_{01}^2}{2g} = 180 \text{ m} \qquad H_2 = \frac{v_{02}^2}{2g} = 80 \text{ m}$$

•Timpul urcare/coborîre

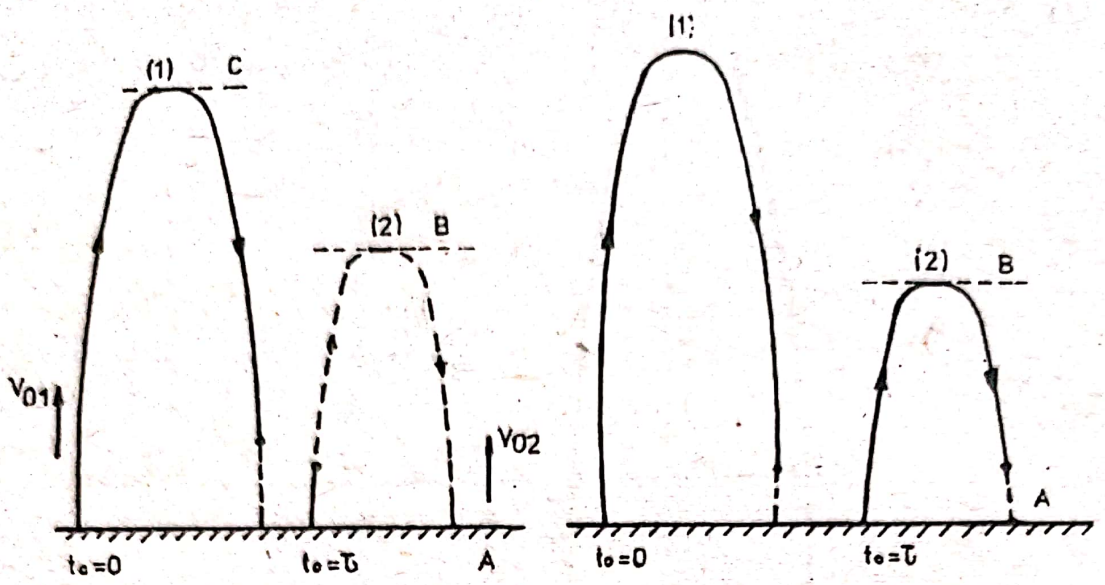
$$t_1 = \frac{v_{01}}{g} = 6 \text{ s} \qquad t_2 = \frac{v_{02}}{g} = 4 \text{ s}$$

Vom puncta pe figură momentele de timp în diverse puncte faţă de momentul $t = 0$ cînd pleacă primul corp.Se observă că întîlnirea are loc cînd amîndouă coboară. **Corect b.**

R1.29. Caz1. τ_{max} *(fig.a)*

Corpul (2) aşteaptă ca (1) să-şi facă practic toată traiectoria $A \to C \to A$ şi cînd (2) e gata să atingă solul pleacă şi el. Deci:

$$\tau < t_{AC1} = t_{CA1} = \frac{v_{01}}{g} + \frac{v_{01}}{g} = \frac{2v_{01}}{g} \quad \text{deci:} \quad \tau_{max} = \frac{2v_{01}}{g} = 12 \text{ s}$$



Caz2. τ_{min} *(fig.b)*

În acest caz corpul **(2)** este "prea grăbit" şi întîlnirea are loc după ce corpurile au parcurs practic traiectoriile **A→B→A,** cînd sînt gata să aterizeze în A:

$$t_{întîlnire} = t_{AC1} + t_{CA2} < \tau + t_{AB2} + t_{BA2}$$

$$\frac{v_{01}}{g} + \frac{v_{01}}{g} < \tau + \frac{v_{02}}{g} + \frac{v_{02}}{g}$$

$$\tau_{min} = \frac{2(v_{01} - v_{02})}{g} = 4\ s \qquad \text{Deci:} \quad 4s < \tau < 12s$$

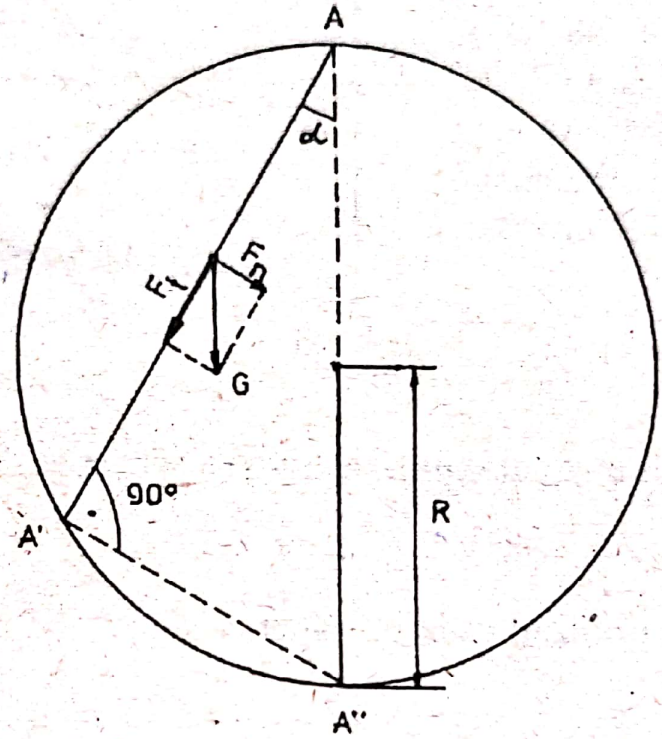
Corect b.

R1.30. Studiind graficele se observă că situaţia C este cea corectă deoarece graficul căderii corpului (1) este corect în toate desenele, dar graficul corpului (2) prezintă după $t = 0$ un palier orizontal care reprezintă întîrzierea ($t \nearrow$ şi $y = 0$) iar intersecţia are loc pe ramura din dreapta a parabolei,corespunzătoare revenirii la sol.

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R1.31. Fie culisa de greutate **G** care se mişcă pe coarda **AA'** sub acţiunea forţei $F_t = G \cdot \cos\alpha$.



Ea va avea acceleraţia:

$$a = \frac{F_t'}{m} = \frac{mg \cdot \cos\alpha}{m} = g \cdot \cos\alpha$$

Spaţiul parcurs:

$S = AA' = AA''\cos\alpha = 2R\cos\alpha$

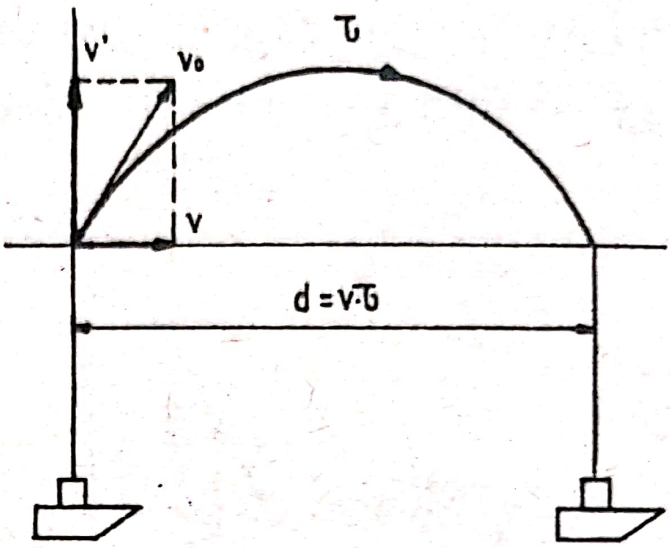
Din expresia spaţiului:

$S = \frac{at^2}{2}$ se deduce: $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$ adică:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2R\cos\alpha}{g \cdot \cos\alpha}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{R}{g}}$$ oricare ar fi înclinarea α a coardei, deci: Timpul nu depinde de înclinarea coardei, adică toate culisele ating cercul deodată. **Corect e.**

Scanned with OKEN Scanner

R1.32. Viteza reală a obuzului este v_0 , ca rezultantă a vitezei v a vaporului şi a vitezei v′ cu care iese din tun. Distanţa pe orizontală parcursă de obuz este:



$$d = v_{0x}\tau = v \cdot \tau$$

În acelaşi timp τ vaporul parcurge, cu viteza v, distanţa:

$$l = v \cdot \tau$$

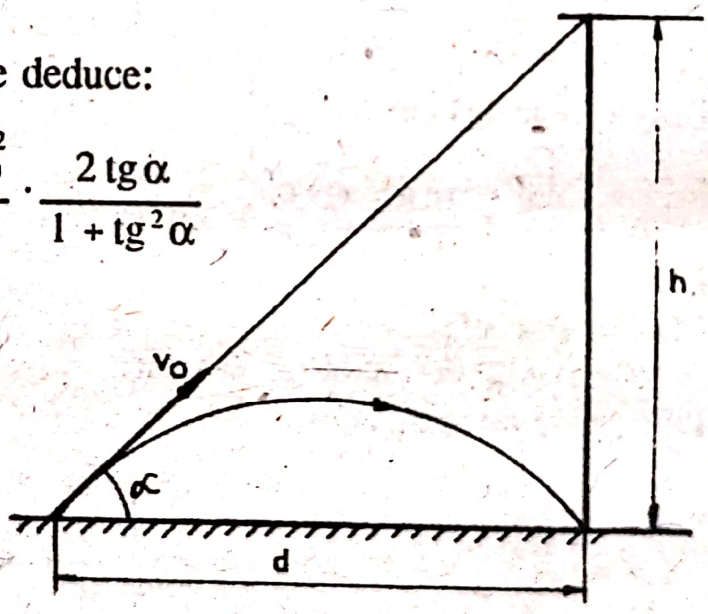
Deci $l = d$ şi obuzul cade pe vapor. **Corect c.**

R1.33. Din figură se deduce:

$$d = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{v_0^2}{g} \cdot \frac{2\,tg\,\alpha}{1 + tg^2\alpha}$$

dar $tg\alpha = \frac{h}{d}$. Deci:

$$d = \frac{v_0}{g} \cdot \frac{2\frac{h}{d}}{1 + \frac{h^2}{d^2}}$$

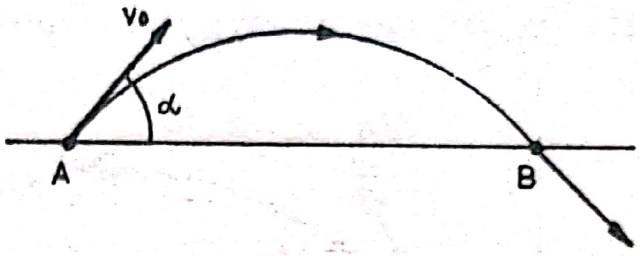


De unde: $d = \sqrt{h\left(\frac{2v_0^2}{g} - h\right)} = 32\ m$ $(v_0 = 72\ km/h = 20\ m/s)$

Corect b.

Scanned with OKEN Scanner

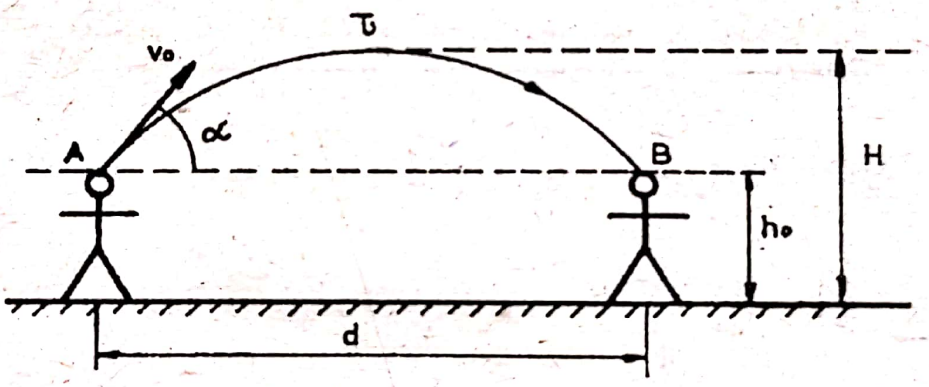
R1.34. Din simetria parabolei tangentele la grafic în **A** şi **B** au acelaşi unghi ascuţit faţă de orizontală.



Deci unghiul dintre cele două tangente este 2α care prin textul problemei este **90°**.

Rezultă $\alpha = 90°/2 = 45°$. **Corect b.**

R1.35. In aruncarea sub un unghi α cu viteza v_0, înălţimea maximă este: $h = \dfrac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$.



iar timpul mişcării: $\tau = \dfrac{2\, v_0 \sin\alpha}{g}$

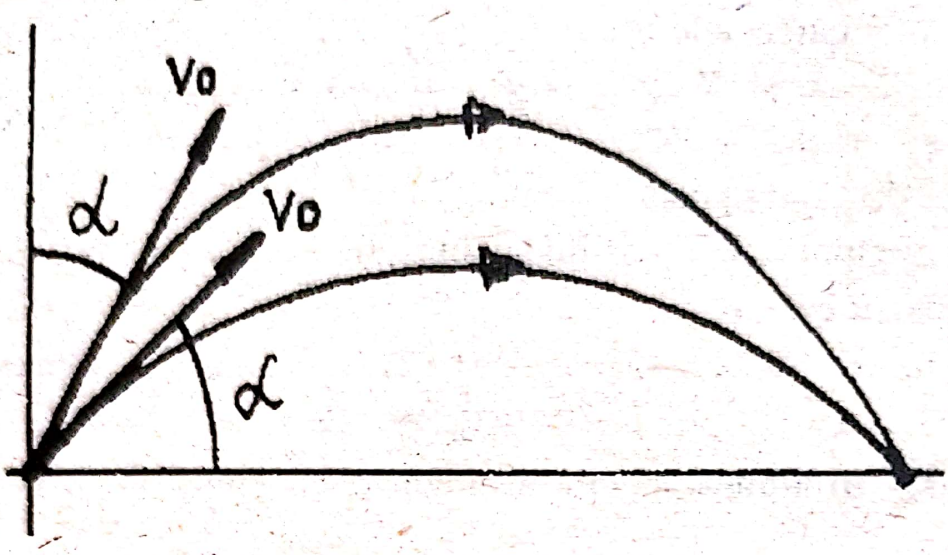
Din cele două relaţii rezultă : $v_0^2 \sin^2\alpha = 2gh$

$v_0^2 \sin^2\alpha = \dfrac{g^2\tau^2}{4}$ adică $2gh = \dfrac{g^2\tau^2}{4}$, $h = \dfrac{g^2\tau^2}{8} = 4{,}9$ m

$H = h_0 + h = 1$, 1 m + 4,9 m = 6 m **Corect c.**

Scanned with OKEN Scanner

R1.36. •**I)** Unghiul de lansare al corpului (2) este $\beta = (90 - \alpha)$



$$x_{M1} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$x_{M2} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\beta}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin[2(90^\circ - \alpha)]}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = x_{M1}$$

$x_{M1} = x_{M2}$ deci: **Corect I.b.**

II) $$t_1 = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$t_2 = \frac{2v_0 \cdot \sin\beta}{g}$$ şi împărţind rezultă:

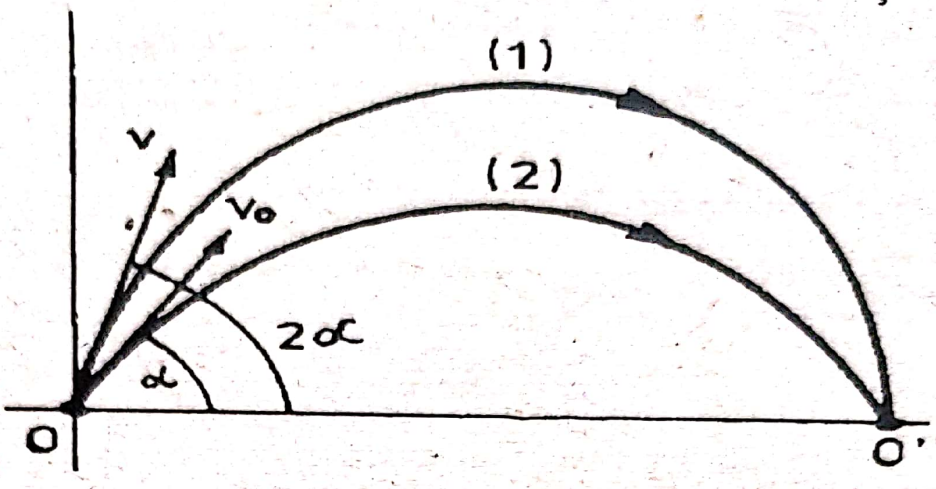
$$t_1 = t_2 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = t_2 \frac{\sin\alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = t_2 \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$t_1 = t_2 \cdot tg\alpha$$

Cum problema e posibilă numai dacă $2\alpha<90^\circ$ adică $\alpha<45^\circ$ rezultă că $tg\alpha<1$ deci $t_1 = t_2 \cdot tg\alpha < t_2$ $t_1<t_2$ **Corect IIa.**

Scanned with OKEN Scanner

R1.37. •I)Scriind valoarea bătăii pentru ambele situaţii:



$$(1)\quad x_{MAX1} = \frac{v^2}{g}\sin[2(2\alpha)]$$

$$(2)\quad x_{MAX2} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$$

şi ţinînd cont că bătăile sînt egale şi în aceeaşi parte $4\alpha < 90°$ ($\alpha < 22°30'$)

$$\frac{v^2}{g}\,2\sin 2\alpha\cdot\cos 2\alpha = \frac{v_0^2}{g}\sin 4\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{v_0^2}{2v^2}\quad ;\quad 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{v_0^2}{2v^2}$$

notînd $k = \frac{v}{v_0} = 2$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2v^2}}{2v} = \frac{\sqrt{1 + 2k^2}}{2k} = \frac{3}{4}$$

Corect Ib.

II) Timpul în care mobilul ajunge din **O** în **O'** pe traiectorie este egal cu timpul în care proiecţia sa pe **Ox** ajunge din **O** în **O'**.

Scanned with OKEN Scanner

$$t = \frac{OO'}{v_x} = \frac{x_{max}}{v_x} = \frac{\dfrac{2v^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}}{v \cdot \cos\alpha} = \frac{2v \cdot \sin\alpha}{g}$$

Scriind valoarea t pentru cele două situaţii:

$$t_1 = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

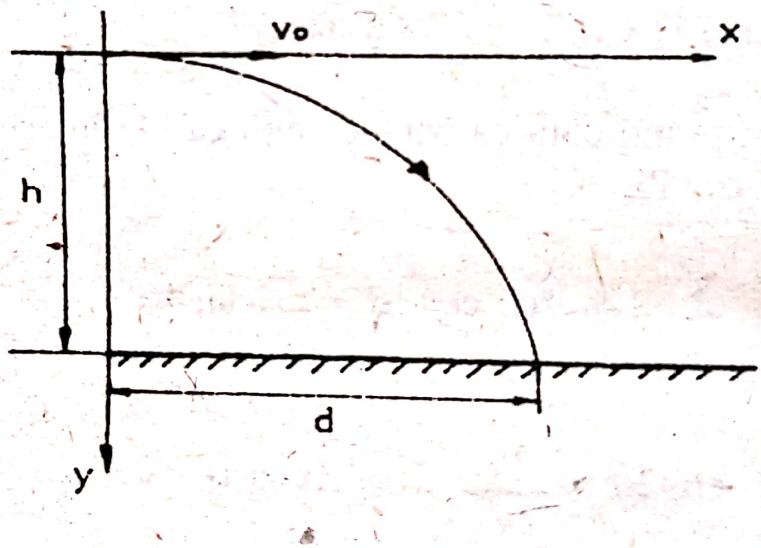
$$t_2 = \frac{2(2v_0) \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{8v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} = 4\left(\frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}\right) \cdot \cos\alpha$$

deci $t_2 = 4t_1\cos\alpha$ şi înlocuind $\cos\alpha = 3/4$ rezultă $t_2 = 3t_1$

Corect IIa.

R1.38.

În general:



$$d = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

bătaia, şi

$$\tau = \frac{d}{v_0} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

timpul de cădere independent de v_0. Deci:

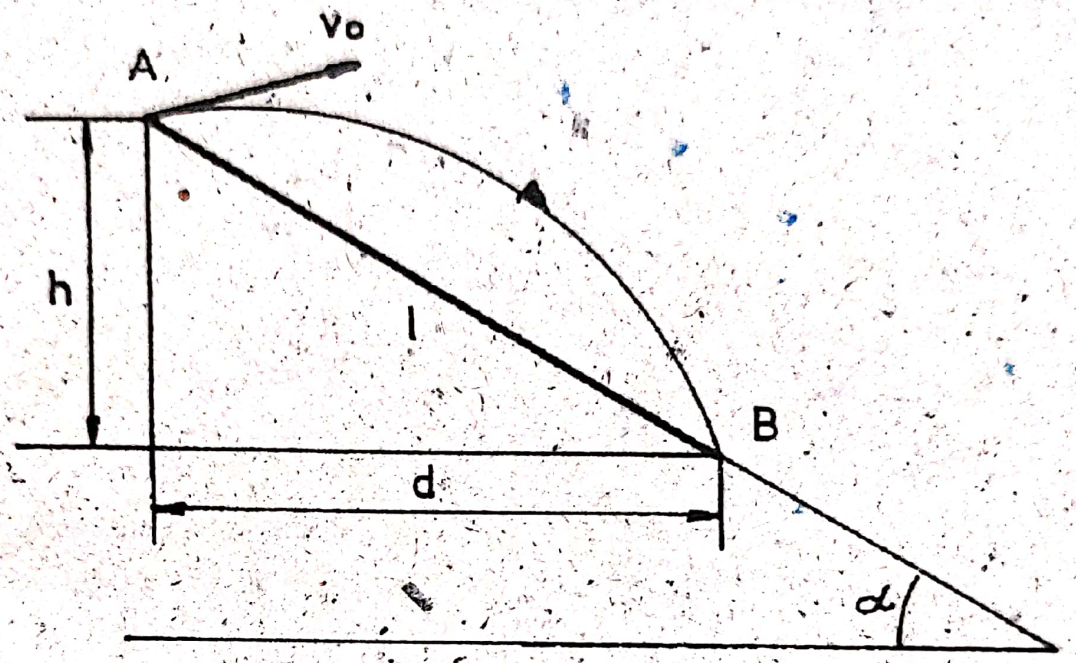
$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{v_{01} \cdot \sqrt{\dfrac{2h}{g}}}{v_{02} \cdot \sqrt{\dfrac{2h}{g}}} = \frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{2}{3} \quad \text{şi} \quad \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{2h}{g}}}{\sqrt{\dfrac{2h}{g}}} = 1$$

Corect I.c , II.a.

Scanned with OKEN Scanner

R1.39. Din formula bătăii în aruncarea pe orizontal:

$$d = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



Dar din triunghiul **ABO** se deduce :

$h = l \cdot \sin\alpha$ şi $d = l \cdot \cos\alpha$

Ridicînd la pătrat şi înlocuind :

$$v_0^2 = \frac{g l \cdot \cos^2\alpha}{2 \cdot \sin\alpha} \quad ; \quad v_0 = \cos\alpha \cdot \sqrt{\frac{g l}{2 \cdot \sin\alpha}}$$

înlocuind cu date numerice rezultă : $v_0 = 15$ m/s

Corect c.

R1.40. Folosim următoarele notaţii:

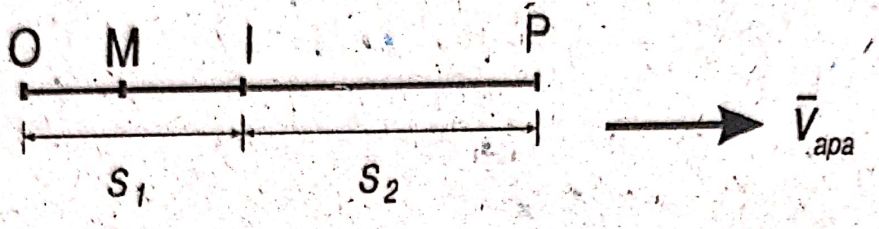
$t_0 = t_1$ - timp scurs de la ora H la ora 15;

$t_2 = 2$ ore - timp scurs de la ora 15 la ora 17;

O - portul Orşova;

Scanned with OKEN Scanner

I - punct de întâlnire şalupă cu ambarcaţiune;
M - punct unde se găsea şalupa la ora 15;
P - punctul unde ar fi ajuns ambarcaţiunea în timpul $(t_1 + t_2)$.



● **Soluţia 1**

$$(1)\ \frac{S_1}{V_A} - \frac{S_1}{V_A + V_S} = t_1$$

timpul de mişcare al ambarcaţiunii din O în M

$$(2)\ \frac{S_1}{V_A} + \frac{S_1}{V_S - V_A} = (t_1 + t_2)$$

timpul de mişcare dus-întors al ambarcaţiunii pe distanţa (OI+IO)

$$(3)\ \frac{S_1}{V_A + V_S} + \frac{S_1}{V_S - V_A} = t_2$$

timpul de mişcare dus-întors al şalupei pe distanţa (OI+IO)

Alegând 2 din cele 3 ecuaţii (care nu sunt independente) se formează un sistem de ddouă ecuaţii cu două necunoscute, care rezolvat are soluţiile:

$S_1 = 5400$ m şi $t_1 = 1$ oră; dar $H = 15 - t_1 = 14$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

● **Soluţia 2**

Faţă de un sistem de referinţă mobil legat de apă, viteza relativă a şalupei este V_S, deci şalpa ajunge ambarcaţiunea după intervalul $t' = \frac{V_A t_1}{V_S}$

Raportând spaţiul avans $OM = V_A \cdot t_1$ la viteza relativă V_S (în t' ambarcaţiunea s-a deplasat din M în I), scriind ecuaţiile de dus şi de întors pt. şalupă:

$$\begin{cases} S_1 = (V_S + V_A) \cdot t' \\ S_1 = (V_S - V_A) \cdot (t_2 - t') \\ t_1 = \frac{V_S t'}{V_A} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} S_1 = 5400 \text{ m şi } t_1 = 1 \text{ oră} \\ \text{deci } H = 14 \end{array}$$

● **Soluţia 3**

În intervalul de timp $(t_1 + t_2)$, ambarcaţiunea purtată de apă ar fi ajuns din O în P străbătând spaţiul

$S = S_1 + S_2 = V_A (t_1 + t_2)$ faţă de cheiul portului, iar acesta ar fi străbătut faţă de ambarcaţiune un spaţiu egal în modul, dar în sens contrar. Şalupa ar fi străbătut faţă de apă, ca să se întoarcă din I în O, la acelaşi chei un spaţiu total:

$$S = V_S \left(t_2 - \frac{V_A t_1}{V_S} \right)$$

Deci, $V_A (t_1 + t_2) = V_S \left(t_2 - \frac{V_A}{V_S} t_1 \right) \Rightarrow t_1 = 3600 \text{ s}$

Scanned with OKEN Scanner

Din eglitatea spaţiului parcurs de ambarcaţiune şi şalupă din O în I:

$$S_1' = (V_S + V_A)\frac{V_A t_1}{V_S} = V_S\left(t_1 + \frac{V_S t_1}{V_S}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad S_1 = 5400\ \text{m}$$

● **Soluţia 4**

În intervalul de timp $(t_1 + t_2)$, ambarcaţunea purtată pe apa ar fi ajuns în P.

Din raportul distanţelor

$$\frac{OM}{OP} = \frac{V_A t_1}{V_A(t_1 + t_2)} \Rightarrow OM = \frac{t_1}{(t_1 + t_2)}OP$$

Apa ajunge din M în P pe distanţa:

$$MP = OP - OM = OP\left(1 - \frac{t_1}{t_1 + t_2}\right) = OP\frac{t_2}{t_1 + t_2}$$

deci şi şalpa ar fi fost dusă d apă pe o distanţă egală (MP).

Şalupa străbate faţă de apă la dus $OM = \frac{t_1}{t_1 + t_2}OP$ şi la întors MP+MO=PO, deci în total şalupa străbate faţă de apă

Scanned with OKEN Scanner

$$S_ş = S_{total\,ş} = OM + PO = OP\left(\frac{t_1}{t_1 + t_2} + 1\right)$$

timp în care apa parcurge: $S_A = MP = OP\,\frac{t_2}{t_1 + t_2}$

Făcând $\frac{S_ş}{S_A}$ pentru același interval de timp $(t_1 + t_2 - t_3')$ $\Rightarrow$

$$\frac{OP\left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right) + 1}{OP\,\frac{t_2}{t_1 + t_2}} = \frac{V_s(t_1 + t_2 - t_3')}{V_A(t_1 + t_2 - t_3')} \Rightarrow t_1 = 1 \text{ oră};$$

$$S_1 = V_A\left(t_1 + \frac{V_A t_1}{V_s}\right) = 5{,}4 \text{ km}$$

Scanned with OKEN Scanner

LEGILE DINAMICII

R2.1. Cu ajutorul legii I a dinamicii. Datorită inerţiei mercurul caută să-şi continue mişcarea ce i s-a dat prin scuturare, în timp ce prin oprirea bruscă a mîinii corpul termometrului se opreşte, mercurul coborînd în capilar.

Corect a.

R2.2. Conform cazului acţiunii momentane a forţei, ruperea va avea loc între locomotivă şi şirul de vagoane, sau între primele vagoane după cum pornirea se face mai mult sau mai puţin brusc.

Corect a.

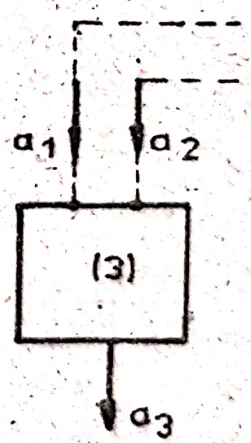
R2.3. Dacă trenul îşi micşorează viteza corpurile din vagoane tind să-şi păstreze viteza iniţială în virtutea inerţiei. Aşadar efortul omului este micşorat datorită inerţiei cînd deplasarea lăzii se face în sensul în care merge trenul.

Corect a.

R2.4. Loviturile ciocanului imprimă masei mari a nicovalei o acceleraţie mică ($a = \frac{F}{m}$., ceea ce face ca nicovala să se deplaseze prea puţin şi deci să nu strivească pe cel de sub ea.

Corect b.

R2.5. Sînt practic două fire: unul (1)-(3) altul (2)-(3). Pentru ca firele să fie întinse trebuie ca ele să se lungească (scurteze) în acelaşi interval de timp cu aceeaşi distanţă (*fig.a*)



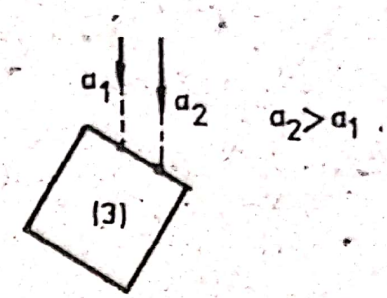
$$s = \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{a_2 t^2}{2} \quad \text{deci} \quad a_1 = a_2$$

Evident corpul (3) va coborî (urca) cu acelaşi spaţiu în acelaşi timp: $s = \frac{a_3 t^2}{2}$ deci $a_3 = a_2 = a_1$.

Corect b.

Scanned with OKEN Scanner

OBSERVAŢIE: Dacă $a_1 \neq a_2$, corpul (3) se răsuceşte, rămînînd practic atîrnat într-un final de un singur fir.(*fig.b*)



R2.6. Înainte de desprinderea primului cărucior acceleraţia sistemului este:

$$a_0 = \frac{F}{n \cdot m}$$

După desprinderea primului cărucior:

$$a_1 = \frac{F}{(n-1) \cdot m}$$

După desprinderea celui de-al doilea cărucior:

$$a_2 = \frac{F}{(n-2) \cdot m}$$

Analog după desprinderea celui de-al K-lea cărucior:

$$a_K = \frac{F}{(n-k) \cdot m}$$

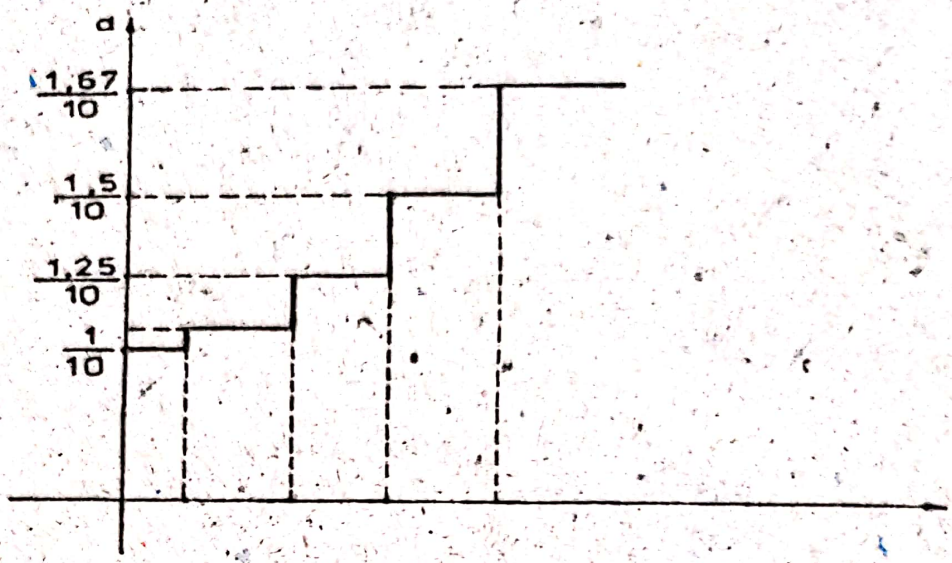
$a_0 < a_1 < ..... < a_K$ **în trepte**

Susceptibile graficele (1) şi (3). Pentru a "simţi" alura creşterii acceleraţiilor se poate considera un caz particular:

$$\frac{F}{m} = 1 \text{ m/s}^2 \quad ; \; n = 10$$

$a_0 = 0{,}1 \text{ m/s}^2$
$a_1 = 0{,}112 \text{ m/s}^2$
$a_2 = 0{,}125 \text{ m/s}^2$
$a_3 = 0{,}143 \text{ m/s}^2$
$a_4 = 0{,}167 \text{ m/s}^2$
.....etc.

Scanned with OKEN Scanner



Se vede că treptele sînt din ce în ce mai mari, deci corect grafic (3), nu graficul (1) ale cărui trepte sînt egale.

Corect c.

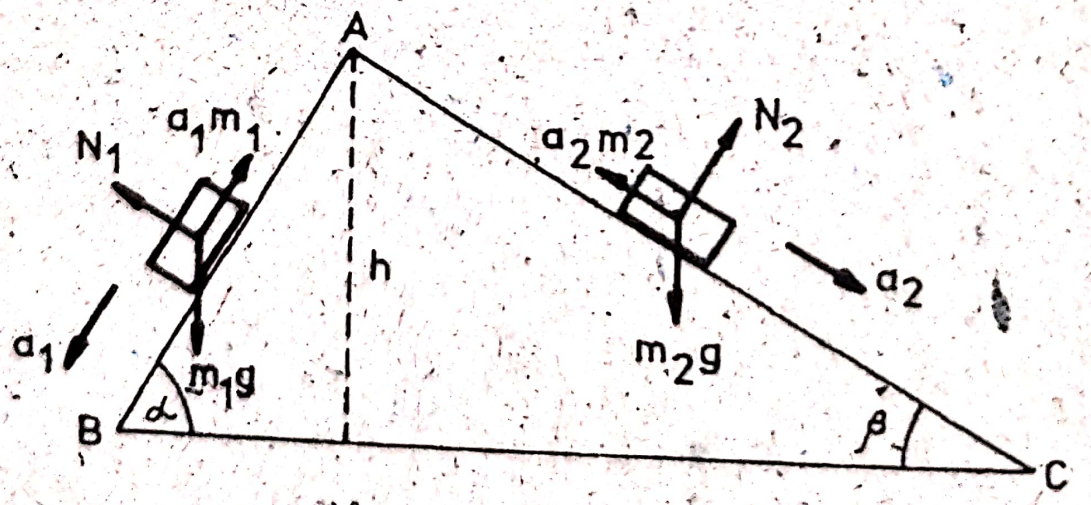
R2.7.I. Acceleraţiile corpurilor vor fi date de componentele tangenţiale ale forţelor:

(1) $m_1 a_1 = m_1 g \cdot \sin\alpha \quad a_1 = g \cdot \sin\alpha = \frac{g}{2}$

(2) $m_2 a_2 = m_2 g \cdot \sin\beta \quad a_2 = g \cdot \sin\beta = \frac{\sqrt{3}\, g}{2}$

$a_1 < a_2$

Corect I.c.



Scanned with OKEN Scanner

II. Din legile conservării energiei (între vîrf şi bază):

(1) $0 + m_1 gh = \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + 0 \cdot v_1 = 2gh$

(2) $0 + m_2 gh = \dfrac{m_2 v_2^2}{2} + 0 \cdot v_2 = 2gh$

$v_1 = v_2 = v$ **Corect II.b.**

III. Din legile mişcării accelerate fără viteză iniţială:

$v = a \cdot t$; $t = \dfrac{v}{a}$

(1) $t_1 = \dfrac{v}{a_1} = \dfrac{2v}{g}$

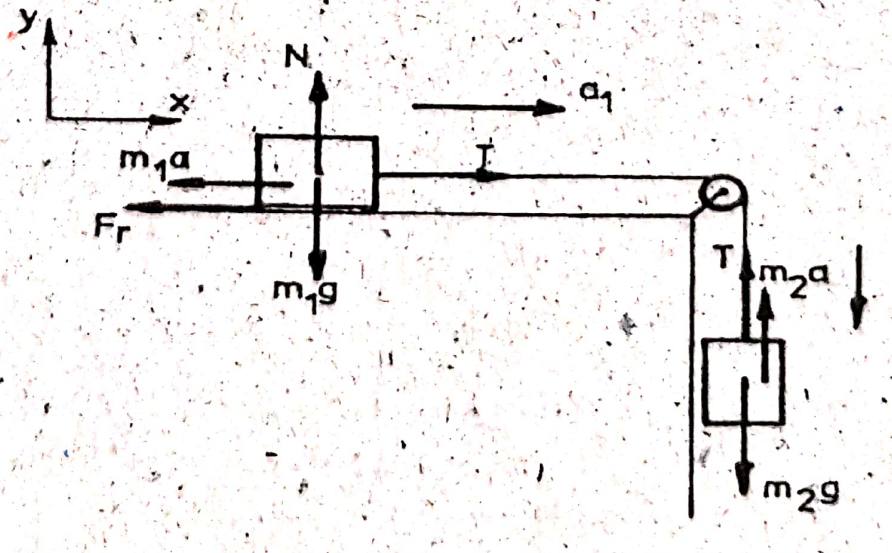
(2) $t_2 = \dfrac{v}{a_2} = \dfrac{2v}{\sqrt{3}\, g}$

$t_1 > t_2$ **Corect III.a.**

R2.8. CAZ 1. Izolînd corpurile, ecuaţiile fundamentale ale dinamicii sînt:

corp (1) $\begin{cases} (Ox) & T - m_1 a_1 - F_r = 0 \quad (1) \\ (Oy) & N - m_1 g = 0 \quad (2) \end{cases}$ $F_r = \mu N$

corp (2) $T + m_2 a_1 - m_2 g = 0$ (4)



Scanned with OKEN Scanner

Din (1),(2),(3), $\Rightarrow$ $\begin{cases} T - m_1 a_1 - \mu m_1 g = 0 \\ T + m_2 a_1 - m_2 g = 0 \end{cases}$

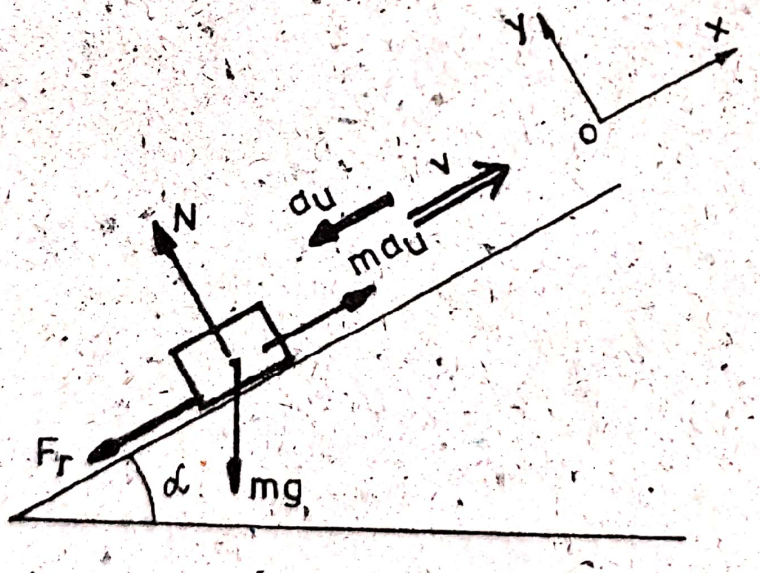
Eliminînd (T) între (4),(5) $\Rightarrow$ $a_1 = \dfrac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g$

CAZ 2. Inversînd corpurile şi procedînd analog, din cauza simetriei figurii, fără nici un calcul se deduce:

$$a_2 = \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2} g \quad \Rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2 \quad \mu m_1}{m_1 - \mu m_2} = 3,5$$

R2.9. ■ Mişcarea ascendentă:
Izolînd corpul şi considerînd atît forţele reale care acţionează asupra lui cît şi forţa de inerţie fictivă se scriu ecuaţiile fundramentale ale dinamicii:

(Ox) $\begin{cases} ma_u - F_r - mg \cdot \sin\alpha = 0 \\ N - mg.\cos\alpha = 0 \end{cases}$ $\qquad F_r = \mu N$



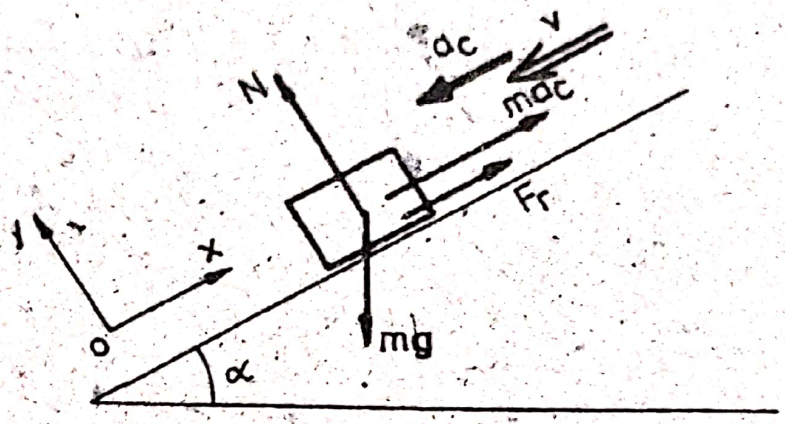
Din ecuaţiile a doua şi a treia $\Rightarrow$ $F_r = \mu mg \cdot \cos\alpha$
şi înlocuind în prima $\Leftrightarrow$
$a_u = g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha) =$

$$= g(\sin\alpha + tg\phi) = g\left(\sin\alpha + \frac{\sin\phi \cdot \cos\alpha}{\cos\phi}\right) = \frac{\sin(\alpha + \phi)}{\cos\phi} g$$

Scanned with OKEN Scanner

■ **Mişcarea descendentă:**

Procedînd analog $\Rightarrow$ $a_c = \dfrac{\sin(\alpha - \phi)}{\cos\phi} g$

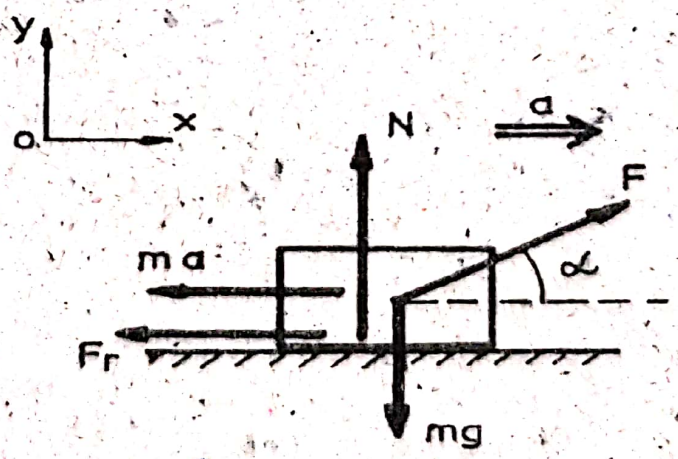


şi făcînd raportul $\Rightarrow$ $\dfrac{a_c}{a_u} = \dfrac{\sin(\alpha - \phi)}{\sin(\alpha + \phi)} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

deci $a_u = \sqrt{3} \cdot a_c$ **Corect c.**

R2.10. Izolînd corpul, considerînd atît forţele reale cît şi forţa de inerţie, ecuaţiile de echilibru pe cele două axe sînt:

$$(Ox)\ F\cos\alpha - ma - F_r = 0$$
$$(Oy)\ N - mg + F\sin\alpha = 0 \qquad F_r = \mu N$$



Scanned with OKEN Scanner

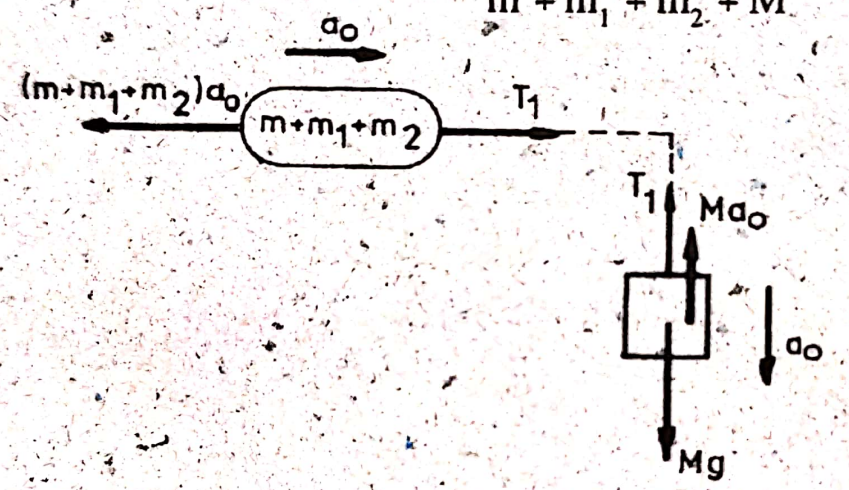
şi înlocuind $\Rightarrow \quad F = \dfrac{m\cdot(a+\mu\cdot g)}{(\cos\alpha+\mu\cdot\sin\alpha)} = \sqrt{3}\,G$

Corect b.

R2.11. ■ Se consideră corpul format din m, m_1, m_2, care se mişcă împreună cu corpul M cu acceleraţia a_0. Izolînd corpurile şi scriind legile dinamicii:

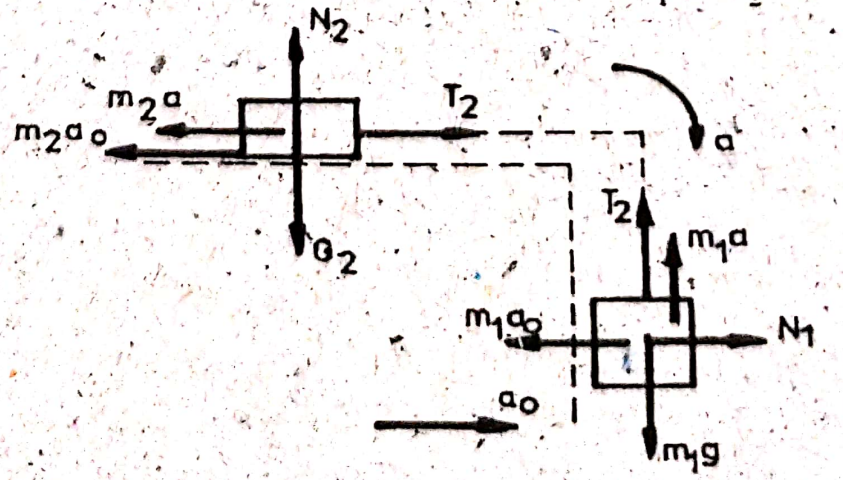
$$\begin{cases} T_1 - (m + m_1 + m_2)\cdot a_0 = 0 \\ T_1 + Ma_0 - Mg = 0 \end{cases}$$

şi eliminînd $T_1 \quad \Rightarrow \quad a_0 = \dfrac{M}{m + m_1 + m_2 + M}\cdot g$



■ Se consideră sistemul format din corpurile m_1 si m_2 care se mişcă accelerat faţă de căruciorul m cu acceleraţia a. Introducînd forţele de inerţie reale asupra lor, furnizate de mişcarea căruciorului cu acceleratia a0, precum şi forţele reale şi cele de inerţie fictive, din legile dinamicii $\Rightarrow$

$$\begin{cases} T_2 + m_1 a - m_1 g = 0 \\ T_2 - m_2 a - m_2 a_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad a = \frac{m_1\cdot g - m_2\cdot a_0}{m_1 + m_2}$$



Pentru ca sistemul (m_1, m_2) să fie în repaus faţă de cărucior trebuie ca $a = 0$ adică: $m_1 g = m_2 a_0$
Dar ţinînd cont de expresia calculată pentru a_0 $\Rightarrow$

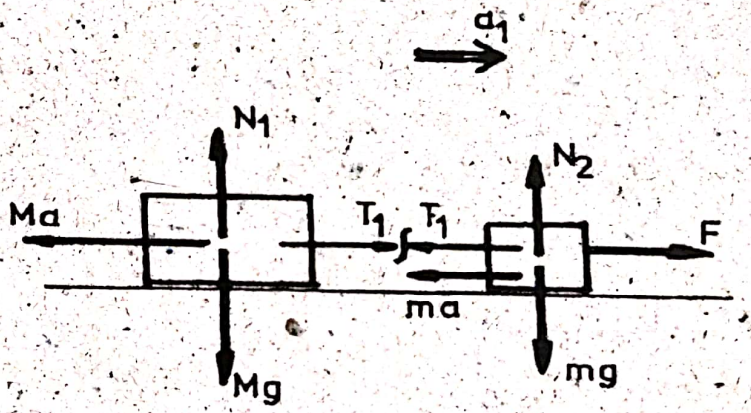
$$M = \frac{m_1 \cdot (m + m_1 + m_2)}{m_2 - m_1}$$

Corect b.

R2.12.CAZ1. Izolînd corpurile şi considerînd atît forţele reale, cît şi pe cele de inerţie, relaţiile de echilibru vor fi:

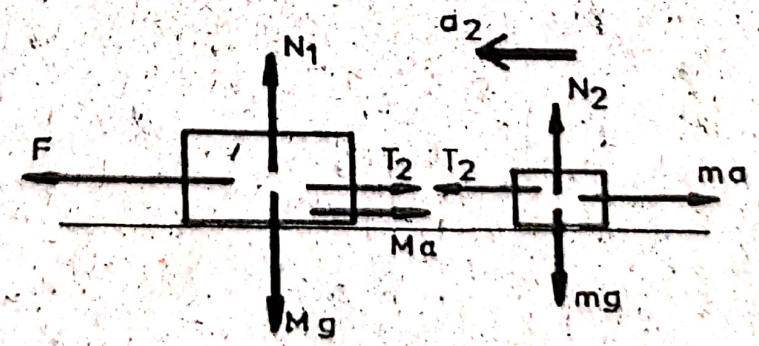
$$\begin{cases} (m)\ F - T_1 - ma = 0 \\ (M)\ T_1 - Ma = 0 \end{cases}$$ Rezolvînd sistemul se obţine:

$$a_1 = \frac{F}{M + m} \quad \text{şi} \quad T_1 = \frac{M}{M + m} F$$



CAZ 2. Analog: $\begin{cases} (m)\ T_2 - ma = 0 \\ (M)\ F - T_2 - Ma = 0 \end{cases}$ şi se obţine:

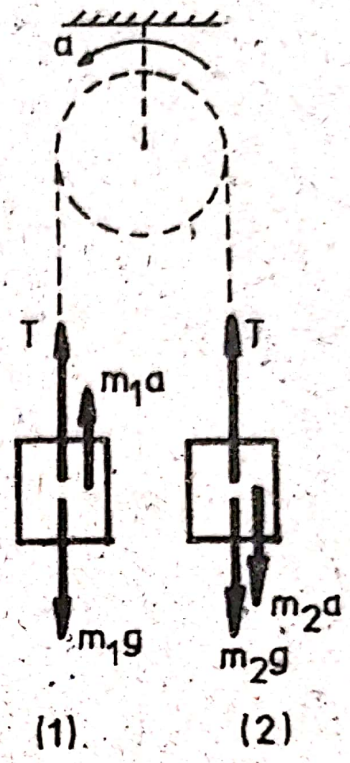
$$a_2 = \frac{F}{M + m} \quad \text{şi} \quad T_2 = \frac{m}{M + m} F$$



Deoarece $M > m \Rightarrow a_1 = a_2$ **Corect I.b**
$T_1 > T_2 \Rightarrow$ **Corect II.a**

Scanned with OKEN Scanner

R2.13. Izolînd corpurile sistemului şi considerînd atît forţele reale ce acţionează asupra lor, cît şi forţele de inerţie (fictive) se poate considera că (1) şi (2) sînt în echilibru (matematic):



Rezolvind sistemul:

$$\begin{cases} T + m_1a = m_1g \\ T = m_2a + m_2g \end{cases}$$

I. $a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = 6\ m/s^2$

Corect I.c.

II. $T = \dfrac{2 m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} g = 16\ N$

Corect II.a.

R2.14 I. Fie **a** acceleraţia firului BAC faţă de scripetul A şi a_r (relativ) acceleraţia firului EBD faţă de scripetul B.

Un observator fix observă corpurile mişcîndu-se respectiv cu:

$a_1 = a$ — în sus

$a_2 = a_r - a$ — { în sus dacă: $a_r > a$; în jos dacă: $a_r < a$

$a_3 = a_r + a$ — în jos

Izolînd corpurile din sistem şi considerînd atît forţele reale cît şi forţele de inerţie se pot scrie condiţiile de echilibru (matematice):

(1) $2T - m_1a - m_1g = 0$

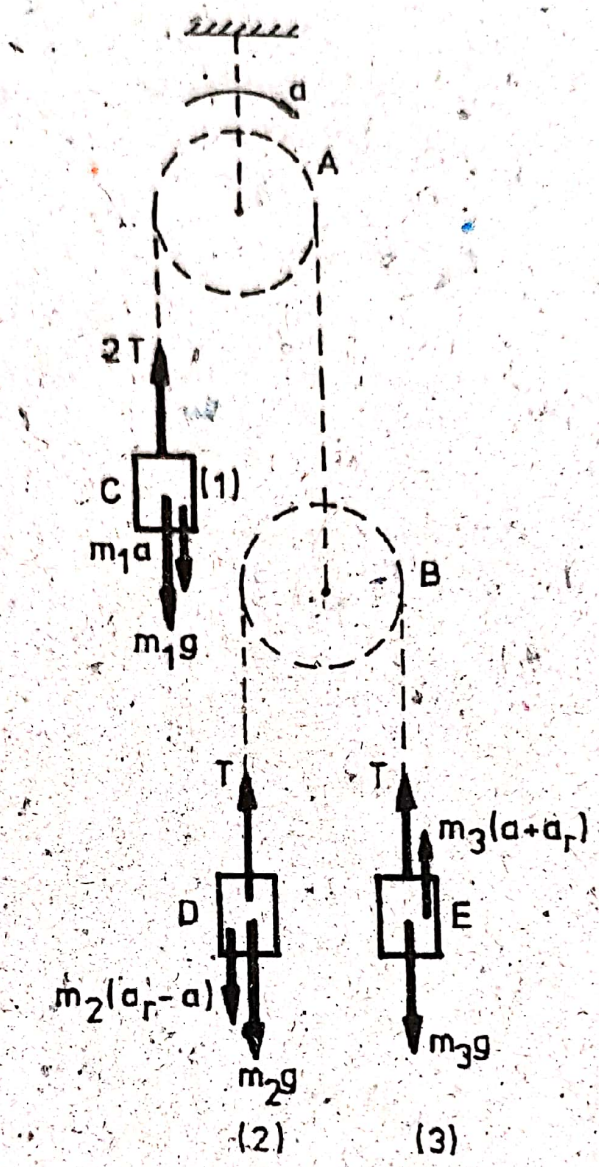
(2) $T - m_2(a_r - a) - m_2g = 0$

(3) $T + m_3(a_r + a) - m_3g = 0$

Eliminînd T între relaţii şi înlocuind $m_1 = m_2 = m$, $m_3 = 2m$, $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 3a_r + a - g = 0 \\ 2a_r - 3a + g = 0 \end{cases}$$ cu soluţii $a_r = \dfrac{2g}{11}$ şi $a = \dfrac{5g}{11}$

Scanned with OKEN Scanner



Deci din punctul de vedere al observatorului fix:

$a_1 = \frac{5g}{11}$ (1) urcă

$a_2 = a_r - a = -\frac{3g}{11}$ (2) coboară

$a_3 = a + a_r = \frac{7g}{11}$ (3) coboară **Corect I.a.**

II. Înlocuind în sistem $\Rightarrow$

$T_{inf} = \frac{8\,m\,g}{11}$, $T_{sup} = 2T_{inf} = \frac{16\,m\,g}{11}$ **Corect II.c.**

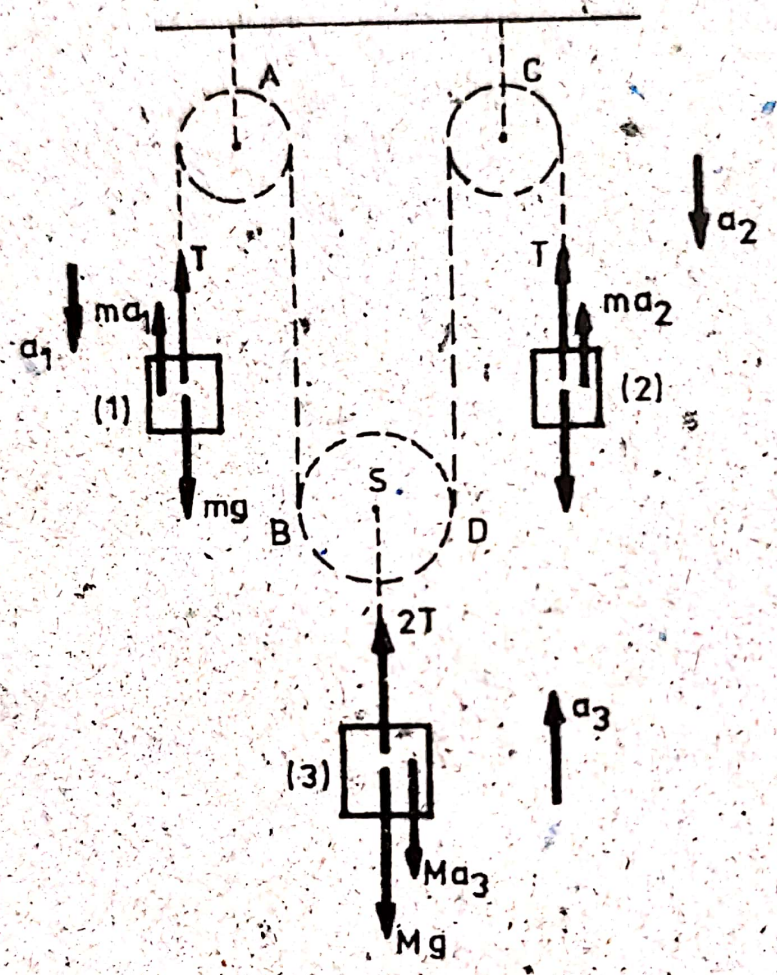
Scanned with OKEN Scanner

R2.15. Izolînd corpurile din sistem şi considerînd atît forţele reale ce acţionează asupra lor, cît şi forţele de inerţie (fictive), se poate considera că aceste corpuri sînt în echilibru (matematic):

(1) $T + ma_1 = mg$ (S-a considerat că scripetul S urcă)

(2) $T + ma_2 = mg$

(3) $2T - Ma_3 = Mg$



Dacă într-un timp t firul AB din stînga scripetului mobil S se lungeşte (scurtează) cu distanţa : $l_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$ iar cel din dreapta CD se lungeşte (scurtează) cu: $l_2 = \frac{a_2 t^2}{2}$,scripetul coboară (urcă) cu: $l_3 = \frac{a_3 t^2}{2}$, iar firul în total s-a lungit (scurtat) cu $(l_2 + l_1)$. Scripetul se roteşte în aşa fel încît să împartă în permanenţă firul în două părţi egale şi să-l menţină întins. De aceea:

$$l_3 = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{a_3 t^2}{2} = \frac{\frac{a_1 t^2}{2} + \frac{a_2 t^2}{2}}{2} \quad \Rightarrow$$

$$a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} \qquad (4)$$

îndreptată în jos, respectiv în sus, dacă scripetul coboară sau urcă.
Din relaţiile (1) şi (2) $\Rightarrow$ $a_1 = a_2$.
Înlocuind în relaţia (4) $a_3 = a_1 = a_2 = a$
(toate corpurile au aceeaşi acceleraţie).
Reluînd relaţiile: $\begin{cases} T + ma = mg \\ 2T - Ma = Mg \end{cases}$
şi rezolvînd sistemul $\Rightarrow$

$$a = \frac{2m - M}{2m + M} g \quad \text{şi} \quad T = \frac{2mMg}{2m + M}$$

I. Condiţia ca scripetul să urce este:

$$2m - M > 0 \quad \text{şi} \quad \frac{M}{m} < 2$$

Corect I.b.

II. Pentru $M = m$ avem

$$a = \frac{g}{3}, \quad T = \frac{2mg}{3}, \quad T_3 = 2T = \frac{4mg}{3}$$

Corect II.c.

R2.16. Acceleraţia sistemului (om = m, cărucior = M, cîntar = m_0) = $\mathcal{M}$ rezultă din (fig.a)
$\mathcal{M}g \sin\alpha - \mathcal{M}a_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = g \sin\alpha$.
Se consideră sistemul (om = m) care se află pe (cîntar + cărucior) care se mişcă cu a_0.

Scanned with OKEN Scanner

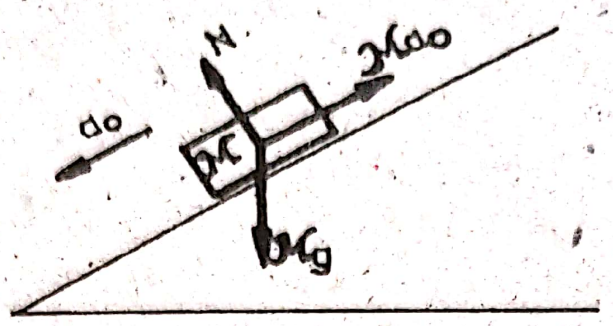


fig a.

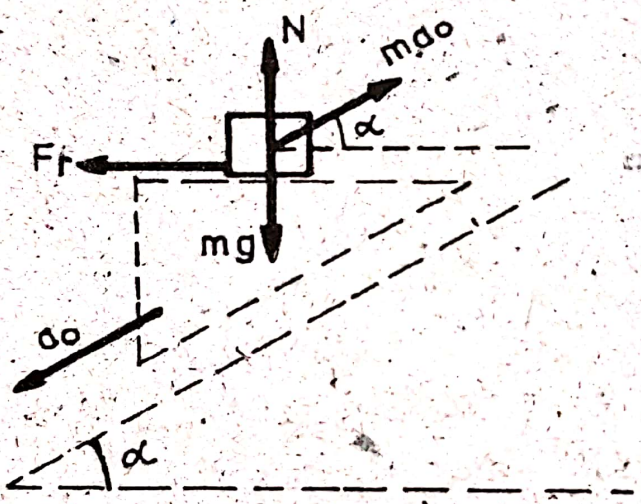


fig b.

Introducînd forţele reale asupra omului, forţa de inerţie fictivă şi forţa de inerţie reală (ma_0) (fig.b), şi ştiind că el este în echilibru faţă de (cîntar + cărucior) apăsarea sa pe cîntar $G_{ap} = N$ este $N = mg - ma_0 \sin\alpha$

Introducînd valoarea a_0 $\Rightarrow$

$$G_{ap} = N = mg - mg\sin^2\alpha = mg(1 - \sin^2\alpha) = G\cos^2\alpha$$

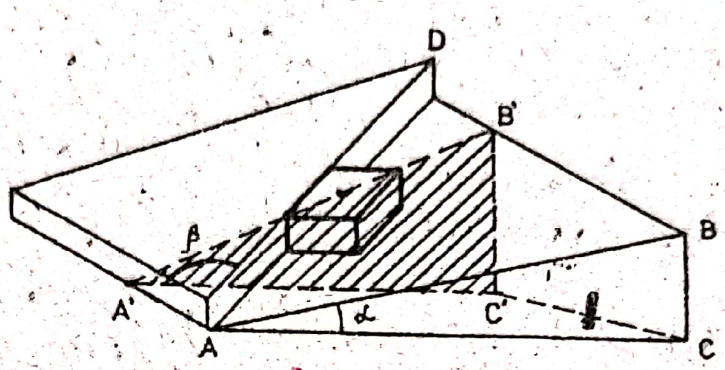
$$\text{De unde} \Rightarrow \quad \cos\alpha = \sqrt{\frac{G_{ap}}{G}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30^\circ$$

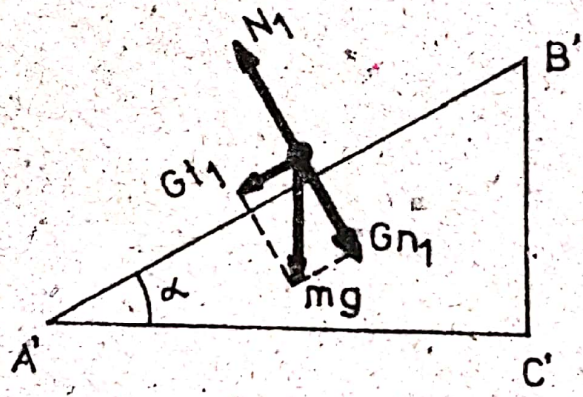
Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R2.17. Făcînd o secţiune A'B'C' prin centrul de greutate al corpului paralelă cu planul ABC (perpendiculară pe sol) rezultă descompunînd greutatea corpului:

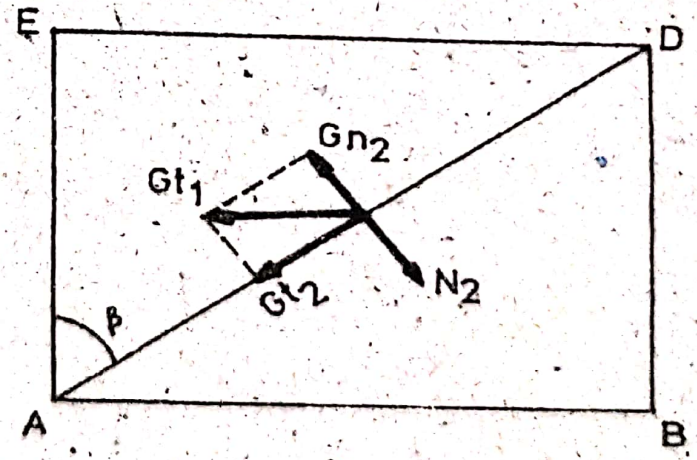
$G_{t1} = mg \cdot \sin\alpha$ $\quad (G_{n1} = N_1)$





Făcînd o vedere de sus şi descompunînd G_{t1} după direcţia de mişcare AD şi normala la aceasta :

$G_{t2} = G_{t1} \cdot \sin\beta = mg \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$ $\quad (G_{n2} = N_2)$



Forţa care mişcă mobilul G_{t2}, $\Rightarrow$ $a = \dfrac{G_{t2}}{m} = g \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R2.18. Izolînd corpurile şi aplicînd legile dinamicii:

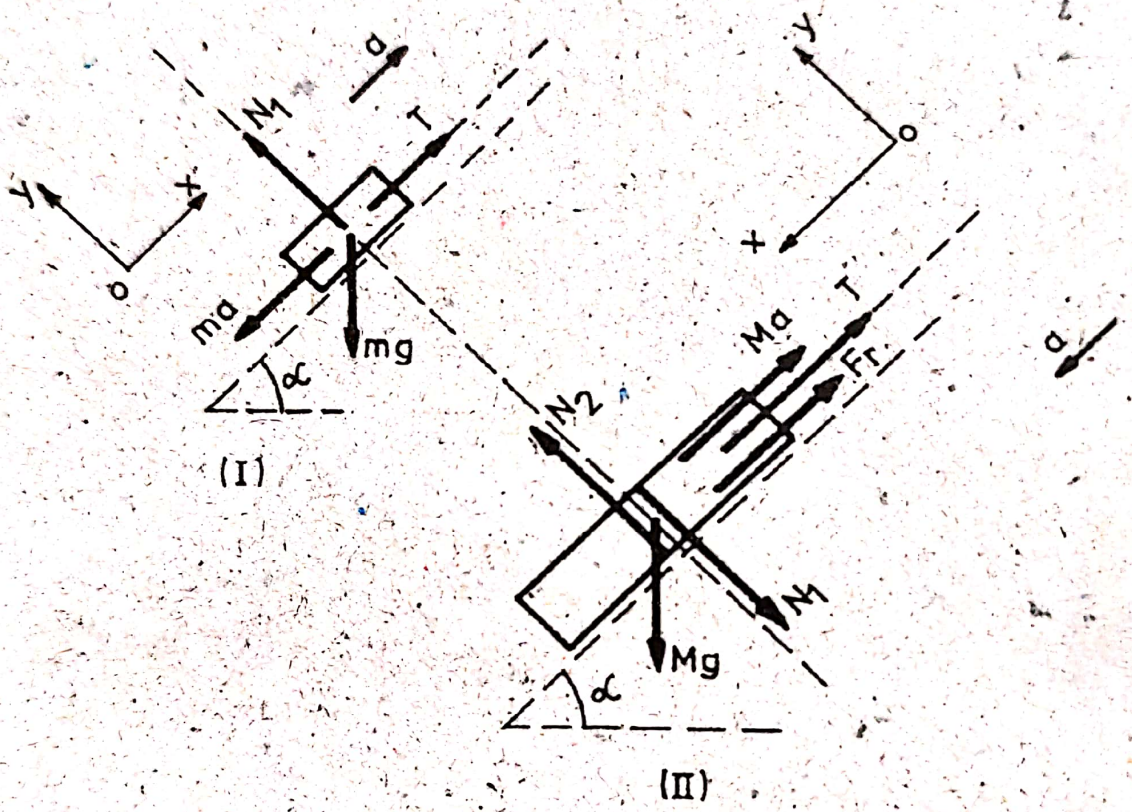
I. $T - m\cdot a - m\cdot g\cdot \sin\alpha = 0$ (1)

$N_1 - m\cdot g\cdot \cos\alpha = 0$ (2)

II. $M\cdot g\cdot \sin\alpha - T - M\cdot a - F_r = 0$ (3)

$N_2 - N_1 - M\cdot g\cdot \cos\alpha = 0$ (4)

$F_r = \mu\cdot N_2$ (5)



Din (5), (4), (2) $\Rightarrow$

$F_r = \mu\cdot (M\cdot g\cdot \cos\alpha + m\cdot g\cdot \cos\alpha) = \mu\cdot g\cdot (M + m)\cdot \cos\alpha$ (6)

Din (1), (3), (6) $\Rightarrow$

$M\cdot g\cdot \cos\alpha - M\cdot a - \mu\cdot g\cdot (M+m)\cdot \cos\alpha - m\cdot a - m\cdot g\cdot \sin\alpha = 0$

De unde:

$$a = \frac{(M-m)\cdot g\cdot \sin\alpha - \mu\cdot g\cdot (M+m)\cdot \cos\alpha}{M+m}$$

$$a = \left(\frac{M-m}{M+m}\cdot \sin\alpha - \mu\cdot \cos\alpha\right)\cdot g$$

Scanned with OKEN Scanner

Condiția ca m să urce față de M este:

$$a \geq 0 \quad \text{adică} \quad \frac{M-m}{M+m} \geq \mu \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{tg\varphi}{tg\alpha}$$

$$\text{adică} \quad \frac{M}{m} \geq \frac{tg\alpha + tg\varphi}{tg\alpha - tg\varphi} = \frac{\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\cos\alpha\cdot\cos\varphi}}{\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\alpha\cdot\cos\varphi}} = \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin(\alpha-\varphi)}$$

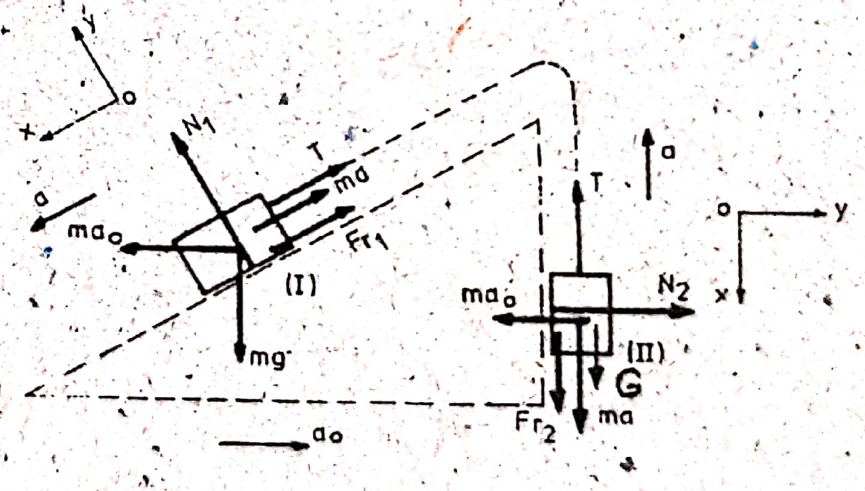
$$\frac{M}{m} \geq \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin(\alpha-\varphi)} = \frac{\sin(45+15)}{\sin(45-15)} = \sqrt{3}$$

deci $M \geq \sqrt{3}\cdot m$ **Corect c.**

R2.19 I. Considerînd sistemul global

$M = (m + m + m) = 3m$ tras de forța $F = 3mg \Rightarrow$

$$a_0 = \frac{F}{M} = \frac{3\cdot m\cdot g}{3\cdot m} = g$$



II. Izolînd corpurile și considerînd atît forțele reale care acționează asupra lor, cît și cele de inerție reală sau fictivă $\Rightarrow$

corp (I) (Ox) $ma_0\cos\alpha + mg\sin\alpha - T - ma - F_{r1} = 0$

(Oy) $N_1 + ma_0\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0$

$F_{r1} = \mu N_1$

Scanned with OKEN Scanner

şi înlocuind $a_0 = g \Rightarrow \sin\alpha = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2}mg - ma - T = 0$

corp (2) (Ox) $ma + F_{r2} + mg - T = 0$

(Oy) $N_2 - ma_0 = 0$

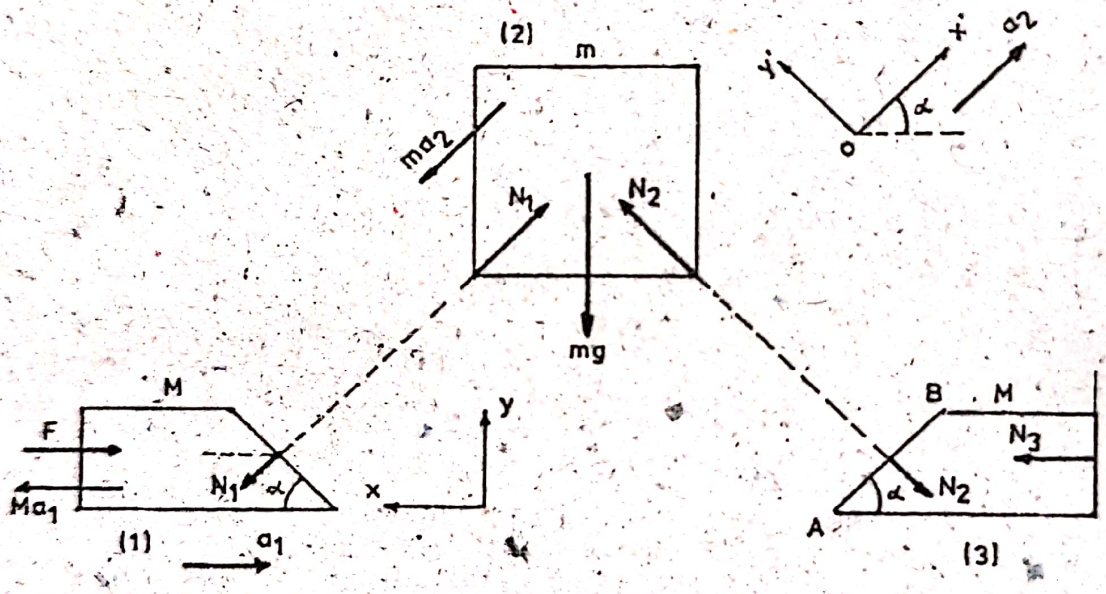
$F_{r2} = \mu N_2$

şi înlocuind: $ma + \mu mg - T = 0$

Din cele două relaţii $\Rightarrow$ $a = \frac{g}{2} \cdot \frac{(3 - 2\sqrt{2})}{2\sqrt{2}}$

Corect II.c

R2.20. I. Se izolează corpurile:



şi introducînd atît forţele reale ce acţionează asupra lor cît şi cele de inerţie fictive se obţine:

Pentru corpul (1): $F - Ma_1 - N_1\sin\alpha = 0$

Deoarece corpul (3) este imobil, corpul (2) urcă pe planul înclinat **AB** avînd direcţia de mişcare **Ox** paralelă cu **AB**

$N_1 - ma_2 - mg\sin\alpha = 0$

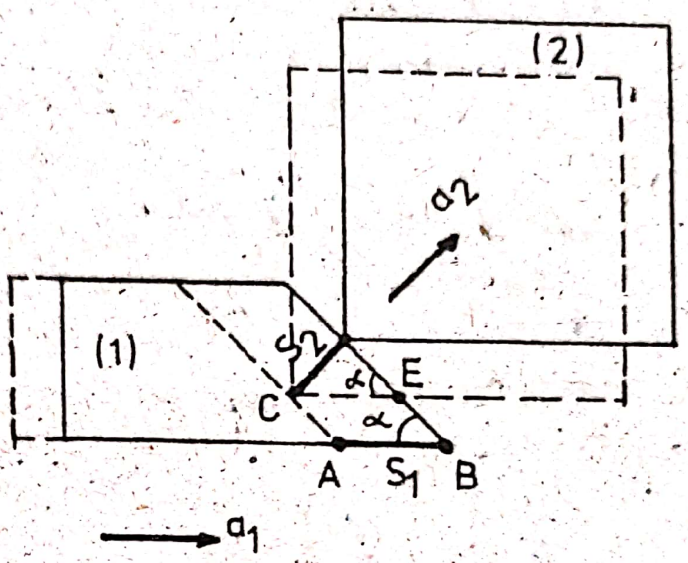
Eliminînd N_1 între cele două relaţii $\Rightarrow$

$F - Ma_1 - ma_2\sin\alpha - mg\sin^2\alpha = 0$ (*)

Această relaţie este insuficientă pentru a determina valorile a_1 şi a_2. Trebuie găsită încă o relaţie între a_1 şi a_2, din considerente cinematice.

Scanned with OKEN Scanner

Consider două poziții ale sistemului la interval de timp t între ele:



în timpul t corpul (1) parcurge spațiul $AB = S_1$ orizontal cu accelerația a_1: $S_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$. În același timp corpul (2) parcurge spațiul $CD = S_2$ cu accelerația a_2: $S_2 = \frac{a_2 t^2}{2} \Rightarrow$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{a_2}{a_1} \quad \text{dar} \quad \frac{S_2}{S_1} = \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad a_2 = a_1 \cdot \sin\alpha$$

Înlocuind în relația (*) și ținând cont că: $\alpha = 45^\circ$; $F = Mg$:

$$a_1 = \frac{g}{3} \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{F - mg \cdot \sin^2\alpha}{M + m \cdot \sin^2\alpha} = \frac{2M - m}{2M + m} g = \frac{g}{3} \quad \Rightarrow$$

$M = m$. **Corect I.a.**

II. $a_2 = a_1 \cdot \sin 45^\circ = \frac{g}{3\sqrt{2}}$ **Corect II.b.**

Scanned with OKEN Scanner

R2.21 I.■ (*fig.b.*)

Se consideră o secţiune verticală care conţine muchia ghidajului (ABB'A') şi se descompune greutatea G într-o componentă $G_t = mg\cdot\sin\alpha$ care realizează deplasarea şi o componentă $G_n = mg\cdot\cos\alpha$ care apasă asupra ghidajului.

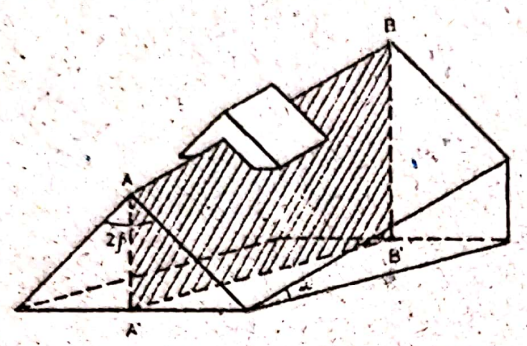


fig. a

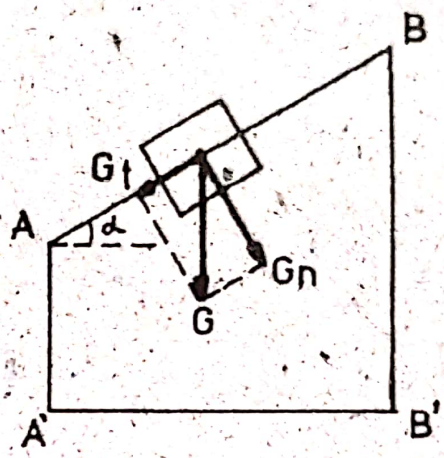


fig. b

■ (*fig.c.*) Se consideră o secţiune transversală prin ghidaj şi se reprezintă apăsările care acţionează asupra corpului:

$$N\cdot\sin\beta + N\cdot\sin\beta = G_n \quad \Rightarrow \quad N = \frac{G_n}{2\cdot\sin\beta} = \frac{mg\cdot\cos\alpha}{2\cdot\sin\beta}$$

Pe fiecare faţă a corpului aflată în contact cu cîte o suprafaţă laterală a ghidajului, acţionează cîte o forţă de frecare:

$$F_{r1} = F_{r2} = \mu N = \frac{\mu\, mg\cdot\cos\alpha}{2\cdot\sin\beta}$$

■ (*fig.d.*) Se reprezintă forţele care acţionează asupra corpului în lungul muchiei ghidajului:

$ma + F_{r1} + F_{r2} - G_t = 0$

şi înlocuind $\Rightarrow$ $a = g\left(\sin\alpha - \mu\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}\right) = 0{,}4\ g$

Corect Ib

Scanned with OKEN Scanner

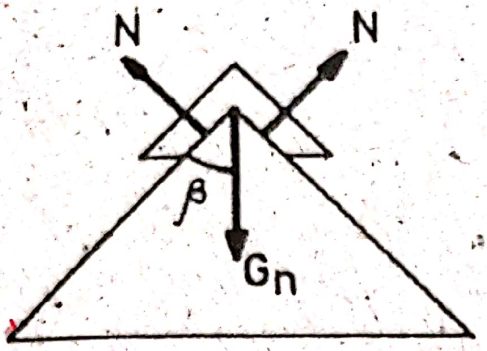


fig. d

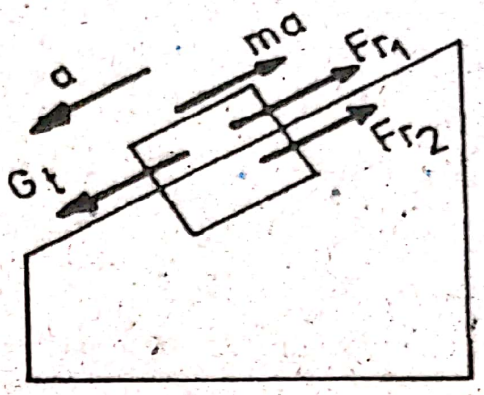


fig. c

II. Dacă corpul alunecă obişnuit pe un plan înclinat de înclinaţie $\alpha \Rightarrow a_o = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

Calculînd : $a - a_o = \mu \cdot \cos\alpha \cdot \left(\frac{1}{\sin\beta} - 1\right)$

cum: $\sin\beta < 1$, $\frac{1}{\sin\beta} > 1 \Rightarrow a_o - a > 0 \Rightarrow a < a_o$

Corect II.c.

Scanned with OKEN Scanner

ENERGIA MECANICĂ

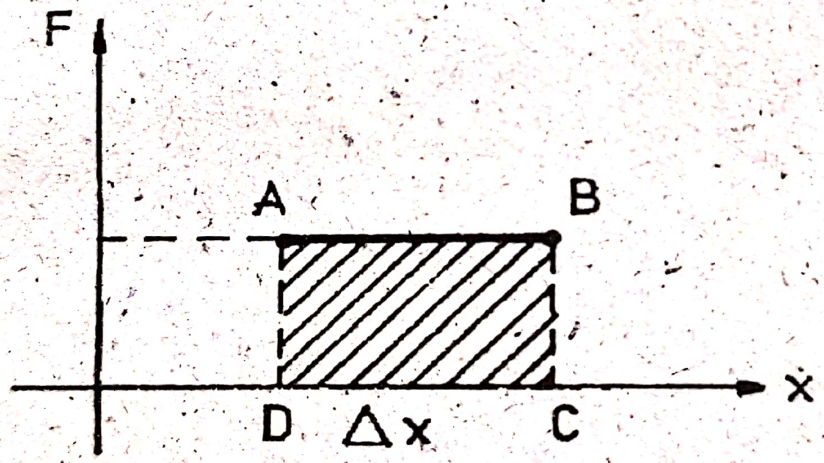
R3.1. Luînd ca nivel de referinţă altitudinea punctului A care este aceeaşi cu a punctului B, din legea conservării energiei se deduce:

$$W_A = W_B \quad \Leftrightarrow \quad E_{CA} + E_{pA} = E_{CB} = E_{pB} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{m v_A^2}{2} + 0 = \frac{m v_B^2}{2} + 0 \quad \Rightarrow \quad v_B = v_A$$

Sau altfel zis: În absenţa frecărilor, indiferent de forma traiectoriei, lucrul mecanic efectuat în cîmp gravitaţional de către un corp care se deplasează între două puncte situate la aceeaşi altitudine este nul. **Corect b.**

R3.2. În general se ştie că: $L = F \cdot \Delta x = S_{ABCD}$



■ Pentru prima figură:

$$L_1 = OA \cdot OG + CG \cdot GH + HE \cdot HI =$$
$$= 1 \cdot 1 + 2 \cdot (2 - 1) + 1 \cdot (3 - 2) = 4 \text{ Joule}$$

■ Pentru a doua figură:

$$L_2 = OA \cdot OG + GC \cdot GH + HE \cdot HI =$$
$$= 1 \cdot 1{,}5 + 1 \cdot (2 - 1) + 1{,}5 \cdot (3 - 2) = 4 \text{ Joule}$$

$\Rightarrow \quad L_1 = L_2$ **Corect b.**

Scanned with OKEN Scanner

R3.3. ■ În cazul **rostogolirii,** care este o mişcare compusă dintr-o translaţie şi o rotaţie, energia potenţială pe care o are corpul la extremitatea superioară a planului serveşte atît la obţinerea energiei cinetice de translaţie cît şi la a pune în mişcare de rotaţie corpul (obţinerea energiei cinetice de rotaţie).

■ În cazul **alunecării,** întreaga energie potenţială pe care o are corpul la început se transformă în energie cinetică de translaţie şi prin urmare viteza sa este mai mare în acest caz.
Aşadar butoiul ajunge jos mai repede prin alunecare şi nu prin rostogolire, aşa cum s-ar părea că se întîmplă.

Corect a.

R3.4. Scriind energiile celor doi alergători:

$$E_{c1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 (2v_2)^2}{2} = \frac{4 m_1 v_2^2}{2}$$

$$E_{c2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

Deoarece $E_{c1} = E_{c2}$, $\Rightarrow$: $\frac{4 m_1 v_2^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow$

$$m_2 = 4 \cdot m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{m_2}{4}$$

Corect d.

R3.5. Lucrul mecanic este:

$L = F_r \cdot S$ unde: $F_r = \mu m g$ este forţa de frecare

$S = \frac{v_0^2}{2 \mu g}$ este spaţiul pînă la oprire

$$L = \mu m g \cdot \frac{v_0^2}{2 \mu g} = \frac{m v_0^2}{2} = E_c$$ (E_c iniţială care i s - a transmis)

deci: **L = independent de μ.**

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R3.6. ■ Energia potențială a mobilului la un moment dat în timpul căderii, când se află la altitudinea y este: $E_p = mgy$

■ În același moment energia sa cinetică este:

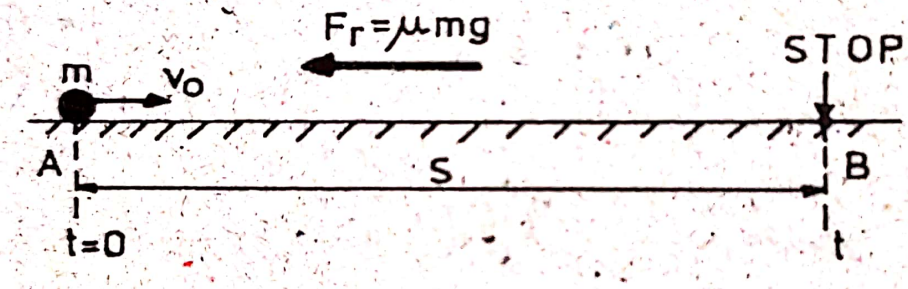
$$E_c = \frac{mv^2}{2} = m\frac{\left(\sqrt{2g\cdot(H-y)}\right)^2}{2} = mg\cdot(H-y)$$

Când $E_c = E_p$, adică $mg\cdot y = mg\cdot(H-y)$; $y = H - y$

altitudinea este: $y = \frac{H}{2}$ **Corect c.**

R3.7. ■ **I.** Din legea energiilor:

$$W_B = W_B - \mathcal{L}_{AB} \Rightarrow 0 = \frac{mv_0^2}{2} - F_{fr}\cdot S \Rightarrow 0 = \frac{mv_0^2}{2} - \mu mg\cdot S$$



$\Rightarrow$ $S = \frac{v_0^2}{2\mu g}$ spațiul până la oprire.

Înlocuind $\Rightarrow$ **S = 160 m.**

Corect I.d.

■ **II.** Din legea impulsului:

$$p_A - p_B = F_{fr}\cdot\Delta t \Rightarrow mv_0 - 0 = \mu mg\cdot(t-0)$$

$t = \frac{v_0}{\mu g}$ timpul până la oprire.

Înlocuind t = 40 s. **Corect II.b.**

■ **III.** Viteza medie: $v_m = \frac{s}{t} = \frac{v_0}{2} = 2$ m/s

Corect III.a.

Scanned with OKEN Scanner

R3.8. ■ La **împingerea** vagonetului pe distanţa l_1, aplicînd legile energiei, deducem valoarea vitezei atinse v:

Ştiind că $F = kmg \Rightarrow W_f = W_i - \mathcal{L}_{FR} + \mathcal{L}_F \Leftrightarrow$

$$\frac{mv^2}{2} = 0 - \mu m g \cdot l_1 + k m g \cdot l_1 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot l_1 \cdot (k - \mu)$$

■ La **autooprirea** vagonetului pe distanţa l_2, aplicînd legile energiei: $W_f = W_i - \mathcal{L}_{FR} \Leftrightarrow 0 = \frac{m v^2}{2} - \mu m g \cdot l_2$

$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot l_2$ şi egalînd vitezele $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot l_1 \cdot (k - \mu) = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot l_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{\mu}{k - \mu}$$

Discuţie: $k = 2\mu \quad l_1 = l_2$

$k > 2\mu \quad l_1 < l_2$

$\mu < k < 2\mu \quad l_1 > l_2$

$k \leq \mu$ vagonetul este imposibil de scos din repaus

În cazul din problemă: $\begin{cases} k = 0{,}01 \\ \mu = 0{,}01 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 10\mu > 2\mu \\ l_1 < l_2 \end{cases}$

Corect b.

R3.9. Luînd ca nivel de referinţa, poziţia bilei m_2 în stare finală, din legea conservării energiei se deduce:

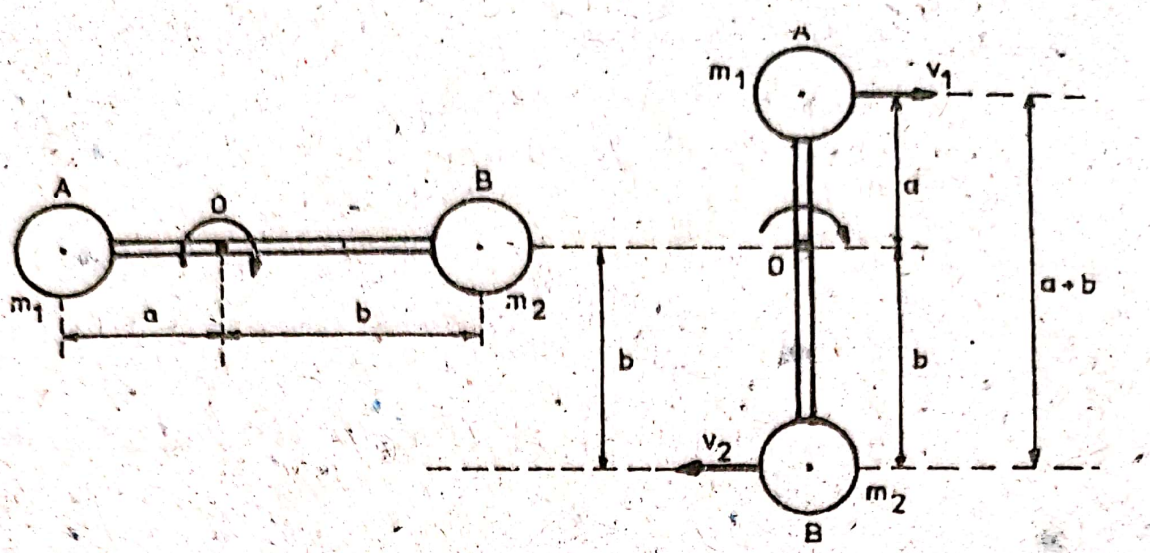
$$W_{sist.i} = W_{sist.f} \Rightarrow W_{1i} + W_{2i} = W_{1f} + W_{2f} \Rightarrow$$

$$(0 + m_1 g b) + (0 + m_2 g b) = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g (a + b)\right) + \left(\frac{m_2 v_2^2}{2} + 0\right)$$

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = 2 (m_2 b - m_1 a) g$$

Înlocuind $m_2 = 2 m_1$ şi $b = 2a$ se obţine: $v_1^2 + 2 v_2^2 = 6 a g$

Scanned with OKEN Scanner



Dar viteza unghiulară a barei fiind unică, ω , vitezele celor două corpuri satisfac relaţiile:

$$\omega = \frac{v_1}{a} = \frac{v_2}{b} \quad \text{deci} \quad v_2 = 2v_1$$

Înlocuind $\Rightarrow$ $v_1^2 = \frac{2}{3}ag \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2}{3}ag} \Rightarrow$

$$v_2 = 2v_1 \Rightarrow v = 2\sqrt{\frac{2}{3}ag}$$

Corect c.

R3.10. ■ **I. Caz A.** Luînd ca referinţă centrul de masă al lanţului în poziţie finală, legea conservării energiei (*fig.a*):

$$W_i = W_f \Leftrightarrow (m_1gh + 0) + (m_2gh + 0) = 0 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{m}{2}g\frac{l}{4} + \frac{m}{2}g\frac{l}{4} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gl}{2}}$$

Scanned with OKEN Scanner

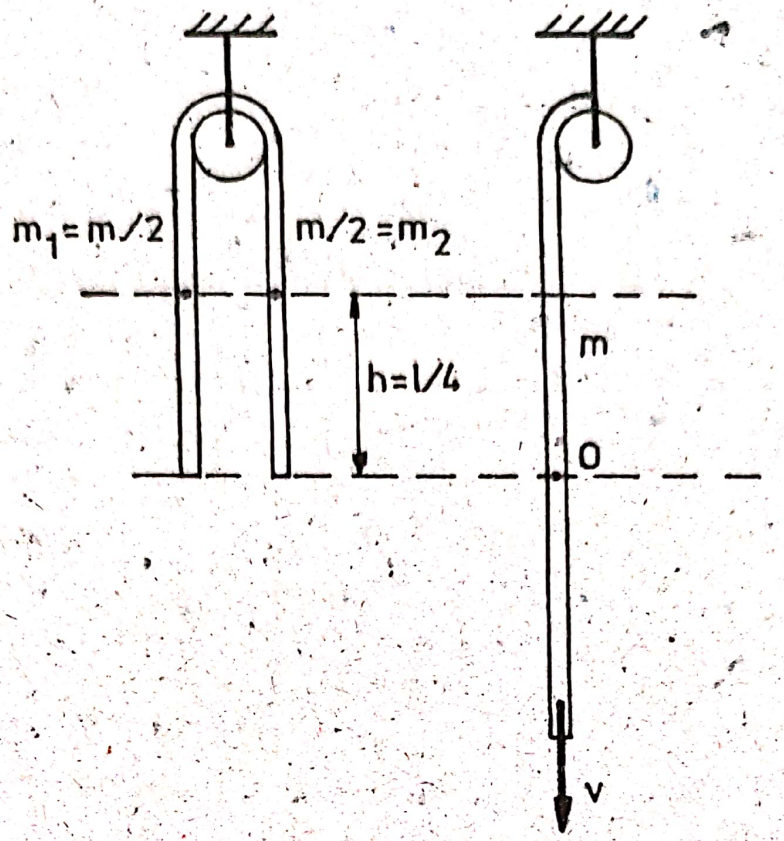


fig. a

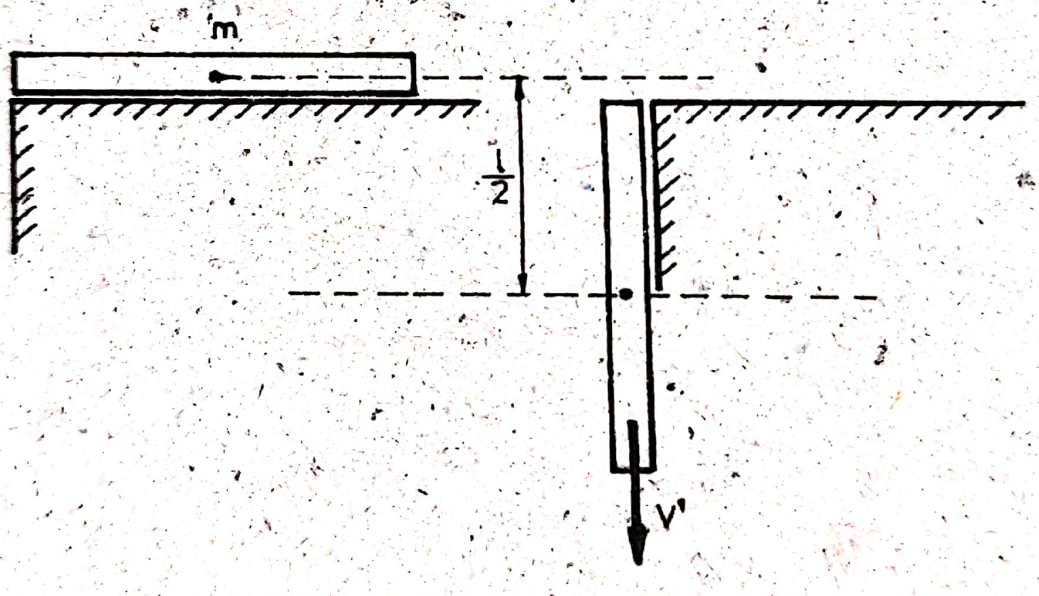


fig. b

caz B. Procedînd la fel (*fig.b.*):

$$W_i = W_f \quad \Leftrightarrow \quad \left(mg\frac{l}{2} + 0\right) = 0 + \frac{mv'^2}{2} \quad \Rightarrow$$

$v' = \sqrt{gl}$ Deci: $v' = \sqrt{2v}$ **Corect I.c.**

Scanned with OKEN Scanner

■ **II.** În cele două mişcări acceleraţia este dată de diferenţa de masa Δm care coboară şi este variabilă în timp:

$\Delta m = \Delta m(t)$

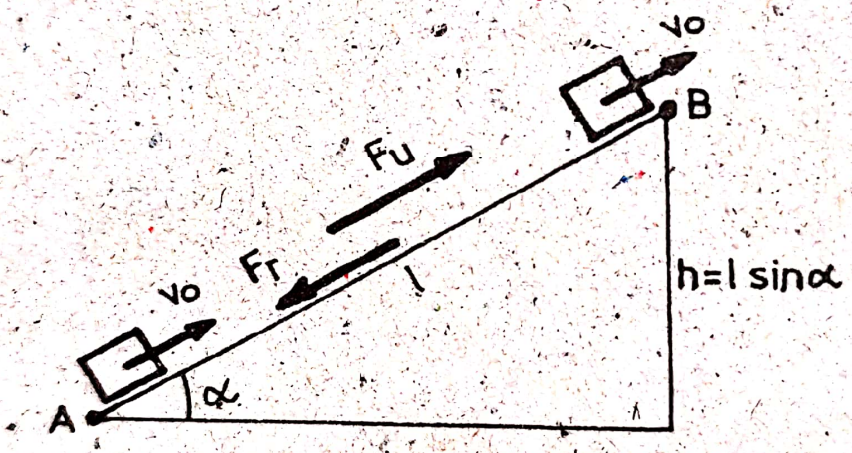
$$a = \frac{\Delta m \cdot g}{m} = \frac{\Delta m(t) \cdot g}{m} = a(t)$$

deci acceleraţia este variabilă în timp, mişcarea nefiind nici uniformă ($a = 0$), nici uniform accelerată ($a = const.$)

Corect II.c.

R3.11. ■ **La urcare,** deoarece mişcarea este uniformă cu viteza v_0, forţa de urcare se deduce din formula:

$$P = v_0 \cdot F_u \; ; \; F_u = \frac{P}{v_0}$$



Forţa de frecare este: $F = \mu mg \cdot \cos\alpha$

Din legile energiei:

$$W_B = W_A + L_{Fu} - L_{Fr}$$

$$\left(\frac{mv_o^2}{2} + mgh\right) = \left(\frac{mv_o^2}{2} + 0\right) + \frac{Pl}{v_o} - \mu mgl \cdot \cos\alpha$$

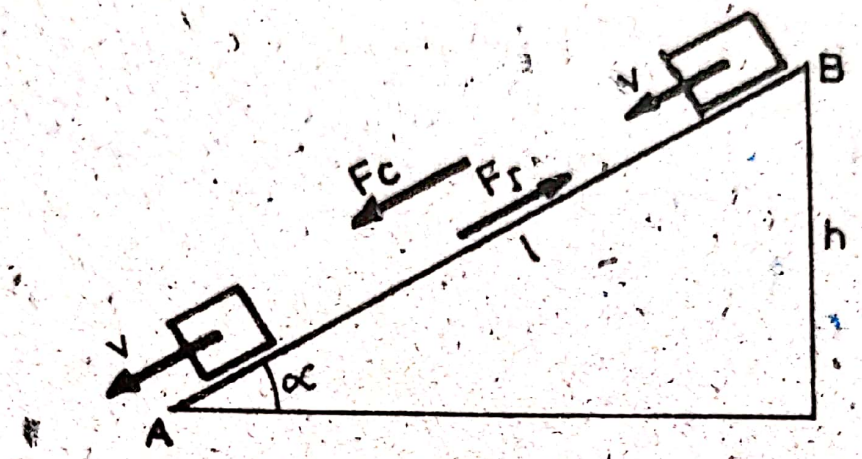
unde $(h = l \cdot \sin\alpha)$

De unde $\Rightarrow$ $P = v_o mg \cdot \sin\alpha + \mu mg v_o \cdot \cos\alpha$

Scanned with OKEN Scanner

■ **La coborîre viteza este** $v = n \cdot v_0$

$$P = nv_0F_c \; ; \; F_c = \frac{P}{nv_0} = \frac{P}{v}$$



Din legile energiei:

$$W_A = W_B + L_{Fc} - L_{Fr}$$

$$\left(\frac{mv^2}{2} + 0\right) = \left(\frac{mv^2}{2} + mgh\right) + \frac{Pl}{v} - \mu mgl \cdot \cos\alpha$$

$$P = \mu n m g v_0 \cdot \cos\alpha - n v_0 m g \cdot \sin\alpha$$

Din egalarea puterilor în cele două cazuri, efectuînd calculele $\Rightarrow$

$$\mu = \cos\beta = \cos\alpha \cdot \sin^2(2 \cdot \alpha) \quad \text{dar cum} \quad 0 < \mu < 1 \quad \Rightarrow$$

$$0 < \frac{n+1}{n-1} tg\alpha < 1 \; ; \; 0 < tg\alpha < \frac{n-1}{n+1} \; ; \; 0 < \alpha < arctg\left(\frac{n-1}{n+1}\right)$$

Corect a.

R3.12. ■ **I.** Din legea conservării energiei:

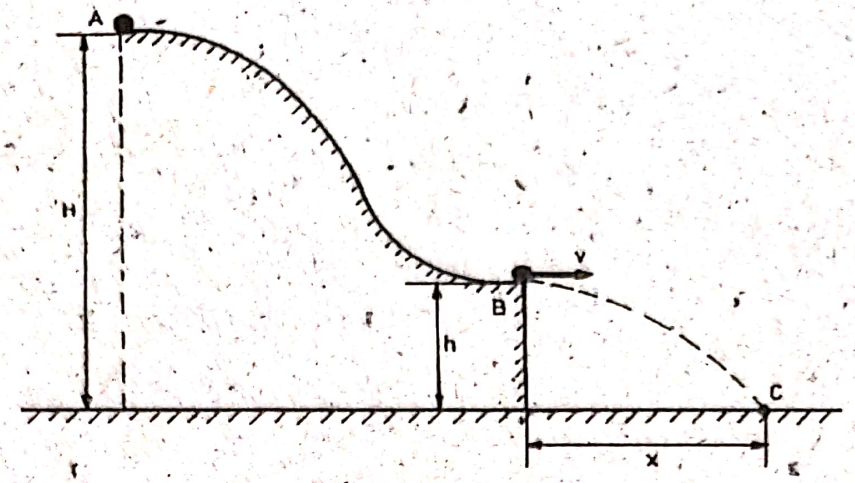
$$W_A = W_B$$

$$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$$

$$0 + mgH = \frac{mv^2}{2} + mgh \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2g(H-h)}$$

Scanned with OKEN Scanner



Din formula bătăii în aruncarea pe orizontală:

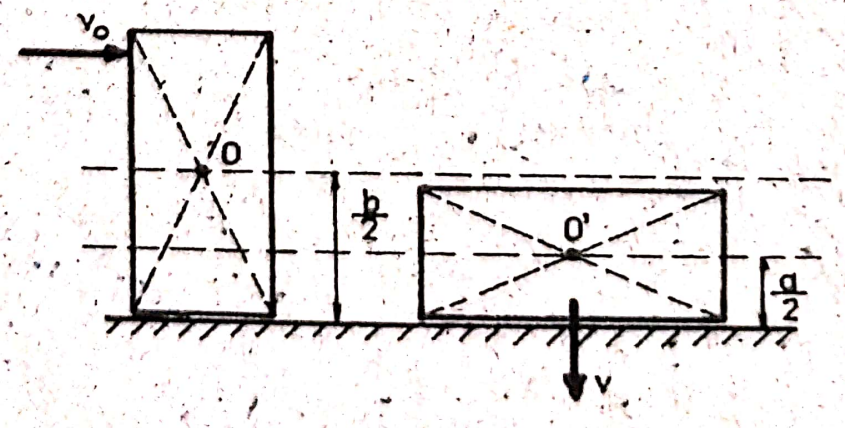
$$x = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{-h^2 + h \cdot H}$$

Pentru ca x să fie maxim trebuie ca expresia:
$F(h) = -h^2 + hH$ să fie maximă, lucrul realizat pentru $h = \frac{H}{2}$ (vezi maximul funcţiei de gradul II) **Corect I.a.**

■ **II.** În această situaţie:

$$x_{max.} = 2\sqrt{\frac{H}{2}\left(H - \frac{H}{2}\right)} = H$$ **Corect II.b.**

R3.13. Prin răsturnare centrul de greutate coboară din O în O', energia potenţială scade, transformîndu-se în energie cinetică.



Scanned with OKEN Scanner

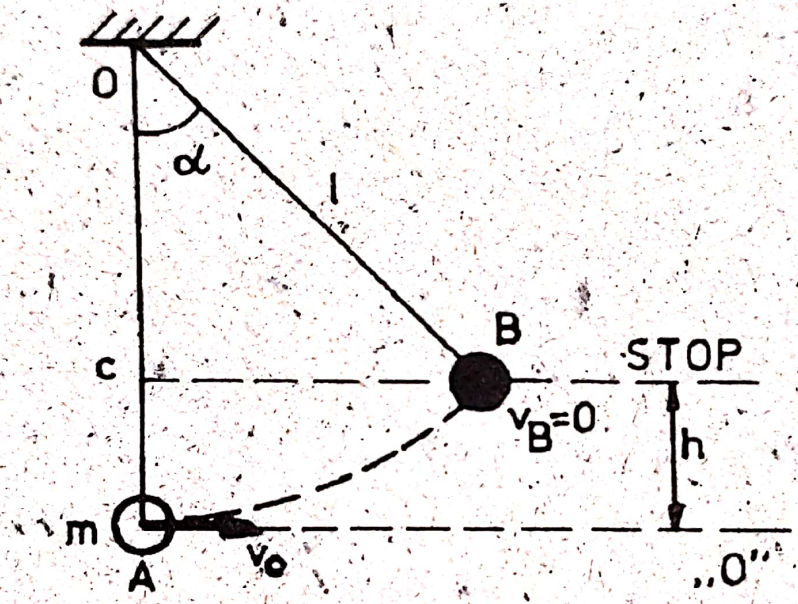
Conservarea energiei:

$W_i = W_f$

$$0 + mg\frac{b}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg\frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{g(b-a)}$$

dar $b = k \cdot a \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{(k-1) \cdot g \cdot a}$ **Corect c.**

R3.14. Se studiază în general deviaţia pendulului.



Din legea conservării energiei:

$W_A = W_B$

$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$

$$\frac{mv_o^2}{2} + 0 = 0 + mgh \quad \Rightarrow \quad v_o^2 = 2gh$$

dar: $h = AC = OA - OC = l - l \cdot \cos\alpha$

Deci: $v_o^2 = 2gl \cdot (1 - \cos\alpha)$

dar $\quad 1 - \cos\alpha = 2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow \quad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{v_o}{2\sqrt{gl}}$

Scanned with OKEN Scanner

pentru cazul particular: $\alpha = 2\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{v_{02}}{2\sqrt{g\,l}}$

iar pentru $\alpha = \theta \Rightarrow \sin\frac{\theta}{2} = \frac{v_{01}}{2\sqrt{g \cdot l}}$

dar cunoscînd că $\sin\theta = 2 \cdot \sin\frac{\theta}{2} \cdot \cos\frac{\theta}{2}$

şi împărţind relaţiile $\Rightarrow v_{02} = 2v_{01} \cdot \cos\frac{\theta}{2}$ **Corect d.**

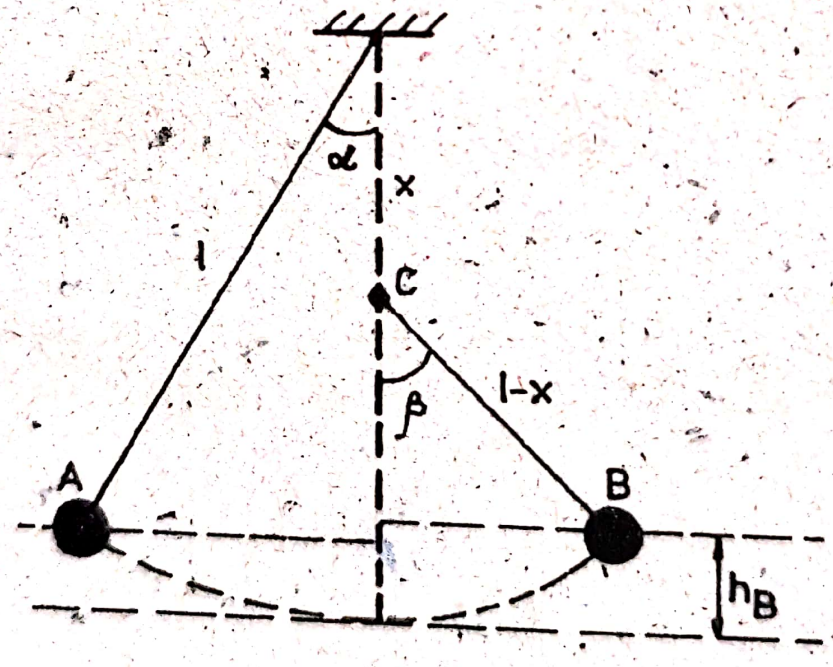
R3.15. Din legea conservării energiei:

$W_A = W_B$

$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$

$0 + mgh_A = 0 + mgh_B \Rightarrow h_A = h_B$

$l - l \cdot \cos\alpha = (l - x) - (l - x) \cdot \cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{l \cdot \cos\alpha - x}{l - x}$

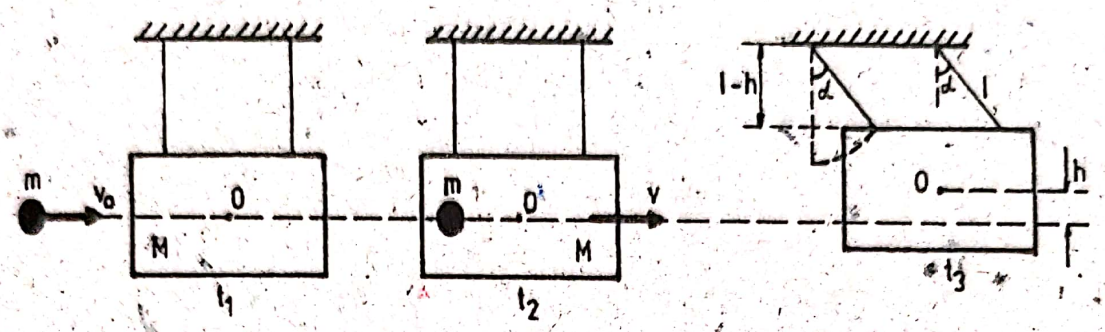


Din condiţia problemei $\beta = 90° \Rightarrow \cos\beta = 0 \Rightarrow l \cdot \cos\alpha - x = 0$

$\Rightarrow \frac{x}{l} = \cos\alpha = \cos 60° = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{l}{2}$ **Corect b.**

Scanned with OKEN Scanner

R3.16.■ I. Fie t_1 momentul anterior ciocnirii, t_2 imediat după ciocnire, şi t_3 momentul cînd corpul se află la înălţimea maximă.



Din legile ciocnirii plastice:

(1) $m \cdot v_o + M \cdot 0 = (M+m) \cdot v$

(2) $\frac{m \cdot v_o^2}{2} + \frac{M \cdot 0^2}{2} = \frac{(M+m) \cdot v^2}{2} + Q \quad \Rightarrow$

$$\frac{m}{M+m} = \frac{v}{v_o} = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad M = 9 \cdot m = 900\,g$$

Corect I.c.

■ II. $Q = \frac{m M v_o^2}{2(M+m)} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{w(t_1)} = \frac{M}{M+m} = 0{,}9$

deci $\mathbf{Q = 90\,\%\, W(t_1)}$

Corect II.c.

■ III. Din legea conservării energiei:

$W(t_2) = W(t_3)$

$$\frac{(M+m) \cdot v^2}{2} + 0 = 0 + (M+m)\,g\,h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

dar $h = l \cdot (1 - \cos\alpha)$ şi din $v = \frac{m}{M+m} v_o \quad \Rightarrow$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{m^2 v_o^2}{2\,g\,l\,(M+m)^2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 60°$$

Corect III.b.

Scanned with OKEN Scanner

R3.17. ■ Pentru a alungi resortul pornind din poziţia netensionată cu $\Delta l = \frac{x}{2}$ este necesar un lucru mecanic:

$$L_1 = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{8}$$

■ Pentru a alungi resortul pornind din poziţia netensionată cu $\Delta l = x$ este necesar: $L = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2}$

Deci lucrul mecanic necesar alungirii resortului cu $\Delta l = \frac{x}{2}$ pornind din poziţia deja tensionată cu $\frac{x}{2}$ este:

$$L_2 = L - L_1 = \frac{3k \cdot x^2}{8} = 3 \cdot L_1 \quad \Rightarrow \quad L_1 = \frac{1}{3} L_2$$

Corect b.

R3.18. Deoarece resorturile sînt legate în serie alungirile sînt x_1 şi respectiv x_2 ($x_1 \neq x_2$) iar energiile potenţiale:

$$E_1 = \frac{k_1 \cdot x_1^2}{2} = \frac{k_1^2 \cdot x_1^2}{2k_1} = \frac{(k_1 \cdot x_1)^2}{2k_1} = \frac{F_1^2}{2k_1}$$

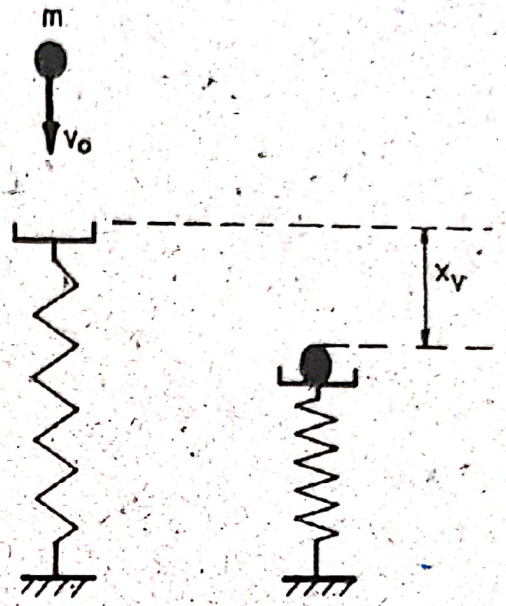
idem: $E_2 = \frac{F_2^2}{2k_2}$

Dar cum la legarea în serie forţele care acţionează asupra resorturilor sînt egale: $F_1 = F_2 = F \quad \Rightarrow \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2}{k_1}$

Corect b.

Scanned with OKEN Scanner

R3.19. ■ La lovirea resortului pe orizontală, din legea conservării energiei:



$$\frac{mv_o^2}{2} = \frac{k \cdot x_o^2}{2}$$

■ La lovirea resortului pe orizontală (*fig.*) avînd ca referinţă poziţia finală a corpului:

$$\frac{mv_o^2}{2} + mg \cdot x_v = \frac{k \cdot x_v^2}{2}$$

înlocuind ⇒ ecuaţia de gradul II:

$k \cdot x_v^2 - 2mg \cdot x_v - k \cdot x_o^2 = 0$. cu soluţia acceptabilă

$$x_v = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + x_o^2}$$ deoarece $x_v > x_o$

fie $p = \frac{mg}{k} = \frac{4x_o}{3}$ ⇒ $x_v = p + \sqrt{p^2 + x_o^2} = 3x_o$

Corect c.

R3.20. ■ I.Notînd cu v viteza cu care vagonetul loveşte tamponul, din legile energiei (fig.a.) :

$W_f = W_i + L_{fr}$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_o^2}{2} - \mu mgS$$

Din legile energiei la lovirea şi comprimarea resortului:

$W_i = W_f$ ⇒ $\frac{mv^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

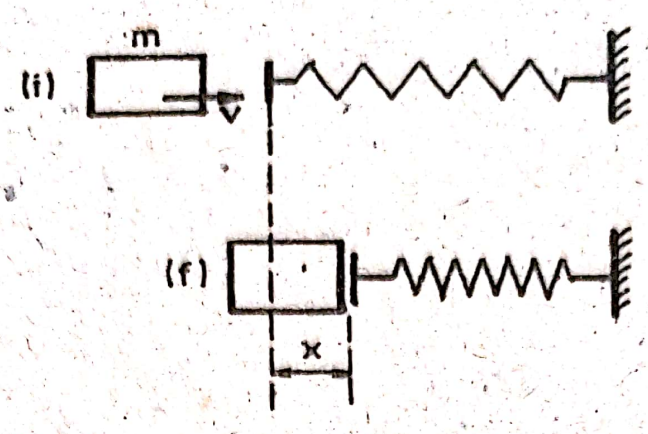


fig. a

şi înlocuind $\Rightarrow$ $S = \frac{v_o^2}{2\mu g} - \frac{k \cdot x^2}{2\mu m g} = 60$ m

Corect I.a.

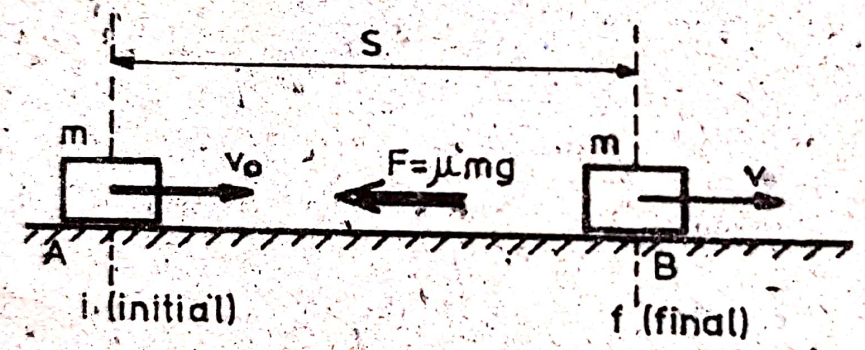


fig. b

■ **II.** Spaţiul pînă la oprire (fig. 2) $\Rightarrow$ din relaţia:

$$0 = \frac{m v_o^2}{2} - \mu m g S_o \quad \Rightarrow \quad S_o = \frac{v_o^2}{2\mu g}$$

Deci vagonetul ar mai fi parcurs pînă la oprire:

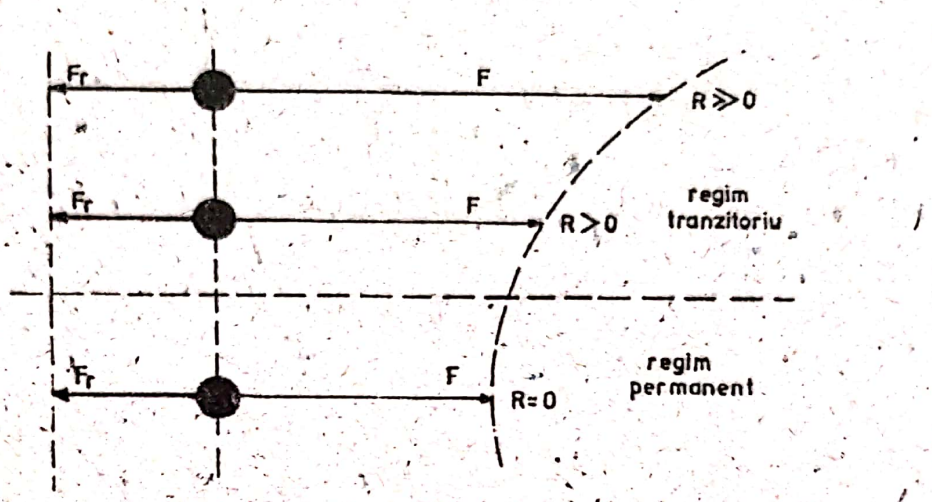
$$\Delta S = S - S_o = \frac{k \cdot x^2}{2\mu g} = 20\,\text{m}$$

Corect II.b.

Scanned with OKEN Scanner

R3.21. I. În tot timpul mişcării forţa de fre care este constantă:

$F_r = \mu mg = \text{constant}$



■ **Regimul tranzitoriu:**

La $t = 0$ $P = F \cdot v = \text{const.}$ şi cum $v = 0$ $\Rightarrow$ $F \to \infty$

Cu cît $(t \nearrow)$; $(v \nearrow)$ şi $(F \searrow)$ astfel încît $P = F \cdot v = \text{const.}$

În tot acest timp rezultanta forţelor este $R = F - F_r = F - \mu mg > 0$ care scade şi mobilul se mişcă accelerat cu o acceleraţie scăzătoare. $(R \searrow) \Rightarrow (a \searrow)$

■ **Regimul permanent:**

La un moment dat se ajunge la situaţia

$F_0 = F_r \Rightarrow R_0 = 0$, cînd se realizează echilibrul dinamic.

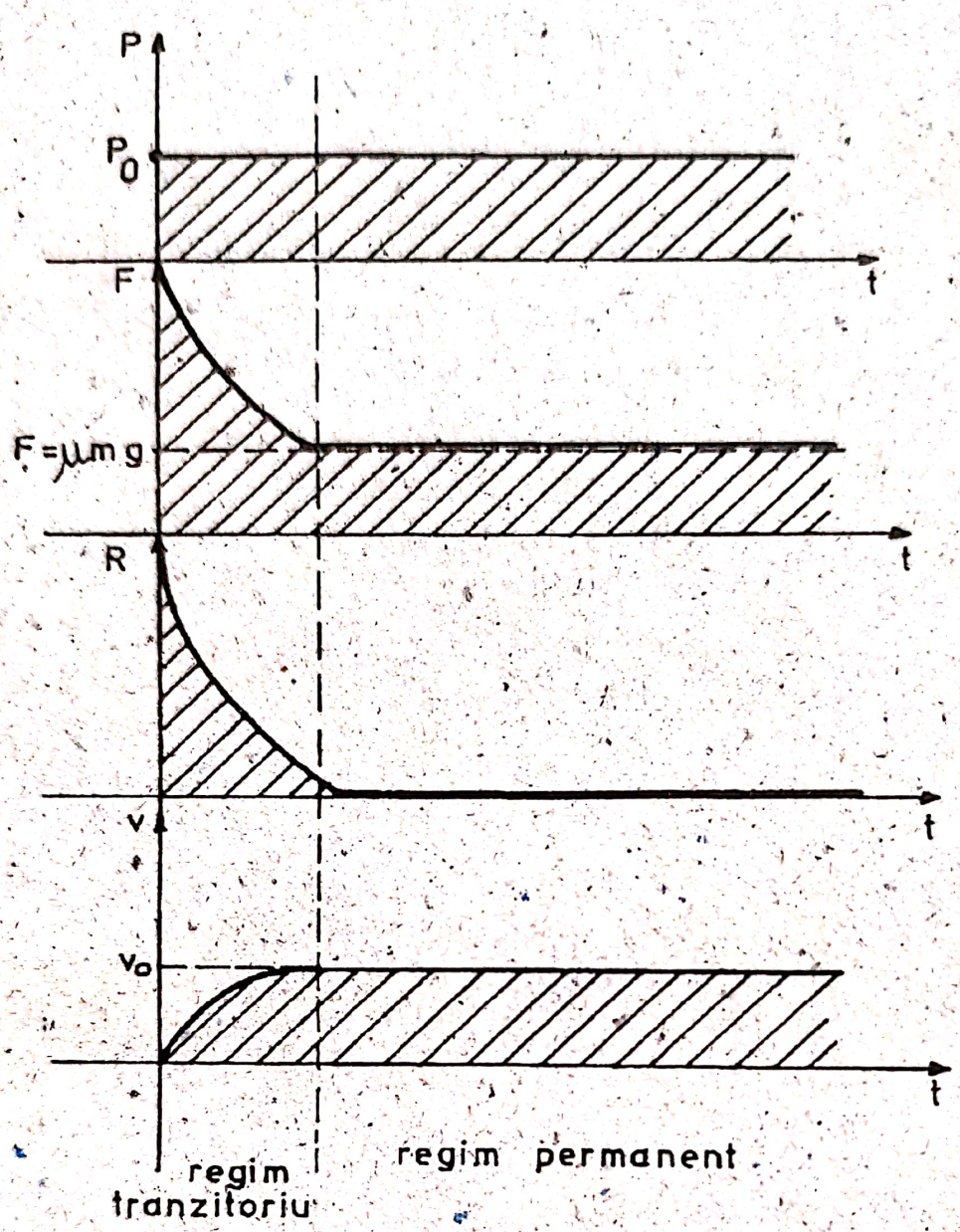
Din acest moment mobilul se mişcă uniform cu viteza pe care a atins-o, v_0, care este cea mai mare valoare posibilă a vitezei.

$R_0 = 0$, $F_0 - F_r = 0 \Rightarrow F_0 = F_r = \mu mg$

dar: $P = F_0 \cdot v_0 = \text{const.} \Rightarrow v_0 = \dfrac{P}{\mu m g} = 100\ \text{m/s}$

Corect I.a.

Scanned with OKEN Scanner



■ II. Din datele problemei se observă că momentul la care se referă, este în regim tranzitoriu ($v < v_0$). Accelerația instantanee este:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{F - F_r}{m} = \frac{\frac{P}{v} - \mu m g}{m} = \frac{P}{m v} - \mu m g = 0{,}8\ m/s^2$$

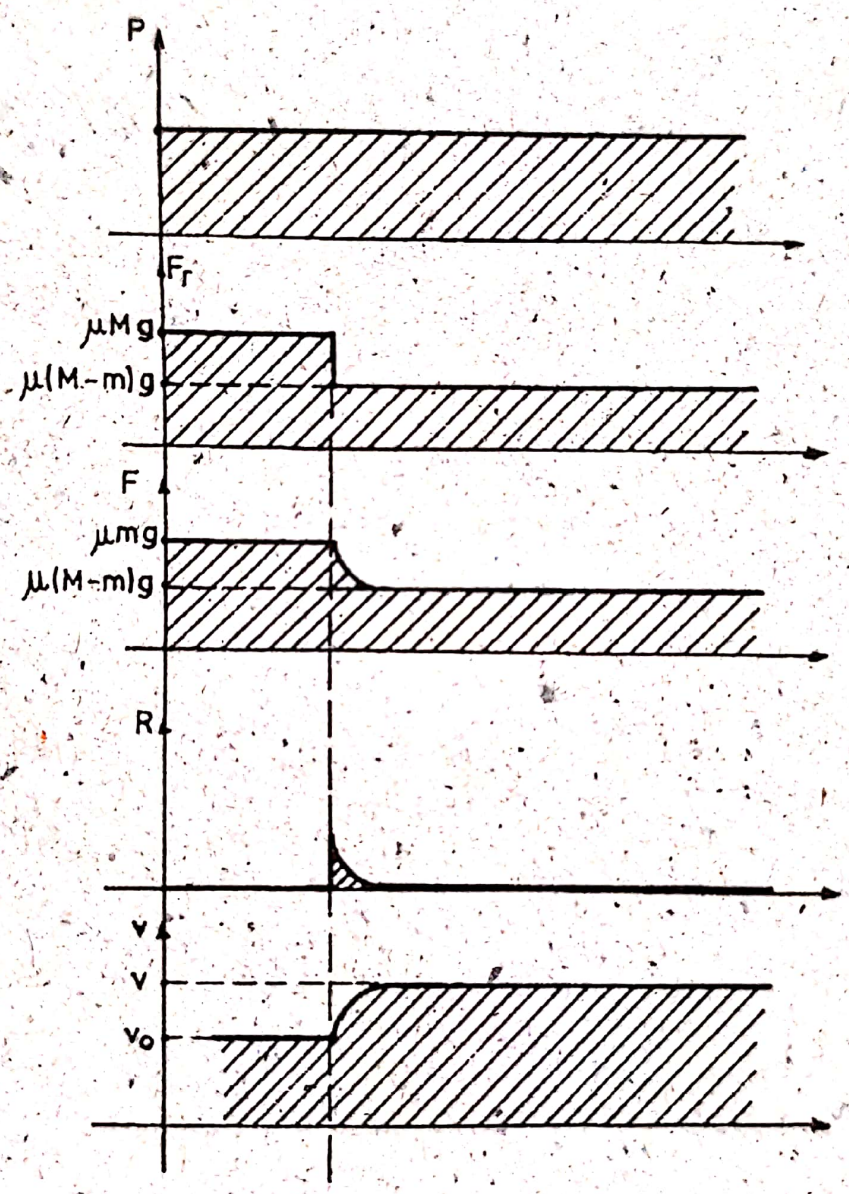
Corect II.b.

Scanned with OKEN Scanner

R3.22. ■ **Studiul mişcării trenului după desprindere:**

Trenul mergea uniform cu viteza $v_0 = \dfrac{P}{\mu M g}$

S-a studiat în problema anterioară pornirea mobilului în condiţii de **P = const.**



Judecînd analog, în momentul cînd forţa de frecare $F_{r0} = \mu Mg$ ↘ (scade prin desprinderea vagonului), la valoarea $F_r = \mu (M-m) g$ $(Fr < F_{r0} = F_0)$ forţa motorului fiind $F_0 = F_r$, apare o rezultantă $R = (F_0 - F_r) > 0$ care va accelera

Scanned with OKEN Scanner

mobilul crescîndu-i viteza peste v_0, în contextul unui nou regim tranzitoriu $P = F.v = const.$ (F scade, v creşte). Acest proces continuă pînă la un nou regim permanent cînd:
$F = F_f = \mu (M-m) g$, $\mathbf{R = 0}$:

$$v = \frac{P}{F} = \frac{P}{\mu (M - m) g} > v_0 = \frac{P}{\mu M g} \Rightarrow$$

$$\mu < \frac{P}{(M - m) g v} \quad \text{şi} \quad v_0 = \left(\frac{M - m}{M} \right) \cdot v$$

■ **Studiul mişcării vagonului:**
Vagonul avînd viteza v_0 se opreşte sub influenţa frecării:
$W_f = W_i - L_{fr}$

$$0 = \frac{m v_0^2}{2} - \mu m g x \Rightarrow x = \frac{v_0^2}{2 \mu g}$$

Înlocuind valorile v_0 şi μ determinate anterior

$$x = \frac{(M - m)^3 v^3}{2 M^2 P}$$

Corect a.

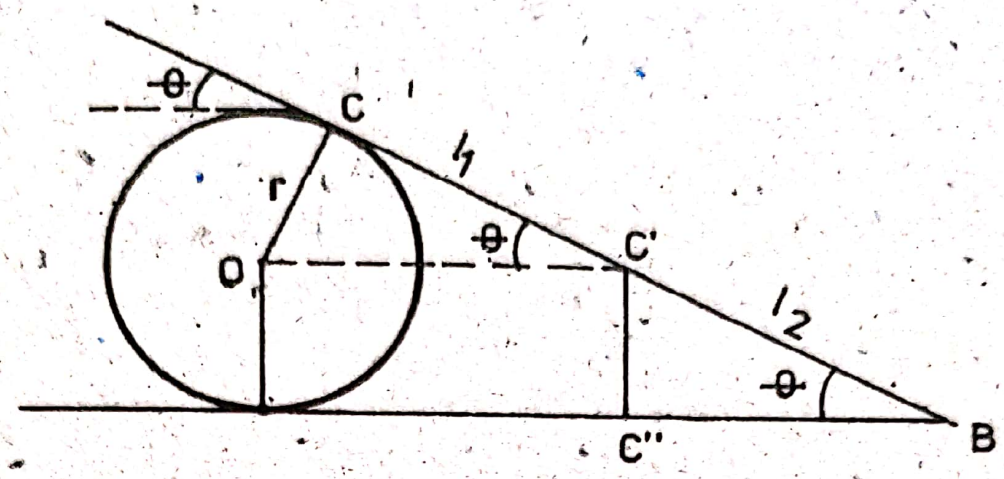
R3.24.■ I. Deoarece grinda nu alunecă pe role şi deoarece rolele se rostogolesc fără alunecare, distanţa dintre axele lor rămîne constantă în timpul mişcării, grinda rămînînd paralelă în orice moment cu direcţia iniţială.

În situaţia finală cînd punctul **B** e pe sol, $CB = \frac{l}{2}$

Din triunghiul OCC': $CC' = l_1 = \frac{r}{tg \theta}$

Din triunghiul C'C"B: $C'B = l_2 = \frac{r}{\sin \theta}$

Scanned with OKEN Scanner



$$CB = CC' + C'B = l_1 + l_2 =$$

$$= r\left(\frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta}\right) = r\frac{2\cos^2\frac{\theta}{2}}{2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}} = r\cdot ctg\frac{\theta}{2}$$

Impunînd: $CB = \frac{l}{2}$ (punct C să fie pe cerc)

$$\Rightarrow \quad \frac{l}{2} = r\cdot ctg\frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{l}{2}\cdot tg\frac{\theta}{2}$$

Corect I.a.

■ **II.** Centrul de greutate va coborî, energia potenţială va scade, iar viteza sa va creşte. Luînd ca nivel de referinţă centrul de greutate C al grinzii în stare finală şi scriind legea conservării energiei:

$$W_i = W_f$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv^2}{2} \quad \text{unde} \quad h = \frac{l}{2}\cdot\sin\theta \Rightarrow \quad v = \sqrt{gl\cdot\sin\theta}$$

Din motivele expuse $AC_0 = AC = \frac{l}{2}$

deci triunghiul C_0AC este isoscel şi se observă că $\alpha = \frac{\theta}{2}$

Corect II.c.

Scanned with OKEN Scanner

■ **III.** Mişcarea se datorează unor componente ale greutăţii care sînt constante, deci şi acceleraţia este constantă. Spaţiul parcurs de centrul de greutate al grinzii este C_oC

$$S = C_oC = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 + 2\cdot\left(\frac{l}{2}\right)\cdot\left(\frac{l}{2}\right)\cos(180^\circ - \theta)} = l\cdot\sin\frac{\theta}{2}$$

Mişcarea are:

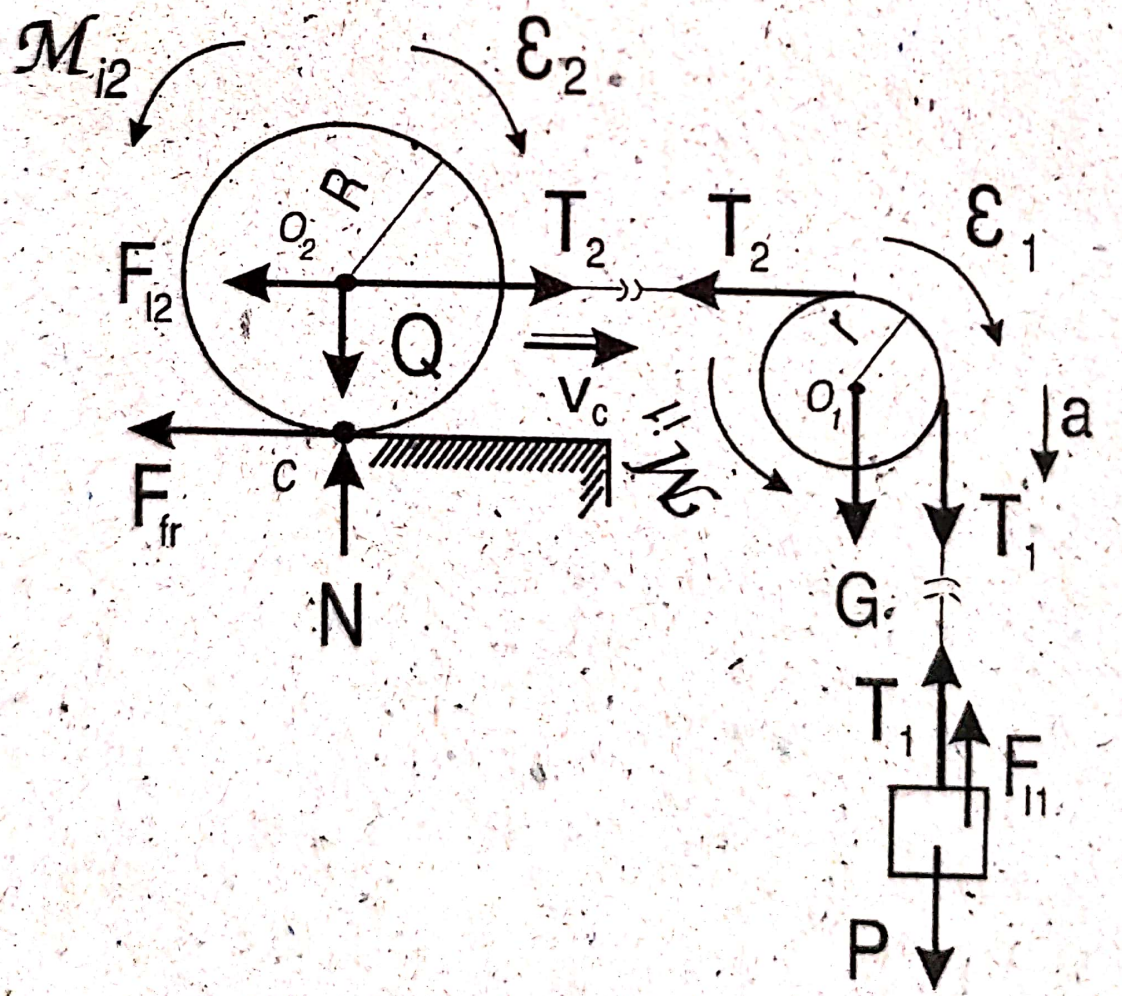
(în C_o) viteza iniţială: $v_i = 0$
(în C) viteza finală: $v_f = v$

acceleraţia a şi conform formulei lui Galilei:

$$v^2 = 2aS \Rightarrow a = \frac{v^2}{2S} = \frac{gl\cdot\sin\theta}{2l\cdot\sin\frac{\theta}{2}} = g\cdot\cos\frac{\theta}{2}$$

Corect III.a.

R3.2.



● **Soluţia 1**

Se aplică teorema variaţiei energiei cinetice $E_c = L$

Ţinând cont că momentul de inerţie al discului este:

$$J = \frac{mR^2}{2} \quad \text{şi} \quad \omega_1 = \frac{v}{r}; \quad \omega_2 = \frac{v}{R}$$

$$E_c = \frac{1}{2}\frac{P}{g}v^2 + \frac{1}{2}\frac{Gr^2}{2g}\cdot\omega_1^2 + \frac{1}{2}\frac{Q}{g}v_c^2 + \frac{1}{2}\frac{QR^2}{2g}\cdot\omega_2^2 = \frac{v^2}{4g}(2P+G+3Q)$$

Se scrie relaţia de două ori pentru două momente de timp foarte apropiate:

$$E_{c2} - E_{c1} = \frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{4g}(2P + G + 3Q);$$

dar $v_1 \cong v_2 = v$; iar $v_2 - v_1 = \Delta v \quad \Rightarrow$

$$\Delta E_c = \frac{2v\cdot\Delta v}{4g}(2P + G + 3Q)$$

dar $L = P\cdot\Delta y$ (L mec elementar al forţei P la deplasarea pe Δy)

$$\Rightarrow P\cdot\Delta y = \frac{v\cdot\Delta v}{2g}(2P + G + 3Q) \quad \text{dar} \quad v = \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad \Rightarrow$$

$$P = \frac{1}{2g}\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}\cdot(2P + G + 3Q) \quad \Rightarrow$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2gP}{(2P + G + 3Q)}$$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

● **Soluţia 2**

Izolînd corpurile şi scriind sistemul ecuţiilor de mişcare ⇒

$$P - T_1 = \frac{P}{g} a \qquad (1)$$

$$(T_1 - T_2) \cdot r = J_{\text{scripete O1}} \cdot \varepsilon_1 \qquad (2)$$

$$T_2 R = J_c \cdot \varepsilon_1 \qquad (3)$$

unde: $\varepsilon_1 = \frac{a}{r}$ şi $\varepsilon_2 = \frac{a}{R}$ — acceleraţiile unghiulare

T_1 şi T_2 — tensiunile în fire

J_c — momentul forţei de inerţie al roţii de rază R faţă de axa instantanee de rotaţie ce trece prin punctele de contact *roată-drum* (C)

Teorema ŞTEINER se scrie $J_c = J_{O1} + m \cdot (\overline{CO_2})^2$

unde m = masa corpului. Aplicînd teorema ⇒

$$J_c = \frac{1}{2}\frac{QR^2}{2g} + \frac{QR^2}{g} = \frac{3}{2}\frac{Q}{g}R^2$$

Astfel $\overline{K_c} = \overline{K_{O1}} + \overline{R} \times \overline{v_c}$ unde $\overline{K} = \overline{L}$ momentul cinetic.

Înlocuind ⇒ $K_c = L_c = \frac{QR^2}{2g}\omega + \frac{QR}{g}v = \frac{3}{2}\frac{Q}{g}R^2\omega$

Aplicînd teorema de variaţie a momentului cinetic $\frac{\Delta L_c}{\Delta t} = \mathcal{M}_{T2}$

unde $\mathcal{M}_{T2}$ — momentul forţei T_2. Înlocuind sistemul devine:

$$P - T_1 = \frac{P}{g} a \qquad (1)$$

$$(T_1 - T_2) \cdot r = \frac{G}{2g} r^2 \frac{a}{r} \qquad (2)$$

$$T_2 R = \frac{3}{2}\frac{Q}{g} R^2 \frac{a}{R} \qquad (3)$$

Şi rezolvînd sistemul obţinem acelaşi rezultat ca la „Soluţia 1“

$$a = \frac{2gP}{(2P + G + 3Q)}$$

Scanned with OKEN Scanner

IMPULSUL MECANIC

R4.1. Evident graficul G_3 este greşit deoarece viteza corpului nu creşte sau scade între doi pereţi, ci este aceeaşi dar de sensuri diferite datorită faptului că frecarea e nulă, şi ciocnirea perfect elastică, nepierzîndu-se energie cinetică nici în timpul mişcării nici datorită ciocnirii. Viteza va avea doar valorile v_0,-v_0, comutarea între cele două valori făcîndu-se în urma reflexiei perfect elastice de perete. Deci ca alură ar corespunde graficele G_1 si G_2. Din enunţ între poziţia iniţială (la mijlocul distanţei dintre pereţi) şi prima ciocnire, datorită faptului că mişcarea este uniformă se scurge un timp de două ori mai mic decît în mişcarea corpului între cei doi pereţi.

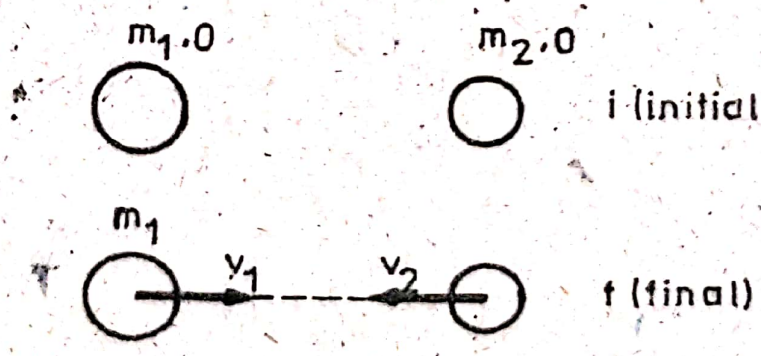
Corect b.

R4.2. Din teorema impulsului: $F_{medie} \cdot \Delta t = \Delta p$

şi din grafic: $\frac{F(0) - F(5)}{2} \cdot (5 - 0) = m \cdot v - m \cdot 0$

adică $\frac{4 - 0}{2} \cdot 5 = 5 \cdot v \quad \Rightarrow \quad v = 2\ m/s$ **Corect b.**

R4.3. Calculul vitezelor finale: Sistemul izolat format din cei doi patinatori este iniţial în repaus.



Scanned with OKEN Scanner

Scriind legea conservării impulsului:

$m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \qquad (1)$

Viteza de scurtare a sforii este: $u = v_1 + v_2 \qquad (2)$

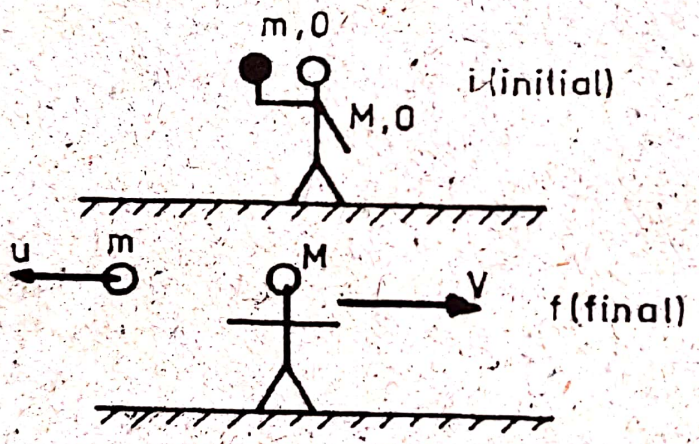
deoarece corpurile venind unul spre altul, distanţa dintre ele se scurtează rapid cu suma vitezelor. Din (1) şi (2) rezultă:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot u \quad \text{şi} \quad v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot u$$

Corect c.

R4.4. Legea conservării impulsului aplicată sistemului izolat patinator bilă iniţial în repaus:

$$m \cdot 0 + M \cdot 0 = -mu + M \cdot V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{M} \cdot u$$



Spaţiul pînă la oprire: $S = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{m^2 \cdot u^2}{2M^2 \mu g} = 50 \text{ m}$

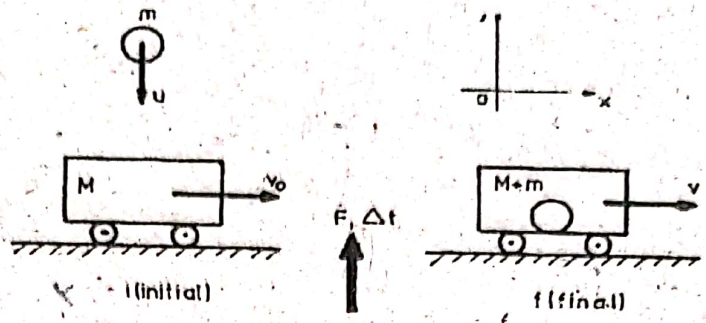
Corect a.

R4.5. ■ **I.**Scriind legea conservării impulsului pe Ox (proiecţie), cu observaţia că proiecţia vitezei **u** pe O_x este nulă:

$$(Ox) \quad M \cdot v_0 + m \cdot 0 = (M + m) \cdot v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{M}{M + m} \cdot v_0$$

Corect I.a.

Scanned with OKEN Scanner

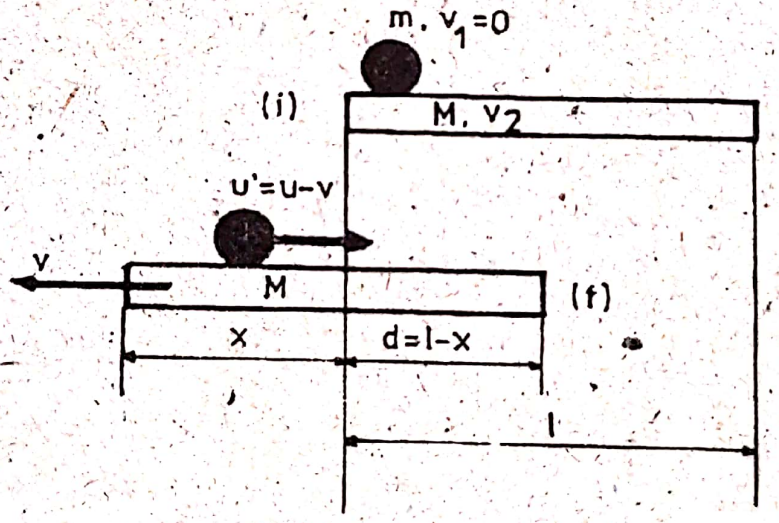


■ **II.** Scriind legea impulsului pe O_y, cu observaţia că proiecţiile vectorilor v_0 şi v sînt nule: $F_m \cdot \Delta t = \Delta p$

(O_y) $(M+m)\cdot 0 - (m\cdot u + M\cdot 0) = -F\cdot\Delta t \Rightarrow$

$$F = \frac{m\cdot u}{\Delta t} \quad \text{dar} \quad u = \sqrt{2gh} \Rightarrow F = \frac{m\cdot\sqrt{2gh}}{\Delta t}$$ **Corect II.b.**

R4.6. Se consideră sistemul om - barcă izolat şi studiat din punctul de vede - re al unui observator fix (de pe mal).



Iniţial vitezele celor două componente sînt nule. După ce omul a început să meargă, barca se mişca cu v în raport cu malul, iar omul cu viteză u în raport cu barca, deci cu viteza u' = u-v faţă de observatorul fix de pe mal. Scriind legea conservării impulsului:

$$m\cdot 0 + M\cdot 0 = M\cdot v - m\cdot(u-v) \Rightarrow v = \frac{m}{m+M}\cdot u$$

Scanned with OKEN Scanner

Studiul cinematic arată că în timp ce barca înaintează cu distanţa x în timpul $t = \frac{x}{v}$, omul parcurge lungimea bărcii l cu viteza u faţă de aceasta; $t = \frac{x}{v} \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{l}{u}$ adică $x = \frac{m}{m+M} \cdot l$

şi înlocuind expresia v obţinută anterior $\Rightarrow x = \frac{m}{m+M} \cdot l$

Corect b.

R4.7. Se consideră sistemul om-prismă izolat şi studiat din punctul de vedere al unui observator fix. Iniţial ambele corpuri sînt în repaus. După ce omul a început să alerge prisma se mişcă orizontal faţă de observatorul fix cu viteza v.
Proiecţia pe orizontală a vitezei omului este $u_x = u \cdot \cos\alpha$
în raport cu prisma, dar faţă de observatorul fix ea este $u' = u_x - v = u \cdot \cos\alpha - v$
Scriind legea conservării impulsului proiectată pe orizontală:

$$m \cdot 0 + M \cdot 0 = M \cdot v - m \cdot (u \cdot \cos\alpha - v) \Rightarrow v = \frac{m \cdot \cos\alpha}{m+M} \cdot u$$

Studiul cinematic arată că în timp ce prisma parcurge distanţa x; $t = \frac{x}{v}$ omul parcurge planul l, $t = \frac{l}{u} \Rightarrow$

$t = \frac{x}{v} = \frac{l}{u}$, $x = \frac{v}{u} \cdot l$ şi înlocuind valoarea v obţinută

$$\Rightarrow x = \frac{m \cdot \cos\alpha}{m+M} l$$

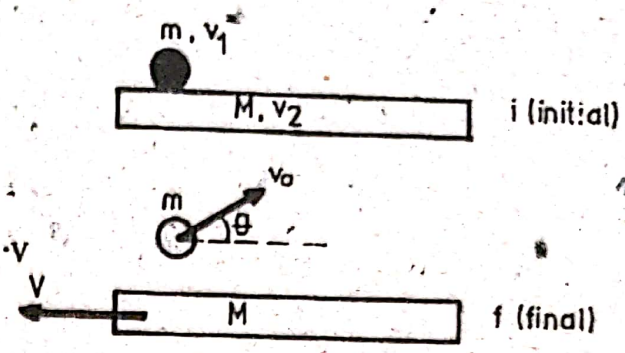
pentru $\alpha = 60°$, $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ şi $x = \frac{l}{2} \Rightarrow$

$\frac{m}{m+M} = \frac{1}{2}$ adică $M = m$ **Corect a.**

Scanned with OKEN Scanner

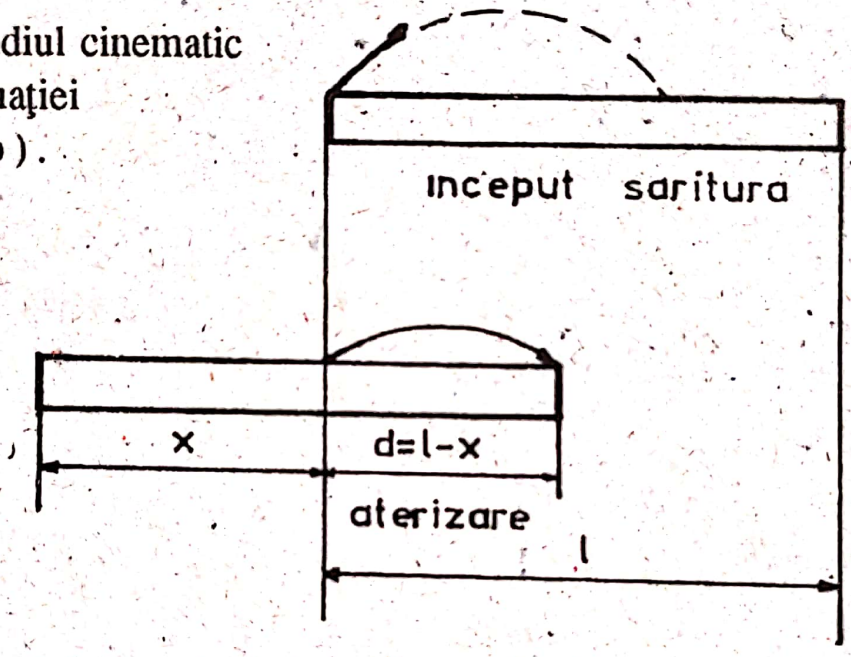
R4.8.

I. ■ Proiectînd legea conservării impulsului pe orizontală (fig.a): $m\cdot 0 + M\cdot 0 = m\cdot v_0\cdot\cos\alpha - M\cdot v$ rezultă viteza scîndurii imediat după săritură:



$$v = \frac{m}{M}\cdot v_0\cdot\cos\alpha$$

■ Studiul cinematic al situaţiei (fig.b).



Broasca efectuează o săritură cu viteza v_0, sub unghiul Θ, într-un timp: $t = \dfrac{2v_0\cdot\sin\theta}{g}$

în acelaşi timp barca înaintează în sens invers cu distanţa x, avînd viteza v, deci $t = \dfrac{x}{v}$. Totodată, condiţia ca broasca să aterizeze la celălalt capăt al scîndurii impune ca bătaia săriturii: $d = l - x$ unde $d = \dfrac{v_0^2\cdot\sin 2\theta}{g}$.

Scanned with OKEN Scanner

Efectuînd calculele cu aceste elemente, rezultă:

$$t = \frac{2v_0 \cdot \sin\theta}{g} = \frac{x}{v} \quad \text{şi} \quad d = l - x \; ; \; d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

$$v = \frac{m}{M} v_0 \cdot \cos\theta$$ rezultînd în continuare:

$$\frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g} = l - v \cdot \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$ sau

$$l = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g} + \frac{2mv_0^2 \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta}{Mg}$$

$$l = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$ **Corect I.c.**

II. Înălţimea maximă atinsă de broască în timpul săriturii este:

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\theta}{2g} = \frac{lgM \cdot \sin^2\theta}{2g(M+m) \cdot \sin 2\theta} = \frac{M \cdot tg\theta}{4(M+m)} \cdot l$$

Corect II.a.

R1.9. ■ **I.** în punctul **A** ansamblul săritor-bilă are viteza $v_A = v_0 \cos\alpha$ pe orizontală. El aruncă bila în spate cu viteza **u** relativ la el, deci cu $(u - v_A)$ relativ la un observator fix de pe sol. Scriind legea conservării impulsului

$(M + m) \cdot v_A = M \cdot v_A' - m \cdot (u - v_A)$

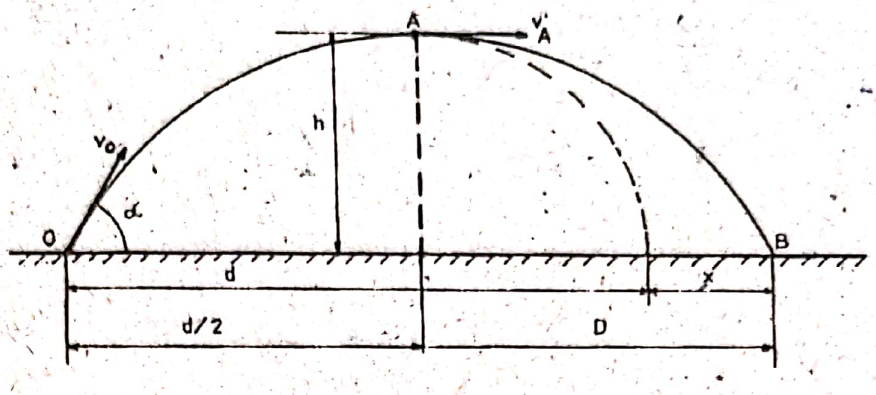
Rezultă viteza săritorului după aruncarea bilei:

$$v_A' = v_A + \frac{m}{M} > v_a \quad \text{şi} \quad \Delta v = v_A' - v_a = \frac{m}{M} \cdot u$$

Corect I.a.

■ **II.** Din legile aruncării pe orizontală: $D = v_A' \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Scanned with OKEN Scanner



dar din legile aruncării oblice $\Rightarrow$

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{v'_A \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Dacă săritorul nu ar fi aruncat bila el sărea:

$d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$ dar așa el sare $[\frac{d}{2} + D]$ (fig.b).

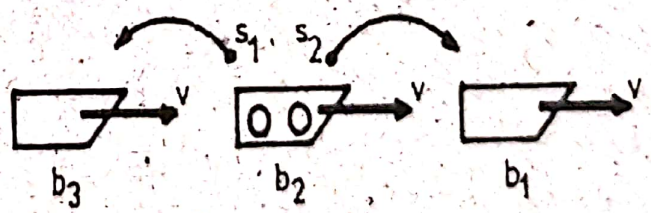
Cîștigul în săritură:

$$x = \frac{v_0 \cdot v'_A \cdot \sin\alpha}{g} - \frac{v_0^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} =$$

$$= \frac{v_0 \cdot \left(v_0 \cdot \cos\alpha + \frac{m}{M} u \right) \cdot \sin\alpha - v_0^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} = \frac{m \cdot u \cdot v_0 \cdot \sin\alpha}{M \cdot g}.$$

Corect II.c.

R4.10. Se consideră momentele de timp:



t_1 - înainte de aruncarea primului sac;

t_2 - după aruncarea primului sac, dar înainte de aruncarea celui de-al doilea sac;

t_3 - după aruncarea celui de-al doilea sac;

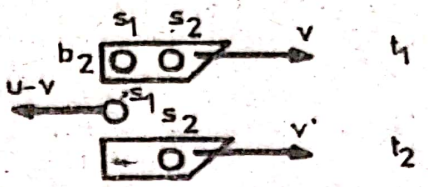
t_4 - după aterizarea primului sac;

t_5 - după aterizarea celui de-al doilea sac.

Scanned with OKEN Scanner

Se va scrie legea conservării impulsului precizîndu-se de fiecare dată momentul inițial, momentul final, structura sistemului izolat considerat (numai corpurile care participă la fenomen).

■ Aruncarea primului sac în spate:



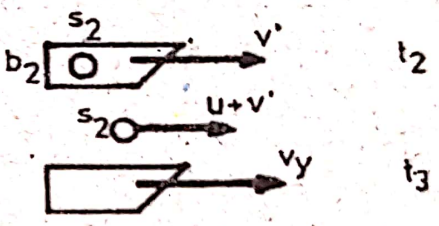
$$\begin{cases} \text{inițial} - t_1 \\ \text{final} - t_2 \text{ sistem } (v_2, s_1, s_2) \end{cases}$$

$$(M+m+m)\,v = (M+m)\,v' - m\cdot(u-v)$$

$$\Rightarrow \quad v' = v + \frac{m}{M+m}$$

viteza bărcii b_2 după aruncarea primului sac în spate.

■ Aruncarea celui de-al doilea sac în față:



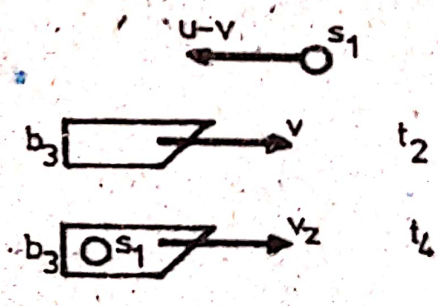
$$\begin{cases} \text{inițial} - t_2 \\ \text{final} - t_3 \text{ sistem } (b_2, s_2) \end{cases}$$

$$(M+m)\cdot v' = M\cdot v_y + m\cdot(u+v')$$

Rezolvînd prin înlocuirea v' $\Rightarrow$

$$v_y = v' - \frac{m}{M}\cdot u = v - \frac{m^2}{M\cdot(m+M)}\cdot u$$

■ Aterizarea primului sac:

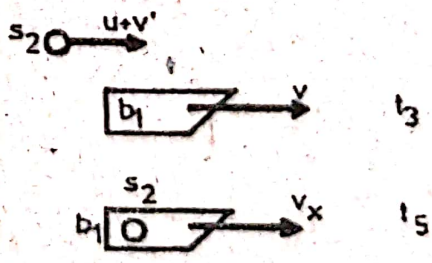


$$\begin{cases} \text{inițial} - t_2 \\ \text{final} - t_4 \text{ sistem } (s_1, b_3) \end{cases}$$

$$M\cdot v - m\cdot(u-v) = (M+m)\cdot v_z$$

$$\Rightarrow \quad v_z = v - \frac{mv}{M+m}\cdot u$$

■ Aterizarea celui de-al doilea sac:



$$\begin{cases} \text{inițial} - t_3 \\ \text{final} - t_5 \text{ sistem } (s_2, b_1) \end{cases}$$

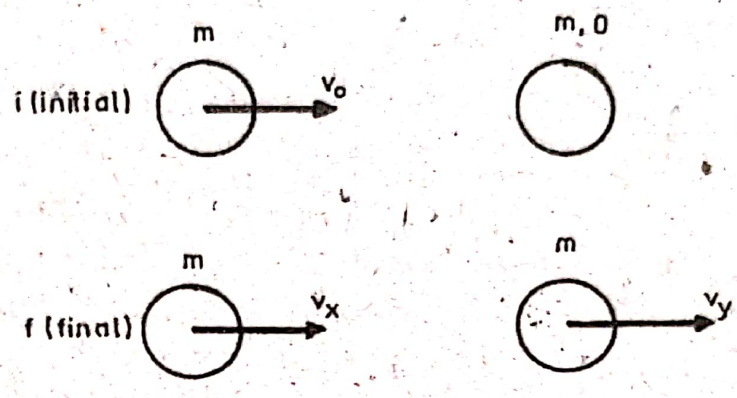
$$m\cdot(u+v') + M\cdot v = (M+m)\cdot v_x$$

$$\Rightarrow \quad v_x = v + \frac{m\cdot(M+2m)}{(M+m)^2}\cdot u$$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R4.11. ■ **I.** Se aleg arbitrar sensurile vitezelor finale ale celor două corpuri v_x, v_y.



Scriind legile conservării impulsului şi ale energiei:

$$m \cdot v_0 + m \cdot 0 = m \cdot v_x + m \cdot v_y$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + \frac{m \cdot 0^2}{2} = \frac{m \cdot v_x^2}{2} + \frac{m \cdot v_y^2}{2} \quad \text{şi efectuînd calculele} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_0 - v_x = v_y \\ (v_0 - v_x) \cdot (v_0 + v_x) = v_y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_0 - v_x = v_y \\ v_0 + v_x = v_y \end{cases} \quad \begin{cases} v_y = v_0 \\ v_x = 0 \end{cases}$$

Deci primul corp se opreşte în urma ciocnirii elastice, iar cel de-al doilea iniţial în repaus pleacă cu viteza v_0.

Corect I.c

■ **II.** Din studiul energetic se constată că:

$$E_{1i} = \frac{m \cdot v_0^2}{2}; \; E_{1f} = 0 \quad \text{şi} \quad E_{2i} = 0; \; E_{2f} = \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

adică primul corp îi transferă celui de-al doilea toată energia sa cinetică.

Corect II.c.

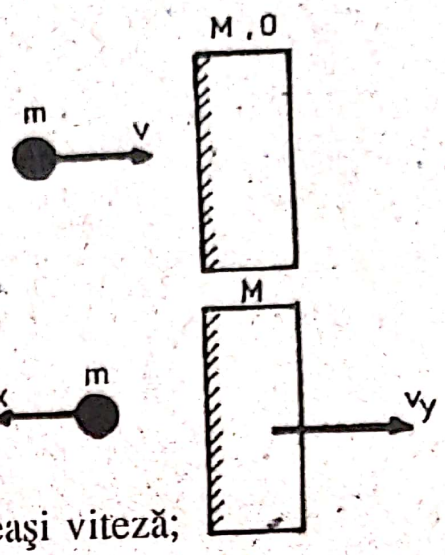
R4.12. Se consideră iniţial peretele de masă **M**, în repaus. Scriind legile conservării impulsului şi energiei:

$$m \cdot v + M \cdot 0 = -m \cdot v_x + M \cdot v_y$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{M \cdot 0^2}{2} = \frac{m \cdot v_x^2}{2} + \frac{M \cdot v_y^2}{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvînd sistemul ⇒



$$v_x = \frac{M - m}{M + m} \cdot v$$

$$v_y = \frac{2m}{M + m} \cdot v$$

Dar cum $M \to \infty \Rightarrow$

$\begin{cases} v_x = v \text{ mingea se reflectă cu aceeaşi viteză;} \\ v_y = 0 \text{ peretele rămîne imobil.} \end{cases}$

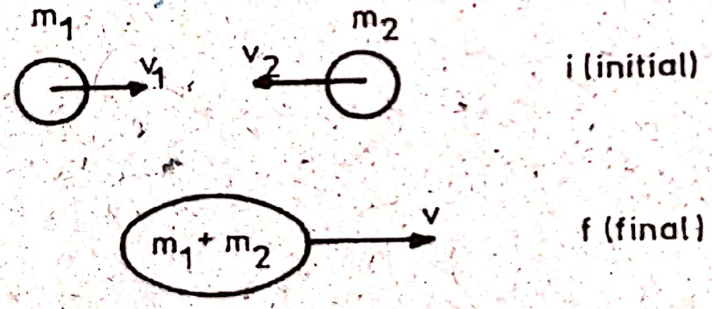
Variaţia impulsului:

$\Delta p = p_f - p_i = m \cdot v - (-m \cdot v) = 2m \cdot v$ **Corect b.**

R4.13. Din legile conservării impulsului şi a energiei:

$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2} + Q$$



Rezolvînd: $\Rightarrow$ $v = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ şi $Q = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$

Cum $\frac{(v_1 - v_2)^2}{2} = \text{dat}$, $m_1 + m_2 = \text{const.}$ se poate scrie:

$Q \cdot (m_1 \cdot m_2) = m_1 \cdot m_2 \cdot K \quad (K = \text{const.})$

Scanned with OKEN Scanner

Se ştie că produsul a două numere cu suma constantă este maxim cînd cele două numere sînt egale.

$a + b = \text{constant}$ şi $a \cdot b = MAX \Rightarrow a = b$

Deci conform celor afirmate rezultă:

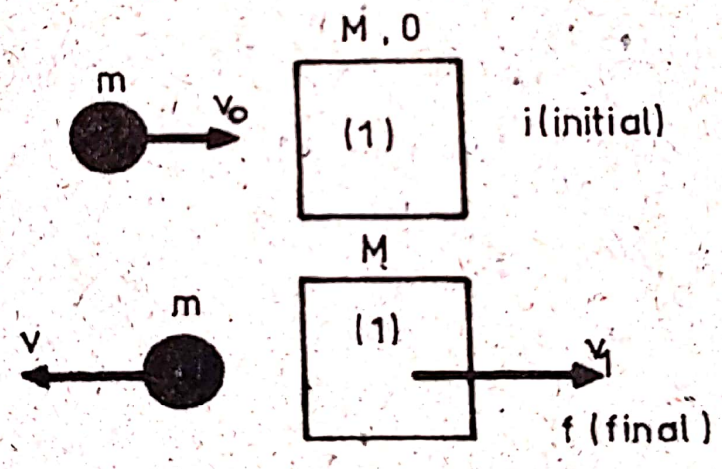
$m_1 \cdot m_2 = \max \Rightarrow m_1 = m_2$, şi în această situaţie $\Rightarrow$ $Q = \max$.

Corect d.

R4.14. Scriind legile impulsului şi energiei pentru bila de masă **m** şi corpul **(1)** de masă **M** în repaus:

$$m \cdot v_0 + M \cdot 0 = -m \cdot v + M \cdot v_1$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + \frac{M \cdot 0^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{M \cdot v_1^2}{2}$$



Rezolvînd sistemul $\Rightarrow$ $v = \frac{M - m}{M + m} \cdot v_0$ şi $v_1 = \frac{2m}{M + m} \cdot v_0$

Judecînd analog pentru sistemul format din corpul **(2)** în repaus şi bilă avînd viteza v în loc de v_0 se poate afirma că:

$$v_2 = \frac{2m}{M + m} \cdot v \quad \text{(bila)} \quad v' = \frac{M - m}{M + m} \cdot v$$

Scanned with OKEN Scanner

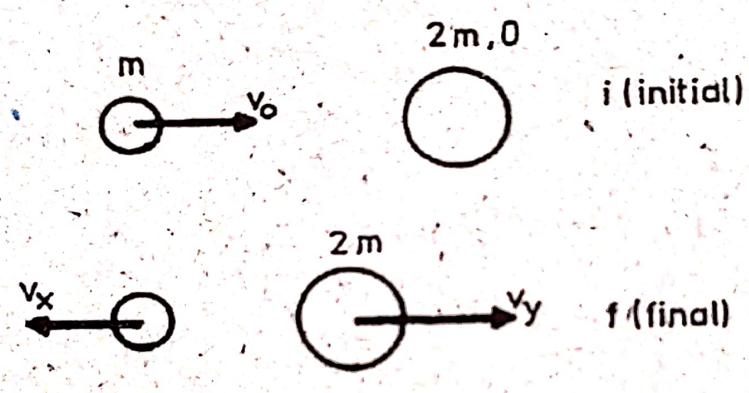
Înlocuind v cu valoarea anterior calculată:

$$v_2 = \frac{2m\cdot(M-m)}{(M+m)^2}\cdot v_0 \qquad (\text{bila}) \qquad v' = \frac{(M-m)^2}{(M+m)^2}\cdot v_0$$

Împărţind $\Rightarrow$ $\frac{v_1}{v_2} = \frac{M+m}{M-m}$ **Corect b.**

R4.15.■ Aflarea vitezelor după ciocnire:

Se consideră sistemul format din cele două corpuri implicate în ciocnire ($m_1 = m$, $m_2 = 2m$). Acest sistem este izolat de mediul înconjurător (forţele exterioare sistemului sînt nule).



Scriind legile conservării energiei şi a impulsului:

$$m\cdot v_0 + 2m\cdot 0 = -m\cdot v_x + 2m\cdot v_y$$

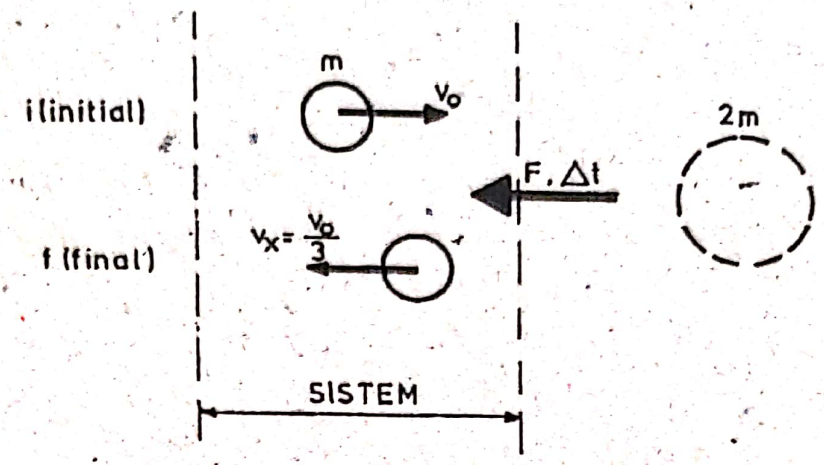
$$\frac{m\cdot v_0^2}{2} + \frac{(2m)\cdot 0^2}{2} = \frac{m\cdot v_x^2}{2} + \frac{(2m)\cdot v_y^2}{2}$$

rezolvînd $\Rightarrow$ $v_x = \frac{v_0}{3}$ şi $v_y = \frac{2\cdot v_0}{3}$

■ Aflarea forţei de impact:

Pentru calculul forţei de impact dintre corpuri nu poate fi utilizat sistemul fizic izolat folosit mai sus, deoarece forţa de impact este interioară sistemului şi are impuls nul. Pentru a "scoate" forţa în exteriorul sistemului se alege un sistem format numai din unul din corpuri, cel de-al doilea corp lovindu-l cu forţa F din exterior.

Scanned with OKEN Scanner



Scriind legea impulsului: $\Rightarrow$ $F \cdot \Delta t = p_f - p_i$;

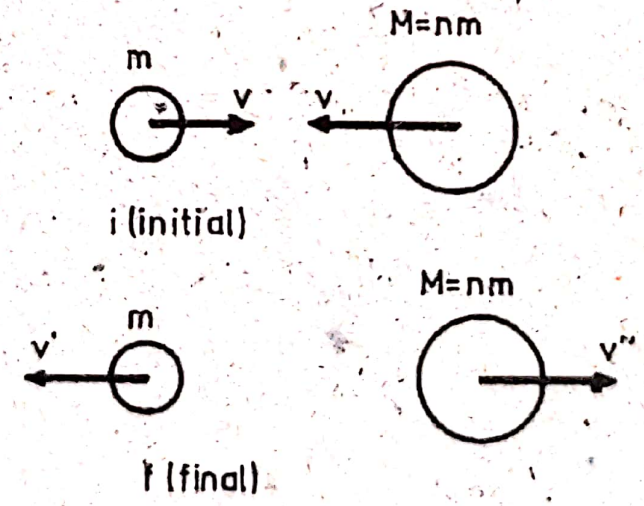
$$F \cdot \Delta t = (m \cdot v_x) - (-m \cdot v_0) = \frac{2v_0}{3} \Rightarrow F = \frac{4m \cdot v_0}{3 \cdot \Delta t} = 800 \text{ N}$$

Corect b.

R4.16. Scriind legile conservării impulsului şi energiei:

$$m \cdot v - (n \cdot m) \cdot v = -m \cdot v' + (n \cdot m) \cdot v''$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{(n \cdot m) \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot v'^2}{2} + \frac{(n \cdot m) \cdot v''^2}{2}$$



Rezolvînd sistemul: $\Rightarrow$ $v' = -v'' + 2 \cdot v$

$$v' = -v + n \cdot (v + v'') \Rightarrow v'' = \frac{3 - n}{n + 1} \cdot v$$

şi punînd condiţia $v'' = 0 \Rightarrow n = 3$. **Corect b.**

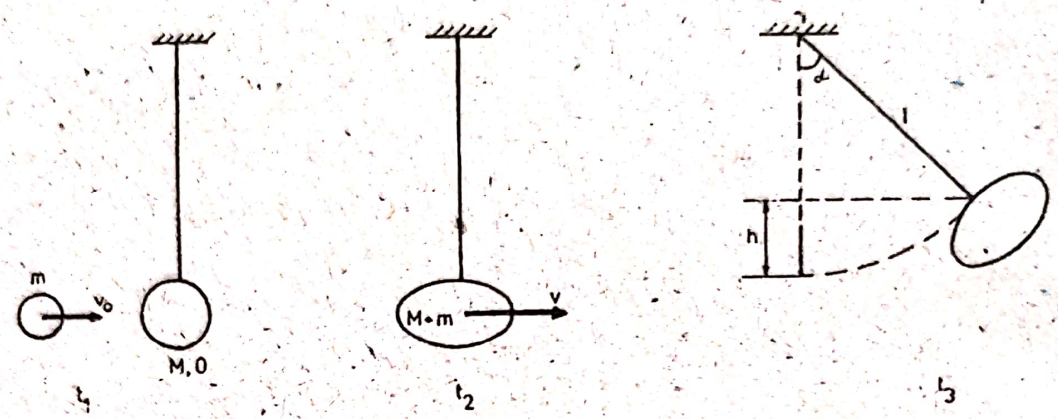
Scanned with OKEN Scanner

R4.17. ■ **I.** Se consideră momentele de timp:

t_1 - înainte de ciocnire;

t_2 - imediat după ciocnire;

t_3 - cînd pendulul este deviat maxim.



între momentele **t1-t2** legile conservării impulsului şi energiei:

$$m \cdot v_0 + m \cdot 0 = (M + m) \cdot v$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + \frac{M \cdot 0^2}{2} = \frac{(m + M) \cdot v^2}{2} + Q$$

Rezolvînd $\Rightarrow$ $v = \frac{m}{m + M} \cdot v_0 = 4$ m/s şi $L = \frac{m \cdot M \cdot v_0^2}{2 \cdot (m + M)}$

Corect Ia.

■ **II.** Energia transformată în căldură prin ciocnire plastică este Q calculată anterior şi suportată din energia cinetică

$E_0 = \frac{m \cdot M \cdot v_0^2}{2 \cdot (m + M)}$ a primului corp. Calculînd procentual cît reprezintă Q din E_0 $\Rightarrow$

$$\varepsilon [\%] = \frac{Q}{E_0} = \frac{M \cdot 100}{M + m} = 60\%$$

Corect IIb.

■ **III.** Pentru corpurile reunite din legea conservării energiei între momentele t_2-t_3 unde: $\frac{(M + m) \cdot v^2}{2} + 0 = 0 + (M + m) \cdot g \cdot h$

Scanned with OKEN Scanner

cu $h = l \cdot (1 - \cos\alpha) \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)$

cu $v = \frac{m}{M+m} \cdot v_0$ şi înlocuind $\Rightarrow$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{m^2 \cdot v_0^2}{2 \cdot g \cdot l \cdot (M+m)^2} = \frac{1}{2}; \Rightarrow \alpha = 60°$$

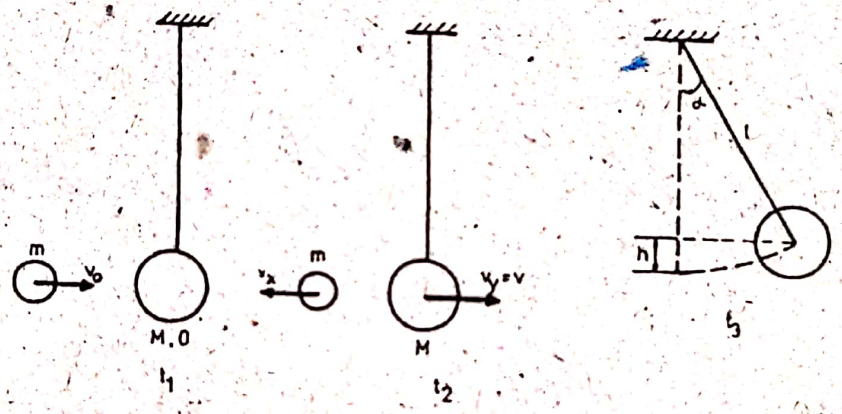
Corect IIId.

R4.18. ■ I. Se consideră momentele de timp :

t_1 - înainte de ciocnire;

t_2 - imediat după ciocnire;

t_3 - cînd pendulul este deviat la maxim.



între momentele t_1-t_2 legile conservării impulsului şi energiei:

$$m \cdot v_0 + M \cdot 0 = -m \cdot v_x + M \cdot v_y$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + \frac{M \cdot 0^2}{2} = \frac{m \cdot v_x^2}{2} + \frac{M \cdot v_y^2}{2}$$

şi efectuînd calculele $\Rightarrow$

$$m \cdot (v_0 + v_x) = M \cdot v_y$$

$$m \cdot (v_0 - v_x) \cdot (v_0 + v_x) = M \cdot v_y^2 \Rightarrow$$

$$v_x = \frac{M-m}{M+m} \cdot v_0 \quad \text{şi} \quad v_y = v = \frac{2 \cdot m}{m+M} \cdot v_0 = 6\,m/s$$

Scanned with OKEN Scanner

Energia pierdută de primul corp prin ciocnire şi transferată celui de-al doilea corp este:

$$\Delta E_c = -\left(\frac{m\cdot v_0^2}{2} - \frac{m\cdot v_0^2}{2}\right) = \left(\frac{M\cdot v_y^2}{2} - \frac{M\cdot 0^2}{2}\right) = \frac{1\cdot M\cdot m^2\cdot v_0^2}{(M+m)^2}$$

Corect Ia.

■ **II.** Energia iniţială a sistemului era:

$$E_0 = \frac{m\cdot v_0^2}{2} + \frac{M\cdot 0^2}{2} = \frac{m\cdot v_0^2}{2} = E_{01}$$

Calculînd procentual cîtă energie a transferat primul corp celui de-al doilea:

$$\varepsilon\,[\%] = \frac{\Delta E}{\Delta E_0}\cdot 100 = 84\,\%$$

Corect IId.

■ **III.** Pentru corpul al doilea legea conservării energiei între momentele t_2-t_3.

$$\frac{M\cdot v^2}{2} + 0 = 0 + M\cdot g\cdot h \quad \text{unde} \quad h = l\cdot(1-\cos\alpha) \quad \Rightarrow$$

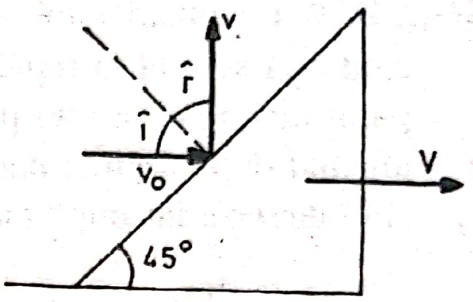
$$v^2 = 2\cdot g\cdot l\cdot(1-\cos\alpha), \quad \text{cu} \quad v = \frac{2\cdot m}{m+M}\cdot v_0$$

şi înlocuind $\Rightarrow$ $\cos\alpha = 1 - \frac{2\cdot m^2\cdot v_0^2}{g\cdot l\cdot(M+m)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60°$

Corect IIIa.

Scanned with OKEN Scanner

R4.19.



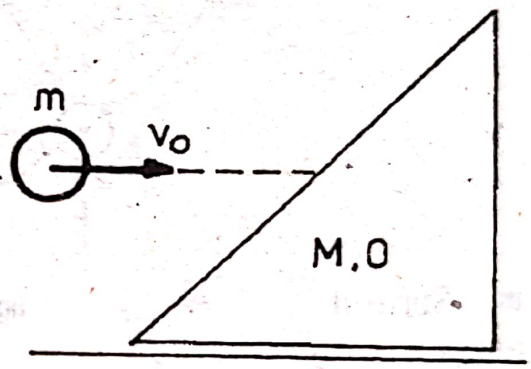
■ **I** Deoarece prisma este echilaterală $\alpha = 45°$ din legile reflexiei $\mathbf{i = r = 45°}$ rezultă că viteza mingei v după ciocnire este verticală îndreptată în sus. Evident căruciorul va porni cu o viteza **V** orizontală.

Corect Ia.

■ **II.** Legea conservării impulsului proiectată pe orizontală (viteza v are proiectia nulă):

$m \cdot v_0 + M \cdot 0 = m \cdot 0 + M \cdot V$

rezultă:



i (initial)

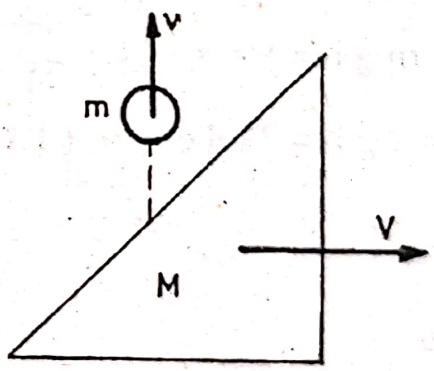
$$V = \frac{m}{M} \cdot v_0 = 5 \text{ m/s}$$

Legea conservării energiei:

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + \frac{M \cdot 0^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{M \cdot V^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 - \frac{M}{m} \cdot V^2$$

dar înlocuind valoarea obţinută anterior $\Rightarrow$



f (final)

$$v = v_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{M}} = 6 \text{ m/s}$$

Corect IIb.

Scanned with OKEN Scanner

R4.20. ■ **I.** Considerăm momentele de timp:
t_1 - cînd bila se află în repaus, orizontală;
t_2 - puţin înainte de a lovi peretele;
t_3 - imediat după lovirea peretelui;
t_4 - cînd deviază iar după ciocnire în poziţia cea mai de sus.

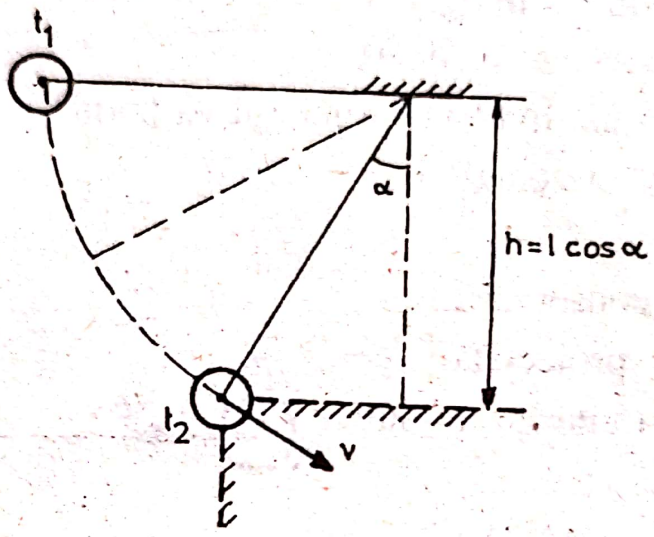


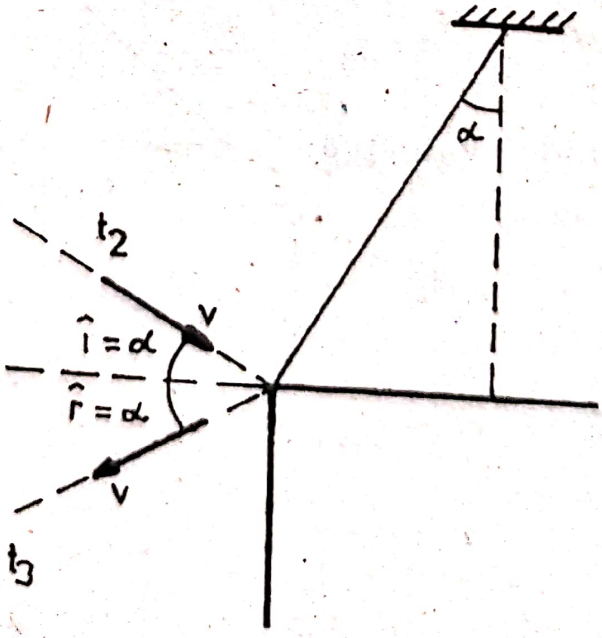
fig. a

■ Scriind legea conservării energiei între t_1-t_2 luînd ca nivele de referinţă poziţia din t_2 (fig.a) :

$$0 + m \cdot g \cdot h = v = v_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{M}} = 6 \text{ m/s}$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot l \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

fig. b



■ Ciocnirea cu peretele este perfect elastică, bila deviind cu aceeaşi viteză v după legile reflexiei:
$v(t_2) = v(t_3)$; $i = r = \alpha$ (fig.b)

■ După ciocnire în momentul t_3, (fig.c), viteza $v = v(t_3)$ se descompune după direcţiile firului v" şi respectiv ale tangentei la fir v'. Viteza v" care trage de fir înlungul lui va fi anihilată de un supliment de tensiune în fir, şi nu contribuie la mişcarea ulterioară a firului. Componenta v' va urca firul pînă la o inalţime **H** faţă delocul unde a lovit peretele.

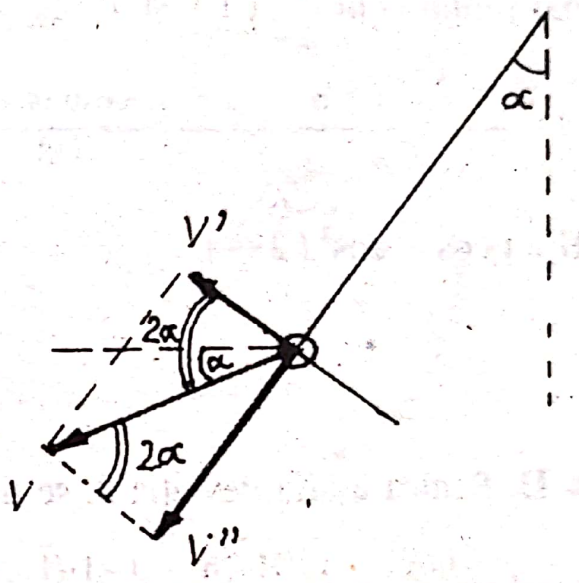


fig. c

$v' = v \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$ (2)

■ Scriind legea conservării energiei între momentele t_3-t_4 luînd acelaşi nivel de referinţă (fig.d)

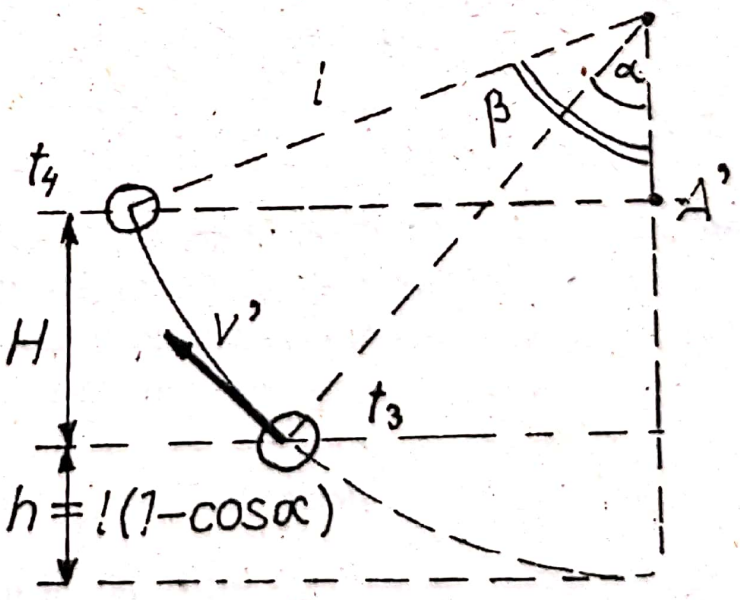


fig. d

Scanned with OKEN Scanner

$$0 + \frac{m \cdot v'^2}{2} = m \cdot g \cdot H + 0 \quad \Rightarrow \quad H = \frac{v'^2}{2 \cdot g}$$

dar ţinînd cont de (1) şi (2):

$$H = \frac{v^2 \cdot \cos^2(2 \cdot \alpha)}{2 \cdot g} = \frac{2 \cdot l \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot \cos^2(2 \cdot \alpha)}{2 \cdot g}$$

$$\mathbf{H = l \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 (2 \cdot \alpha)}$$

Corect Ic.

■ **II.** Pentru a afla deviaţia ß, se ţine cont că (fig.b):

$$\cos ß = \frac{OA'}{l} = \frac{l - H - h}{l} = \frac{l - l \cdot (1 - \cos\alpha) - l \cdot \cos\alpha \cdot \cos^2(2 \cdot \alpha)}{l}$$

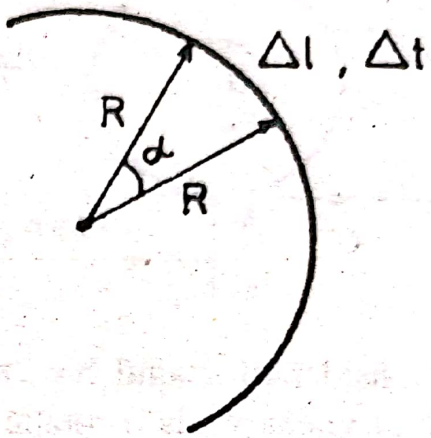
$$\cos\beta = \cos\alpha \cdot \sin^2 (2 \cdot \alpha)$$

Corect IIc.

Scanned with OKEN Scanner

MIŞCAREA CIRCULARĂ

R5.1. Fie **R** lungimea minutarului



$\alpha = \frac{\Delta l}{R}$ dar $\alpha = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t$

$R = \frac{T\Delta l}{2\pi \Delta t}$ unde $\Delta t = 60$ s

$T = 60$ min $= 3600$ s

(o tură completă a minutarului)

$$\mathbf{R} = \frac{3600 \cdot 15{,}7 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 60} = 1{,}5\text{m}$$

Corect b.

R5.2. Deoarece viteza tangenţială a ambilor tamburi este aceeaşi şi egală cu viteza curelei de transmisie.

$v_1 = \omega_1 \cdot R_1$

$v_2 = \omega_2 \cdot R_2 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2 \quad \Rightarrow$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{2\pi\nu_1}{2\pi\nu_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Corect b.

R5.3. Aceasta este o problemă "capcană". Deoarece între mobil şi plan nu există frecare, energia cinetică a mobilului se conservă şi oricare ar fi poziţia acestuia în plan, şi oricare ar fi forma traiectoriei pe care a parcurs-o :

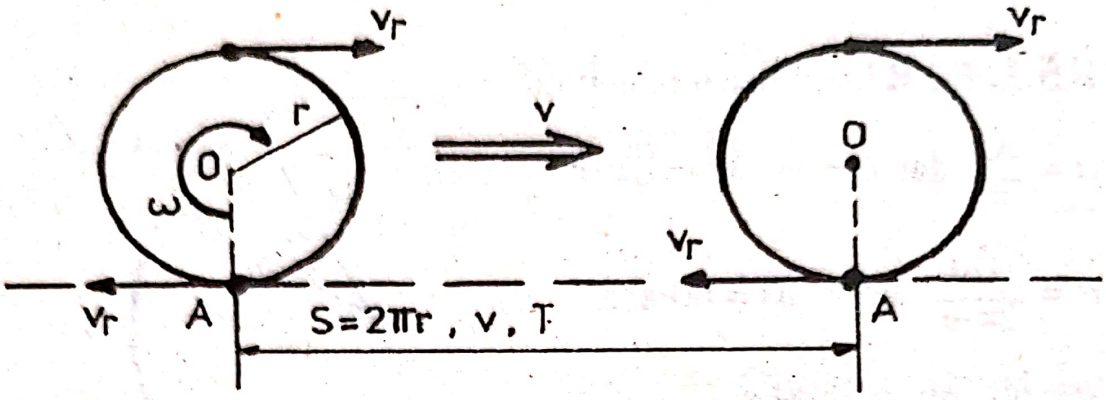
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v = v_0 = const.}$$

Deci şi în punctul în care firul s-a epuizat, viteza este tot v_0 oricare ar fi valorile **R** şi **L** sau traseul parcurs de mobil.

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R5.4. Fie o roată a cărui centru **O** se deplaseaza cu viteza v, punctele de pe periferie avînd viteza v_r.



Considerăm spaţiul $S = 2\pi \cdot r$, parcurs de centrul **O** în timpul **t** cu viteza **v** , la o rotaţie completă a roţii (punctul **A** revine pe sol). Deoarece în acest timp roata a efectuat o rotaţie completă $t = T$ (perioada)

$S = vt$ adică: $2\pi r = vt \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) r$

Dar $\frac{2\pi}{T} = \omega \Rightarrow v = \omega \cdot r \quad v = v_r$.

Deci viteza periferică a roţii este egală cu viteza de înaintare a mobilului oricare ar fi raza roţii. **Corect a.**

R5.5. Pentru calculul vitezei :

$v = \omega \cdot R = \omega \cdot \frac{d}{2} = 2\pi\nu \cdot \frac{d}{2} = \pi \nu d$; Analog: $V = \pi \nu D$

Deoarece $D > d \Rightarrow v < V$ **Corect a.**

R5.6. Fie Ω viteza unghiulară a rotaţiei mobilului pe traiectoria circulară de rază **R.** Dacă mijlocul osiei se mişcă cu viteza $v = \Omega \cdot R$ atunci roata exterioară are:

$v_e = \Omega \cdot (R + \frac{d}{2}) = v\left(1 + \frac{d}{2R}\right)$ iar cea interioară:

$v_i = \Omega \cdot (R - \frac{d}{2}) = v\left(1 - \frac{d}{2R}\right)$ (fig. a)

Scanned with OKEN Scanner

fig. a

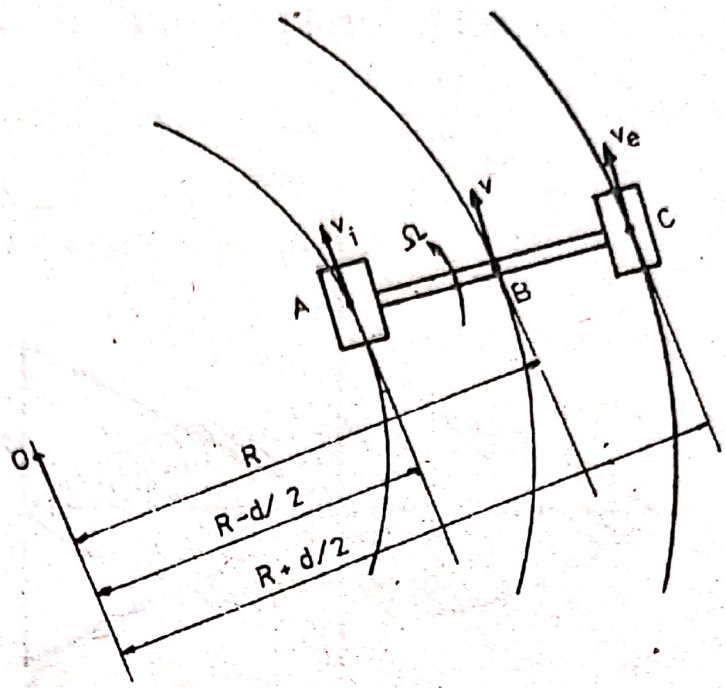
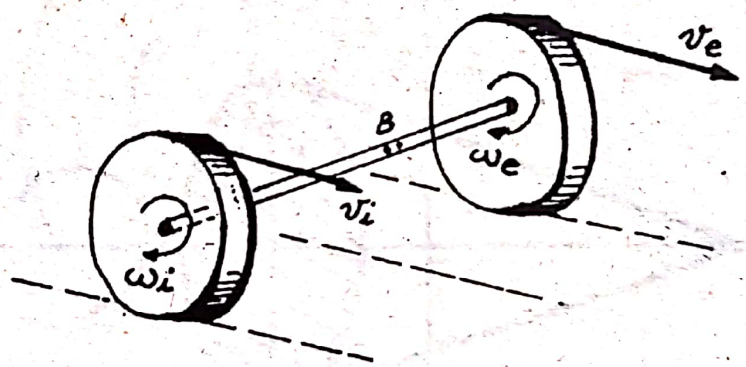


fig. b



Vitezele unghiulare ale roţilor sînt:

$$\omega_e = \frac{v_e}{r} = \frac{v}{r}\left(1 + \frac{d}{2R}\right)$$

$$\omega_i = \frac{v_i}{r} = \frac{v}{r}\left(1 - \frac{d}{2R}\right) \qquad \text{(fig.b)}$$

Timpul scurs pînă cînd roata exterioară a făcut o tură în plus faţă de cea interioară e dată de relaţia:

$$n_{ext} = n_{int} + 1 \Rightarrow \frac{\omega_{ext}}{2\pi} = \frac{\omega_{int}}{2\pi} + 1$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega_e - \omega_i} = \frac{2\pi}{\frac{v}{r}\left[\left(1 + \frac{d}{2R}\right) - \left(1 - \frac{d}{2R}\right)\right]} = \frac{2\pi r}{v\frac{d}{R}} = \frac{2\pi rR}{dv} = 10s$$

Corect d.

Scanned with OKEN Scanner

R5.7. În cazul **rotaţiei în jurul axei verticale** (fig.a) raza de rotaţie este: $R = \dfrac{r}{tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)}$

fig. a

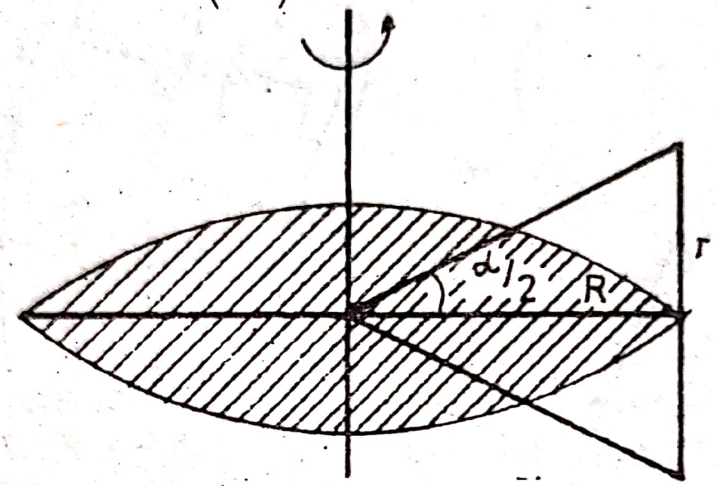
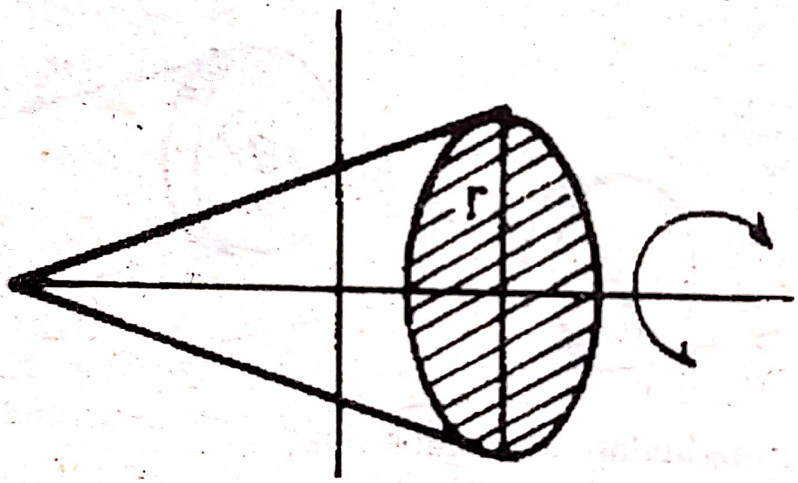


fig. b.



Deci: $v = \omega_a \cdot R = \dfrac{2\pi}{T_a} \cdot R \Rightarrow v = \dfrac{2\pi r}{T_a \cdot tg\dfrac{\alpha}{2}}$

În cazul **rotaţiei în jurul axei orizontale** (fig.b) raza de rotaţie este **r** şi $v = \omega_b \cdot r = \dfrac{2\pi}{T_b} \cdot r$

Egalînd vitezele: $\dfrac{2\pi r}{T_a \cdot tg\dfrac{\alpha}{2}} = \dfrac{2\pi r}{T_b} \Rightarrow T_b = T_a \cdot tg\dfrac{\alpha}{2}$

Pentru ca $T_a = T_b \Rightarrow tg\dfrac{\alpha}{2} = 1 \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 45° \Rightarrow \alpha = 90°$

Corect b.

Scanned with OKEN Scanner

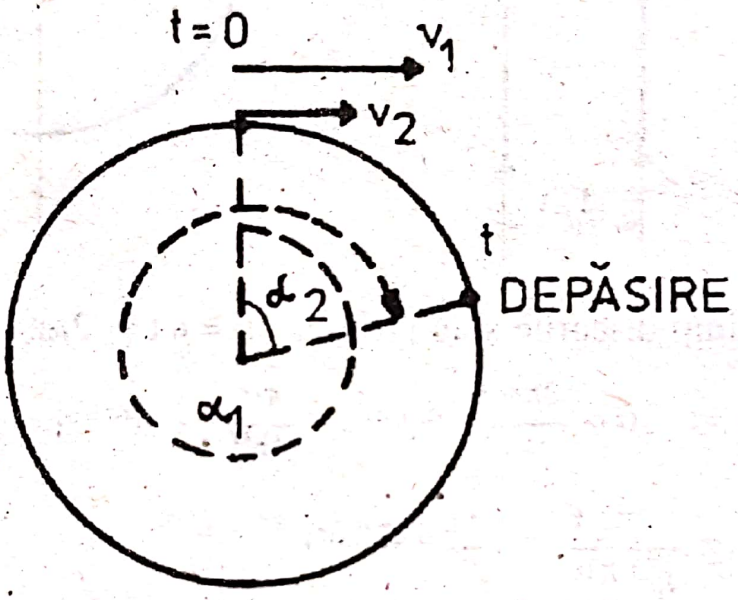
R5.8. Dacă două mobile pleacă simultan din acelaşi punct cel cu viteza mai mare execută o tură în plus pînă cînd îl depăşeşte pe cel cu viteza mai mică: ($v_1 > v_2$)

$\alpha_1 = \alpha_2 + 2\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_1 \cdot t = \omega_2 \cdot t + 2\pi$

t = timpul scurs pînă la depăşire

$t = \dfrac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \dfrac{2\pi R}{v_1 - v_2} = \dfrac{l}{v_1 - v_2}$ unde: **R** = raza pistei circulare

$l = 2\pi R$ = lungimea pistei



Punem condiţia ca timpul de întîlnire să fie de **k** ori perioada de rotaţie a celui de-al doilea mobil. $t = kT_2 = k \cdot \dfrac{l}{v_2}$

Deci: $\dfrac{k \cdot l}{v_2} = \dfrac{l}{v_1 - v_2} \quad \Rightarrow \quad K = \dfrac{v_2}{v_1 - v_2} = 2$ ture

Verificare:

$t = (k + 1) T_1$

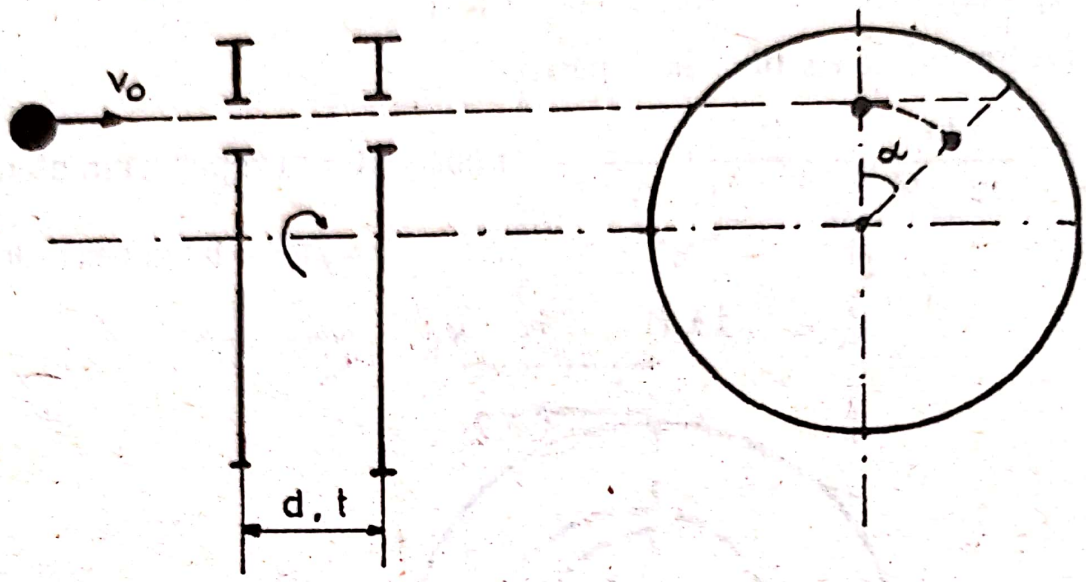
Deci se parcurg pînă la întîlnire:

alergător II -> 2 ture
alergător I -> 3 ture

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R5.9. Timpul în care glonţul străbate spaţiul dintre cartoane este $t = \frac{d}{v_0}$



În acest timp discurile s-au rotit cu: $\alpha = \omega t = 2\pi n \cdot t$ [radiani]

Înlocuind $\Rightarrow$ $\alpha = \frac{2\pi \nu d}{v_0}$ dar $\alpha_{rad} = \frac{\pi \alpha}{180}$; $\nu[\text{rot/s}] = \frac{n}{60}[\text{rot/min}]$

Deci: $\nu = \frac{2\pi nd}{60 \cdot \frac{\pi \alpha}{180}} = \frac{6nd}{\alpha} = 400\text{m/s}$ **Corect c.**

R5.10.

•I. Pentru roata din faţă unghiul dintre două spiţe vecine este:

$\alpha = \frac{2\pi}{n}$

Timpul dintre două imagini succesive: $t = \frac{1}{m}$

Condiţia ca spiţa să pară că stă pe loc este ca în timpul t spiţa (1) să ia locul spiţei (2), deoarece ν = minim.

$\alpha = \omega \cdot t$

Observaţie: Pentru viteze mai mari trebuie ca una din spiţele mai îndepărtate să ia locul spiţei văzute)

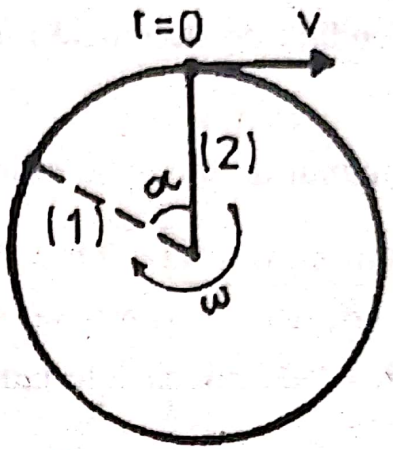
Scanned with OKEN Scanner

Rezultă deci:

$$\frac{2\pi}{n} = \omega \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi m}{n}$$

Dar $\omega = \frac{v}{r}$, rezultă:

$$v = \frac{2\pi mr}{n}$$



Raţionînd la fel pentru roata din spate:

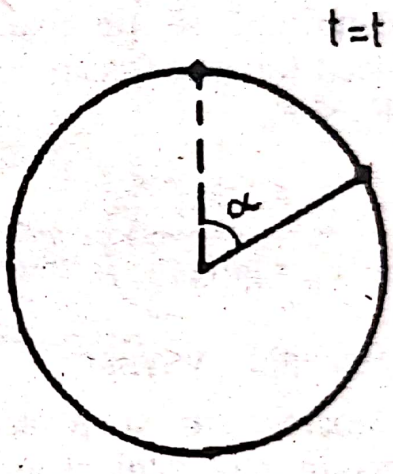
$$v = \frac{2\pi mR}{N}$$

Rezultă prin egalarea vitezelor:

$$\frac{2\pi mr}{n} = \frac{2\pi mR}{N}$$

$N = \frac{R}{r} n = 20$ spiţe

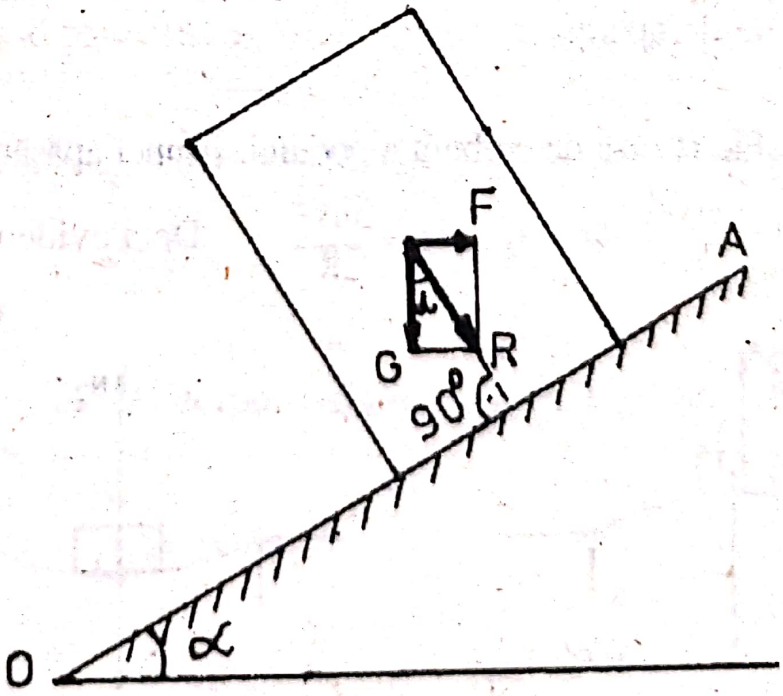
Corect Ia.



II. $v_{min} = \frac{2\pi mr}{n} = 2\pi = 6{,}28$ m/s

Corect IIb.

R5.11. $G = mg$ greutatea corpului şi $F = \frac{mv^2}{R}$ forţa centrifugă



Condiţia de stabilitate a mobilului este $R \perp \bar{OA}$

Unghiul de înclinare a drumului este: $tg\alpha = \frac{F}{G} = \frac{\frac{mv^2}{R}}{mg} = \frac{v^2}{Rg}$

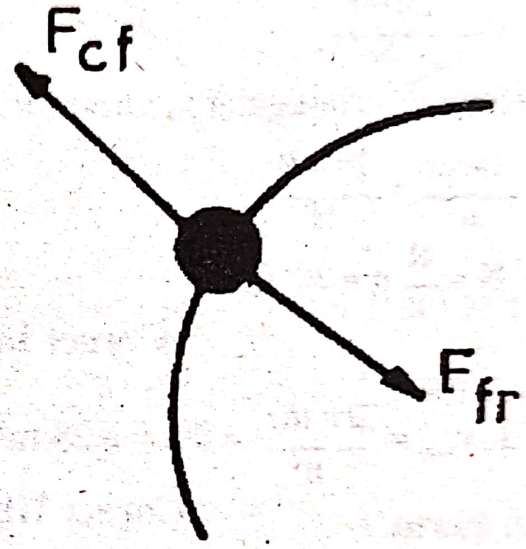
Cum pt. $\alpha \in (0, 90°)$ funcţia $tg\alpha$ este crescătoare $\Rightarrow$

- $tg\alpha$, deci şi α, este cu atît mai mare cu cît v_e este mai mare
- R e mai mic şi este independent de m

Corect d.

R5.12. în general pentru a nu derapa trebuie ca forţa centrifugă să fie mai mică decît forţa de frecare.

$F_{cf} \leq F_{fr}$



$$\begin{cases} F_{cf} = \frac{mv^2}{R} \\ F_{fr} = \mu mg \end{cases}$$

Rezultă: $v \leq \sqrt{\mu g r}$

Deoarece m şi μ aceleaşi pentru toate vehiculele şi:

$r_1 < r_2 < r_3 \Rightarrow v_1 < v_2 < v_3$

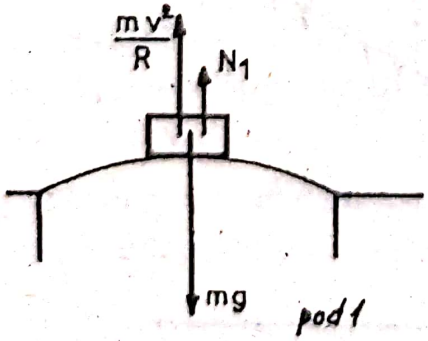
Deci (3) poate dezvolta cea mai mare viteză fără a fi în pericol de derapare.

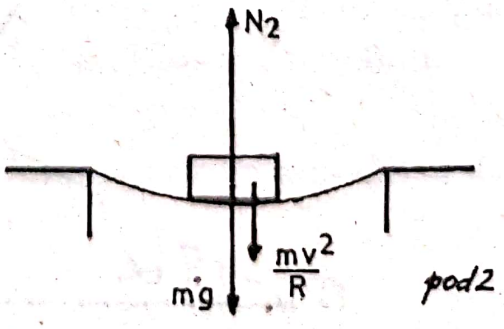
Corect c.

R5.13. Fie R raza de curbură a podului. Atunci apăsările sînt:

$N_1 = mg - \frac{mv^2}{R}$ şi $N_2 = mg + \frac{mv^2}{R}$ Deci evident $N_2 > N_1$

Corect b.





Scanned with OKEN Scanner

R5.14. Condiţia să nu derapeze (fig.a) :

$$F_r = F_{cf} \quad \Leftrightarrow \quad \mu mg = \frac{m v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \mu R g \quad (1)$$

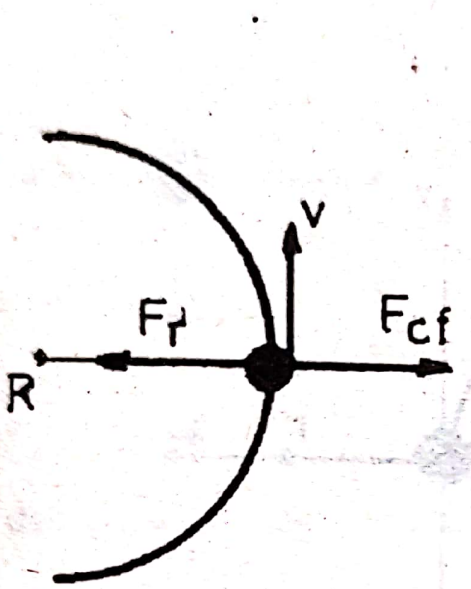


fig. a.

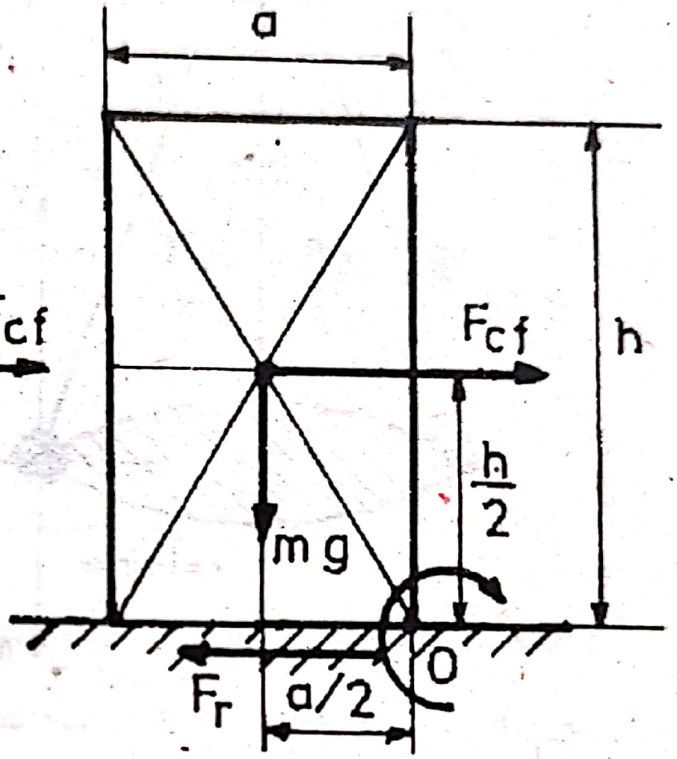


fig. b

Condiţia să nu se răstoarne (faţă de colţul **O**) este ca momentul total să fie nul: $F_{cf} \cdot \frac{h}{2} - mg \cdot \frac{a}{2} = 0$

(corpul fiind paralelipipedic şi omogen centrul său de greutate este la intersecţia diagonalelor)

$\Rightarrow \quad v^2 = Rg \cdot \frac{h}{2}$ (2) Egalînd (1) şi (2) rezultă:

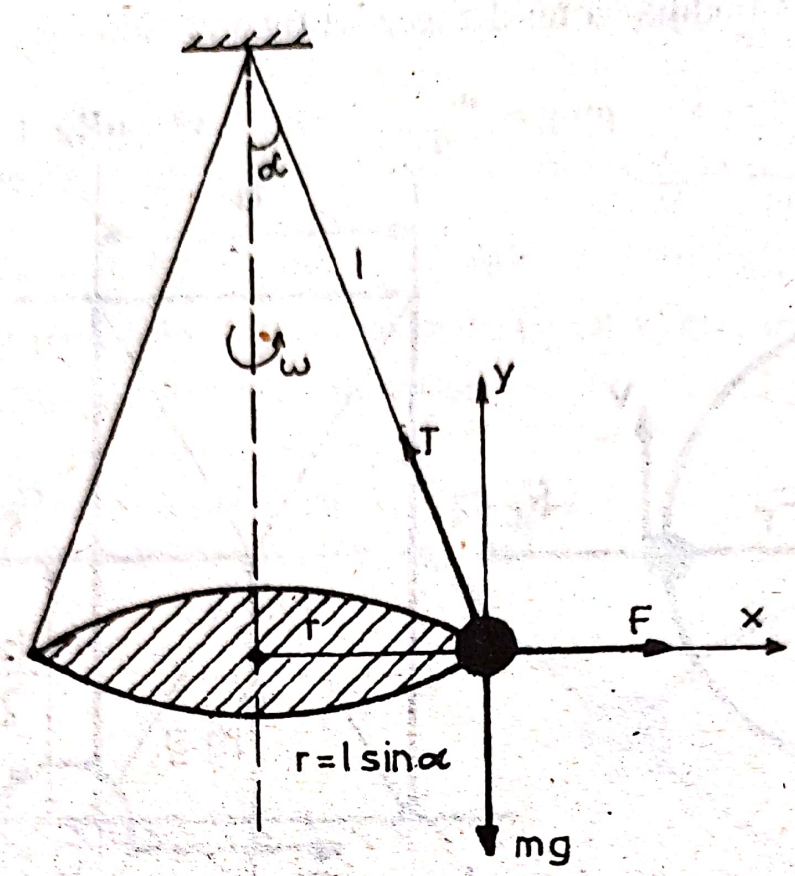
$\mu = \frac{a}{h} = \frac{10}{40} = 0,25$ **Corect d.**

R5.15. Se izolează corpul, asupra lui acţionînd:

T - tensiune în fir
G - greutatea
F - forţa centrifugă

Unde: $G = mg$ şi $F = m\omega^2 \cdot r = m\omega^2 \cdot l \cdot \sin\alpha$

Scanned with OKEN Scanner



Condiţia de echilibru în planul xAy:

$$\begin{cases} F - T\cdot\sin\alpha = 0 \\ T\cdot\cos\alpha - G = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad F = G\cdot\operatorname{tg}\alpha$$

înlocuind $\Rightarrow \quad m\omega^2\cdot l\cdot\sin\alpha = mg\cdot\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\dfrac{g}{l\cdot\cos\alpha}}$

$$\Rightarrow \quad v = r\omega = l\cdot\sin\alpha\sqrt{\frac{g}{l\cdot\cos\alpha}} = \sqrt{l\cdot g\cdot\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha\right)}$$

Corect c.

R5.16. În general în timpul rotaţiei (fig.a):

$$\text{I.} \quad \begin{cases} T\cdot\sin\alpha = F_{cf} \\ T\cdot\cos\alpha = mg \end{cases}$$

$$F_{cf} = mg\cdot\operatorname{tg}\alpha$$

Scanned with OKEN Scanner

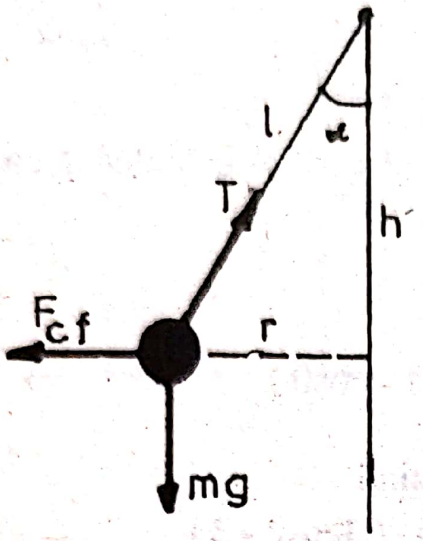


fig. a.

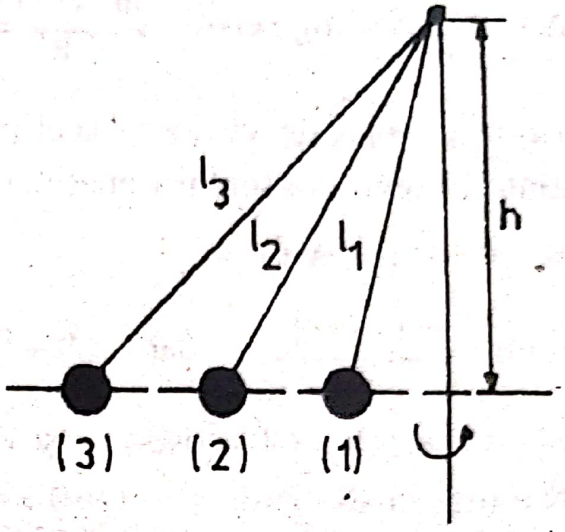


fig. b

dar $tg\alpha = \frac{r}{h} \Rightarrow m\omega^2 r = mg \cdot \frac{r}{h} \Rightarrow$

$h = \frac{g}{\omega^2} = \text{constant}$, oricare ar fi **r**, deci $\mathbf{h_1 = h_2 = h_3 = h}$

şi locul geometric al lor este o dreaptă orizontală (fig.b).

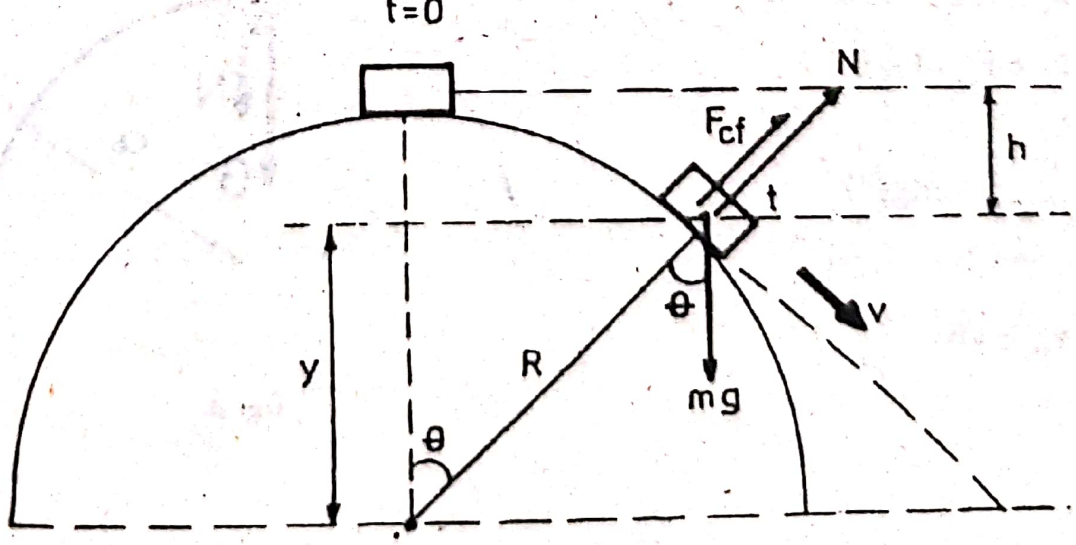
Corect Ia.

II. Cum $r = \sqrt{l^2 - h^2}$ $\mathbf{h = const.}$, $\mathbf{l_1 < l_2 < l_3} \Rightarrow \mathbf{r_1 < r_2 < r_3}$

Deci corpul (**3**) este cel mai îndepărtat.

Corect IIc.

R5.17. •Se calculează apăsarea într - un punct oarecare, proiectînd forţele pe direcţia unei raze $\Rightarrow N = mg \cdot \cos\theta - F_{cf}$



Scanned with OKEN Scanner

deci: $N = mg \cdot \cos\theta - \frac{m[v(\theta)]^2}{R}$

Unde $v(\theta)$ este viteza în acel punct şi care se calculează cu ajutorul legii conservării energiei:

$W(\theta = 0) = W(\theta)$

$mgh = \frac{m[v(\theta)]^2}{2}$ dar $h = R \cdot (1 - \cos\theta)$ $\Rightarrow$

$v^2(\theta) = 2gR \cdot (1 - \cos\theta)$ şi înlocuind $\Rightarrow$

$N = mg \cdot \cos\theta - 2mg \cdot (1 - \cos\theta) = \mathbf{mg \cdot (3\cos\theta - 2)}$

Condiţia de desprindere este $\mathbf{N = 0}$

De unde rezultă $\cos\theta = \frac{2}{3}$ oricare ar fi m, R.

Înălţimea faţă de sol y la desprindere: $y = R \cdot \cos\theta = \frac{2R}{3}$

Corect b.

R5.18.

I. Condiţia de menţinere în punctul **D** este ca apăsarea **N≥0** (fig a.)

$N = F_{cf} - G \geq 0$

$\frac{m v_D^2}{R} - mg \geq 0$

$v_D \geq \sqrt{Rg}$

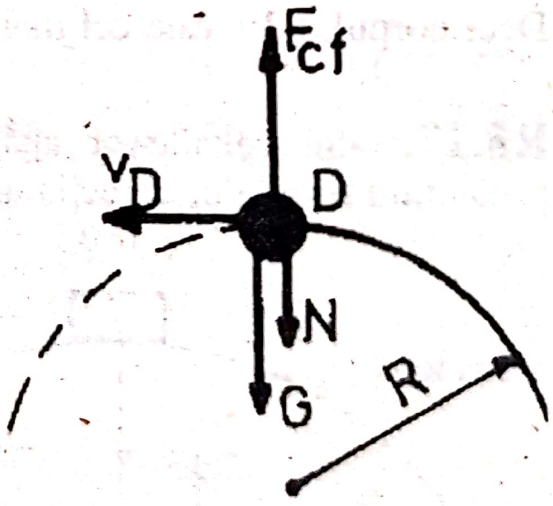


fig. a.

Scanned with OKEN Scanner

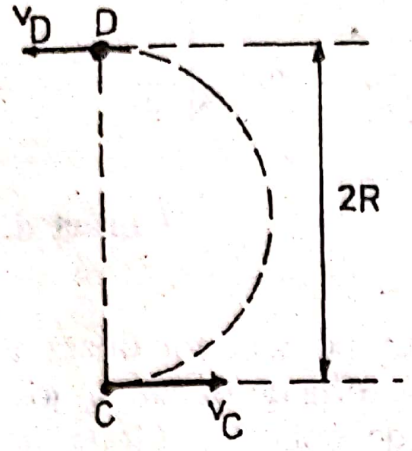


fig. b.

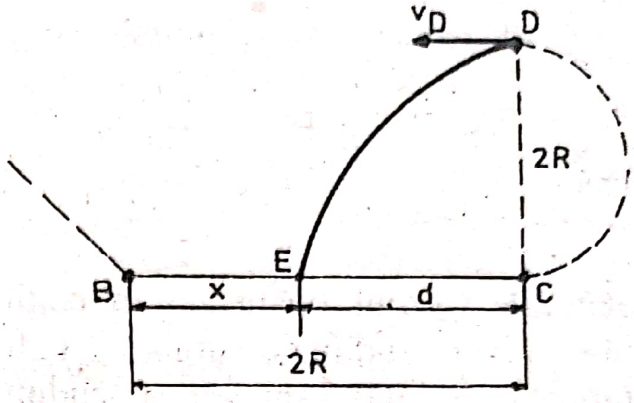


fig. c

Din legea conservării energiei între punctele **D** şi **C** rezultă:

$$\frac{m v_C^2}{2} = \frac{m v_D^2}{2} + mg \cdot (2R)$$

adică $v^2_C = v^2_D + 4gR$ şi înlocuind $\Rightarrow$ $v_C \geq \sqrt{5Rg}$

Din legea conservării energiei între punctele A şi C (mişcare fără frecare) $\Rightarrow$ $mgh = \frac{m v_C^2}{2}$ şi înlocuind $\Rightarrow$ $h \geq 2,5 \cdot R$

Corect Ic.

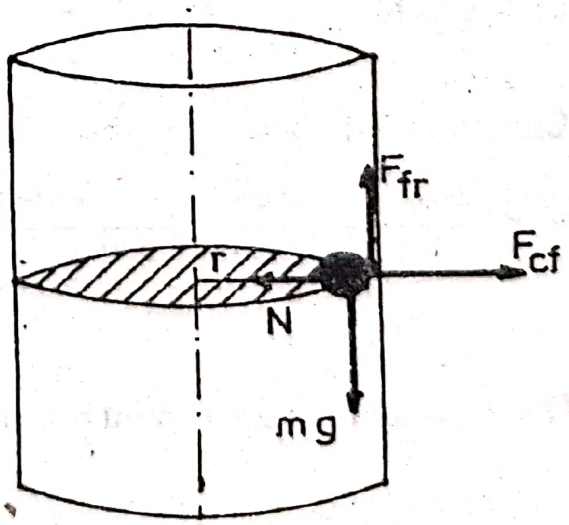
II. Formula bătăii în aruncarea orizontală: $d = v_D \sqrt{\frac{2 \cdot CD}{g}} = 2R$

$x = 2R - d = 0$ $\Rightarrow$ punctul **E** identic **B** **Corect IIc.**

R5.19. Pentru ca mobilul să stea în echilibru pe peretele interior, cu tendinţa de a alunecă în jos (forţa de frecare F_{fr} în sus) trebuie ca suma forţelor să fie nulă:

$$\begin{cases} N - F_{cf} = 0 \\ F_{fr} - mg = 0 \end{cases}$$

$$F_{fr} = \mu N$$



Scanned with OKEN Scanner

$$\Rightarrow \quad \mu F_{cf} = mg \quad \Leftrightarrow \quad \mu m\omega^2 r = mg \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{\mu r}}$$

Deci: $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\mu r}} = 1\ \text{rot/s}$ **Corect d.**

R5.20. Corpul poate sta în echilibru pe faţa interioară a pîlniei cu o tendinţă de urcare (fig.b), (forţa de frecare în jos, turaţie maximă), sau cu o tendinţă de coborîre (forţa de frecare în sus, turaţie minimă), (fig.a) .

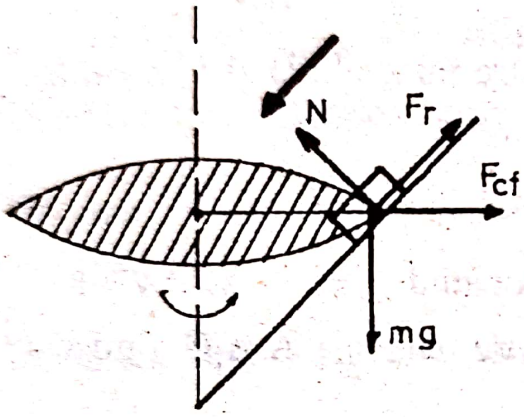


fig. a.

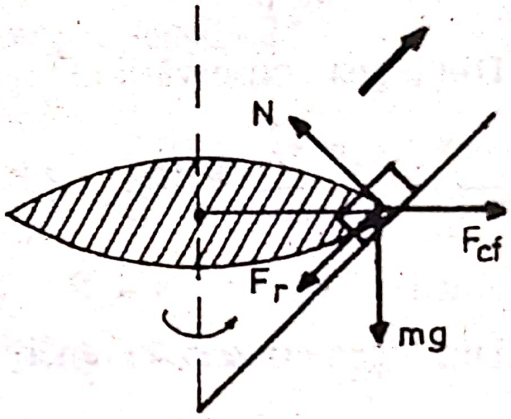


fig. b

Condiţia de echilibru este:

$$\begin{cases} F_{cf}\sin\alpha - mg \pm F_r = 0 \\ N - mg\sin\alpha - F_{cf}\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

$$F_r = \mu N$$

Efectuînd calculele $\Rightarrow$

$$F_{cf} = g\frac{\cos\alpha - +\mu\sin\alpha}{\sin\alpha + -\mu\cos\alpha} = g\frac{1 - +\mu\,\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\alpha + -\mu}$$

Dar $F_{cf} = \omega^2 d = (2\pi)^2 \nu^2 \cdot d = (2\pi)^2 \cdot \left(\frac{n}{60}\right)^2 \cdot d$

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă: $n = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{d}\cdot\frac{1 \mp \mu\,tg\alpha}{tg\alpha \pm \mu}}$

$$n_{min} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{d}\cdot\left(\frac{1-\mu\,tg\alpha}{tg\alpha+\mu}\right)} = 10 \text{ rot / min}$$

$$n_{max} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{d}\cdot\left(\frac{1+\mu\,tg\alpha}{1-\mu tg\alpha}\right)} = 40 \text{ rot/min}$$

Pentru:

$n_{min} \le n \le n_{max}$ • echilibru

$0 < n < n_{min}$ • alunecă în jos

$n > n_{max}$ • urcă pe pîlnie

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

ECHILIBRUL CORPURILOR

R6.1. ■ Tensiunile în firele ce leagă corpurile m_1, m_2 şi M

$T_1 = \mu_1 m_1 g \cdot \cos\alpha$; $T_2 = \mu_2 m_2 g \cdot \cos\beta$ şi $T = M \cdot g$

■ Ecuaţia de momente pentru sistemul de scripeţi este $T_1 \cdot R_1 + T_2 \cdot R_2 - T \cdot R = 0$ şi înlocuind se obţine:

$$M = \mu_1 m_1 \frac{R_1}{R}\cos\alpha + \mu_2 m_2 \frac{R_2}{R}\cos\beta = \frac{1}{10}\left(\frac{m_1 + m_2}{2}\right)$$

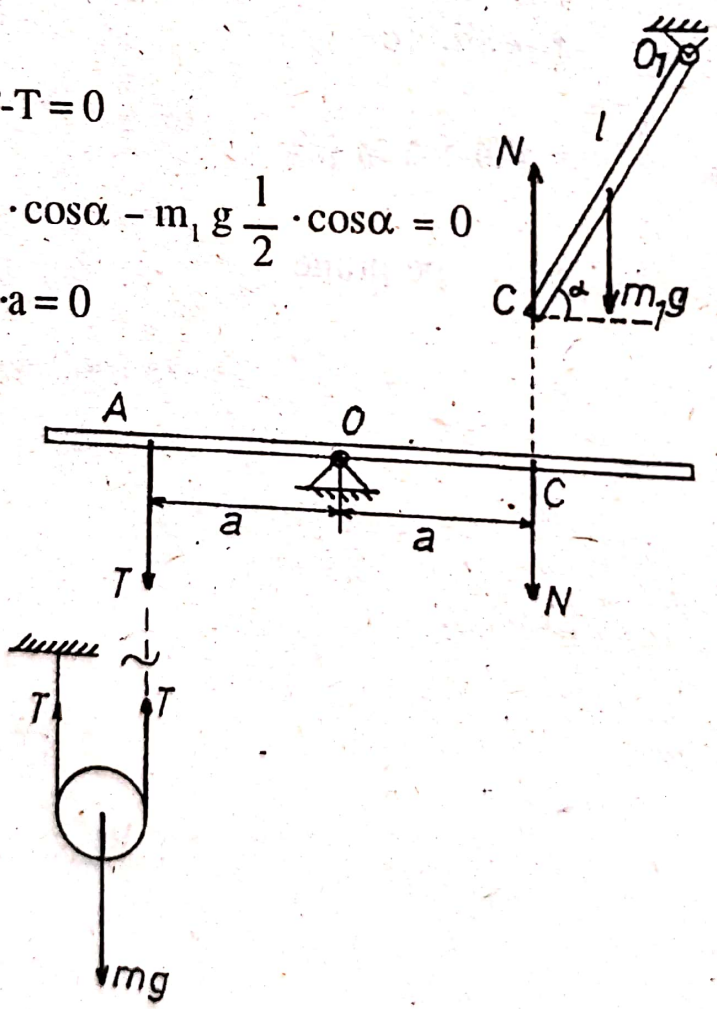
Corect a.

R6.2. Izolînd barele şi scripeţele şi scriindu-le ecuaţia de momente faţă de articulaţii, la echilibru:

(m_3) $m \cdot g - T - T = 0$

(m_1) $N \cdot l \cdot \cos\alpha - m_1 g \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha = 0$

(m_2) $T \cdot a - N \cdot a = 0$



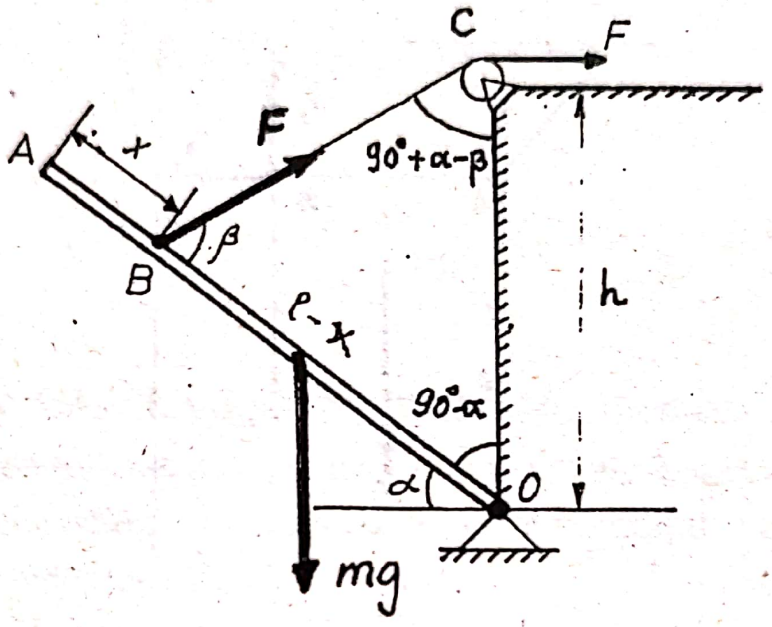
$\Rightarrow$ $m = m_1$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R6.3. Scriind ecuaţia de momente faţă de punctul O:

$$mg\frac{l}{2}\cos\alpha - F\cdot(l-x)\cdot\sin\beta = 0$$



Dar din teorema sinusului în triunghiul ΔOBC :

$$\frac{\sin\beta}{h} = \frac{\sin(90+\alpha-\beta)}{l-x} = \frac{\cos\alpha}{BC} \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{l\cdot\cos\alpha}{BC}$$

Si după prelucrări:

$$F(\alpha) = \frac{mgl}{2ah}\sqrt{a^2+h^2-2ah\cdot\sin\alpha} \qquad \text{unde} \quad a = l - h$$

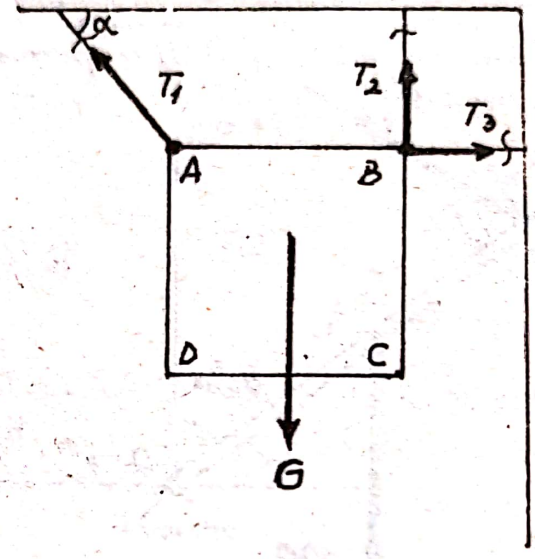
Deci forţa F este dependentă neliniar de α.

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R6.4. Scriind ecuaţiile de momente ale forţelor faţă de punctele B, A şi E în condiţii de echilibru se găseşte:

$$T_1 = \frac{G}{2\sin\alpha} \quad ; \quad T_2 = \frac{G}{2} \quad ; \quad T_3 = \frac{G}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}$$



Punînd condiţia $T_1 = T_2 = T_3$ rezultă:

$$\frac{1}{\sin\alpha} = 1 = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha} \qquad \text{adică:} \qquad \sin\alpha = \mathrm{tg}\alpha = 1$$

deci imposibil.

Corect b.

R6.5. Din condiţiile de echilibru asupra corpurilor obţinem:

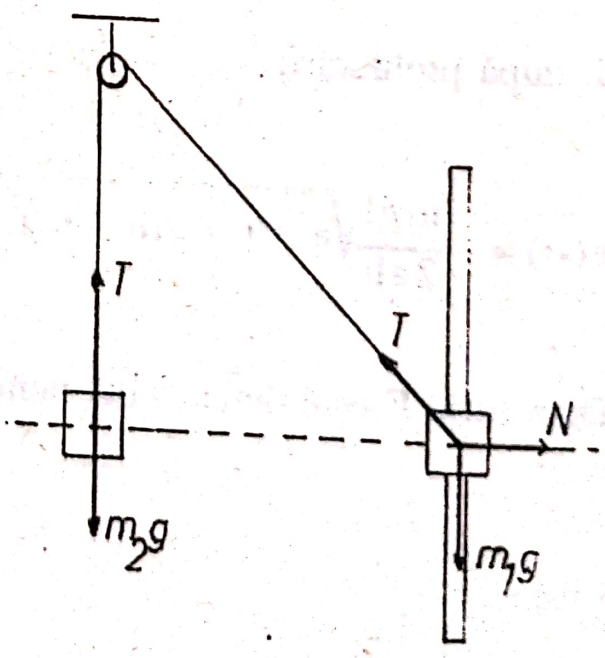
$$(m_2) \quad T = m_2 g$$

$$(m_1) \begin{cases} T\cos\alpha - m_1 g = 0 \\ T\sin\alpha - N = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \cos\alpha = k$$

Din condiţia ca m_1 să fie pe acelaşi nivel cu m_2 $\Rightarrow$

$a + c = l$



Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{a}{\sin\alpha}+\frac{a}{\operatorname{tg}\alpha}=1 \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{\sqrt{1-k^2}}+\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}=\frac{1}{a}$$

Înlocuind $\frac{1}{a}=2 \quad\Rightarrow\quad 5k^2+2k-3=0$

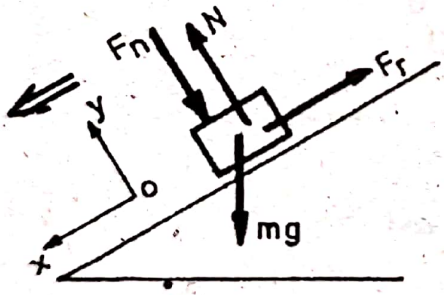
Deci $k=\frac{3}{5}$. **Corect b.**

R6.6. ■ **CAZ 1.** Corpul este apăsat de F_n normală la plan cu tendinţa de mişcare a corpului " la vale " şi forţa de frecare se opune acestei tendinţe. Izolînd corpul şi scriind condiţiile de echilibru:

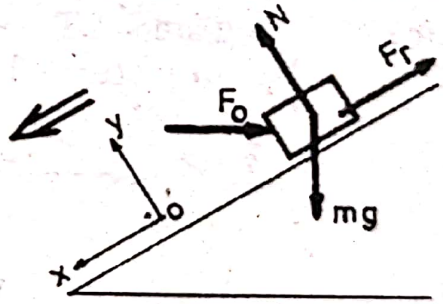
(Ox) $mg\cdot\sin\alpha - F_r = 0$ (1)

(Oy) $N - mg\cdot\cos\alpha - F_n = 0$ (2)

$F_r = \mu\cdot N$ (3)



Caz 1.



Caz. 2

Rezolvînd rezultă: $F_n=\frac{mg(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{\mu}$

Orice altă valoare superioară celei calculate menţine cu atît mai mult corpul în echilibru pe plan cu tendinţa unică de coborîre. Deci valoarea calculată este valoarea minimă a forţei normale ce menţine corpul în echilbru pe planul înclinat.

Scanned with OKEN Scanner

■ **CAZ 2.** În această situaţie corpul poate fi menţinut în echilibru cu o forţa minimă orizontală atunci cînd tendinţa de mişcare a corpului e de coborîre şi cu o forţa maximă orizontală atunci cînd tendinţa este de urcare. Orice valoare a forţei cuprinsă între valoarea minimă şi maximă menţine corpul în echilibru. Din enunţ se impune utilizarea unei forţe minime, cu tendinţa de coborîre şi deci cu forţa de frecare opunîndu-se acestei tendinţe. Izolînd corpul şi scriind condiţiile de echilibru:

(Ox) $mg\cdot\sin\alpha - F_o\cdot\cos\alpha - F_r = 0$ (1)

(Oy) $N - mg\cdot\cos\alpha - F_o\cdot\sin\alpha = 0$ (2)

$F_r = \mu N$ (3)

Rezolvînd rezultă: $F_o = \dfrac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$

■ Punînd condiţia din enunţ: $F_n = n\cdot F_o \Rightarrow$

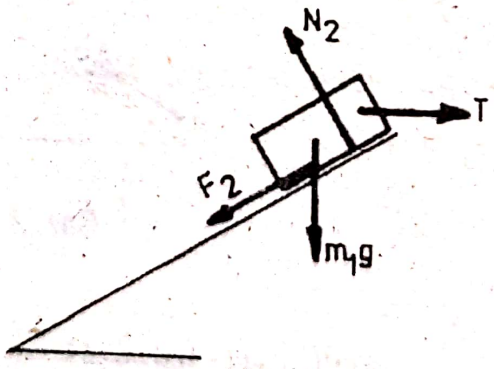
$\mu = \dfrac{\cos\alpha}{n - \sin\alpha}$ **Corect c.**

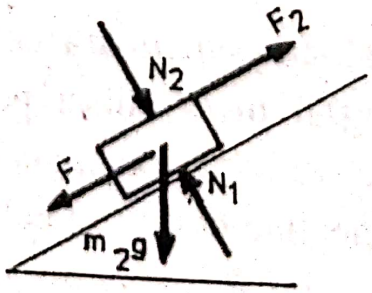
R6.7. I.) Izolînd corpurile şi scriind condiţiile de echilibru:

(m_1) $-m_1g\cdot\sin\alpha + T\cdot\cos\alpha - F_2 = 0$

$N_2 - m_1g\cdot\cos\alpha - T\cdot\sin\alpha = 0$

$F_2 = \mu\cdot N_2$





Scanned with OKEN Scanner

(m_2) $\quad -F + F_2 - m_2 g \cdot \sin\alpha = 0$

$\quad N_1 - N_2 - m_2 g \cdot \cos\alpha = 0$ Efectuînd calculele:

$\Rightarrow \quad F_2 \cdot (\cos\alpha - \mu \cdot \sin\alpha) = \mu m_1 g \cdot (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)$

$$\Rightarrow \quad F_2 = \frac{\mu m_1 g}{\cos\alpha - \mu \sin\alpha}$$

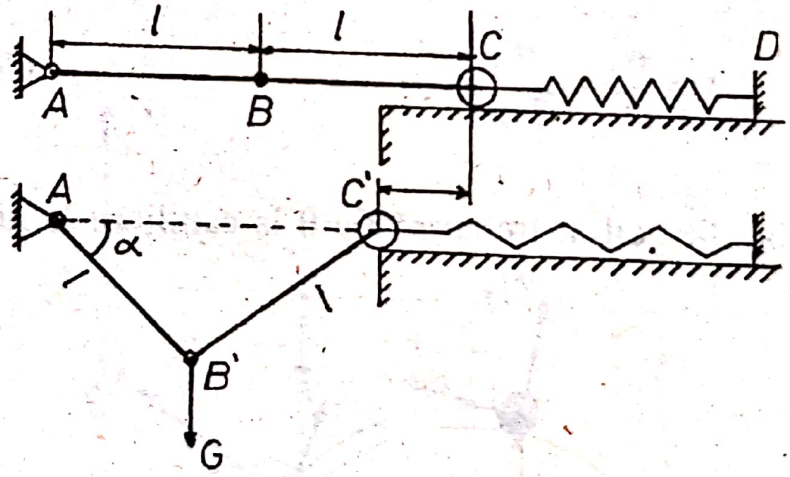
$$F = F_2 - m_2 g \cdot \sin\alpha = \frac{\mu m_1 g}{\cos\alpha - \mu \sin\alpha} - m_2 g \sin\alpha = m_2 \cdot a + b$$

o dependenţă liniară. **Corect I a.**

II.) Punctul m_{2M} corespunde situaţiei cînd $F = 0$ şi deci nu mai e nevoie de o forţă pentru a extrage corpul.

Corect II c.

R6.8. Descompunînd G $\Rightarrow$ $T = \dfrac{G}{2\sin\alpha}$



Sub acţiunea fortei G resortul se alungeşte cu x :

$AA' + A'C' + C'C = AB + BC$

$2l \cdot \cos\alpha + x = 2l \quad \Rightarrow \quad x = 2l \cdot (1 - \cos\alpha)$ şi $F = k \cdot x$

Izolînd bara AB şi scriind condiţia de echilibru:

$T \cdot \cos\alpha - F = 0$ şi înlocuind T, F, x rezultă:

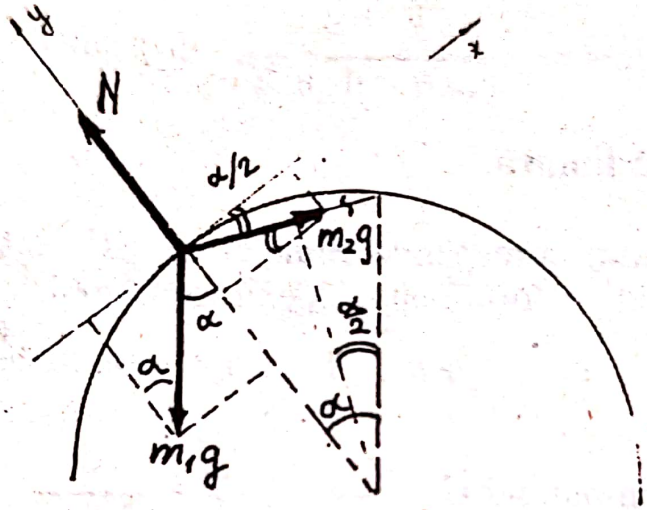
$$\operatorname{tg}\alpha - \sin\alpha = \frac{G}{4kl} = \frac{1}{10}$$ **Corect a.**

Scanned with OKEN Scanner

R6.9. Izolînd inelul şi scriind condiţiile de echilibru:

(Ox) $\quad m_2 g \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - m_1 g \cdot \sin\alpha = 0$

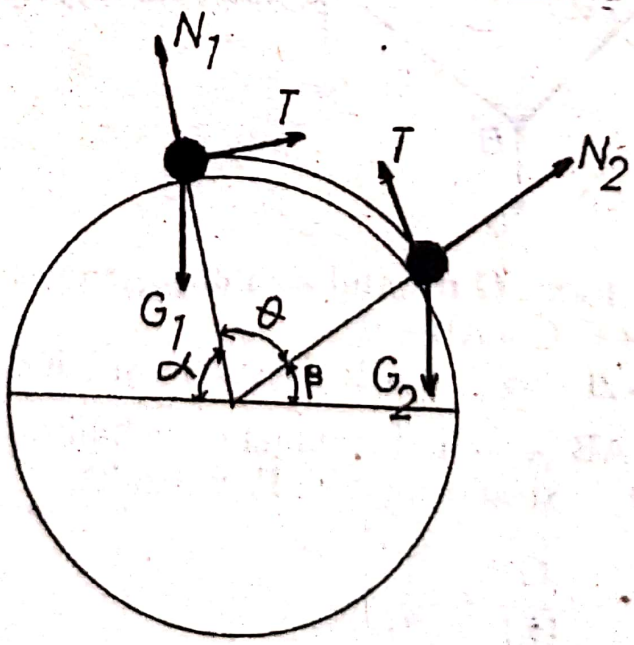
$$m_2 \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = 2 m_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$$



$$\Rightarrow \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{m_2}{2 m_1}$$

Corect b.

R6.10. Studiez cît ar trebui să fie θ la echilibru la un α dat.



Scanned with OKEN Scanner

Separînd corpurile şi punînd condiţia de echilibru pentru fiecare:

(m_1) $m_1 g \cdot \cos\alpha - T = 0$

(m_2) $m_2 g \cdot \cos\beta - T = 0$

şi ţinînd cont că tensiunea în fir este aceeaşi:

$$\cos\beta = \frac{m_1}{m_2} \cdot \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

$\theta_{ech} = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ$ **la echilibru**

Din datele din enunţ $\Rightarrow$

$$\theta = \frac{l}{R} = \frac{0{,}5\pi R}{R} = \frac{\pi}{2} \,|\,\text{rad}\,| = 90^\circ$$

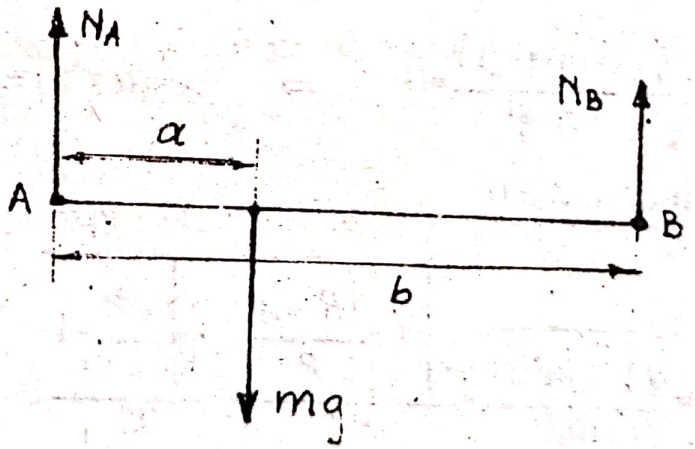
Se observă că este îndeplinită condiţia de echilibru $\theta = \theta_{ech}$.

Corect c.

R6.11. Scriind pe rînd ecuaţiile de momente faţă de punctele *A* şi *B*

(A) $-N_B \cdot b = m \cdot g \cdot a$

(B) $N_A \cdot b = m \cdot g (b - a)$



se obţine $N_A = mg \cdot \frac{b-a}{b}$ şi $N_B = mg \cdot \frac{a}{b}$

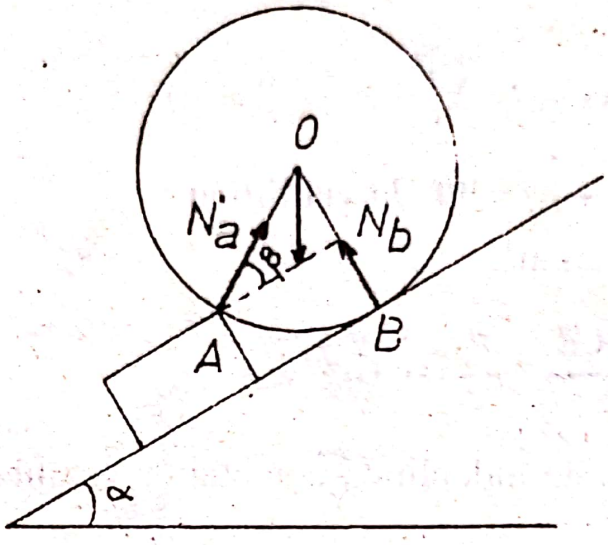
punînd condiţia $N_A > N_B$ rezultă:

$$b - a > a \;:\; a < \frac{b}{2}$$

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R6.12. La echilibru cele 3 forţe N_A , N_B , G , trebuie să fie concurente, de unde rezultă: $\sin ß = \frac{R - a}{R}$



Punînd condiţia ca în momentul trecerii peste prag reacţiunea din B să fie nulă $\Rightarrow$

$G \cdot R \cdot \cos(\alpha + ß) - N_B \cdot R \cdot \cos ß = 0$ (ecuaţia de momente faţă de punctul A)

$$\Rightarrow \quad N_B = G\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\beta} = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos(\alpha + ß) = 0 \quad \Rightarrow$$

$\cos\alpha \cdot \cos ß - \sin\alpha \cdot \sin ß = 0$

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sqrt{1-\sin^2\beta}}{\sin\beta} = \frac{\sqrt{1-\frac{(R-a)^2}{R^2}}}{\frac{R-a}{R}} = \frac{\sqrt{2\frac{R}{a}-1}}{\frac{R}{a}-1} = \frac{\sqrt{2\cdot 5-1}}{5-1} = \frac{3}{4}$$

dar $1/\sqrt{3} < 3/4 < 1$

$\operatorname{tg} 30^\circ < \operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} 45^\circ$

$30^\circ < \alpha < 45^\circ$

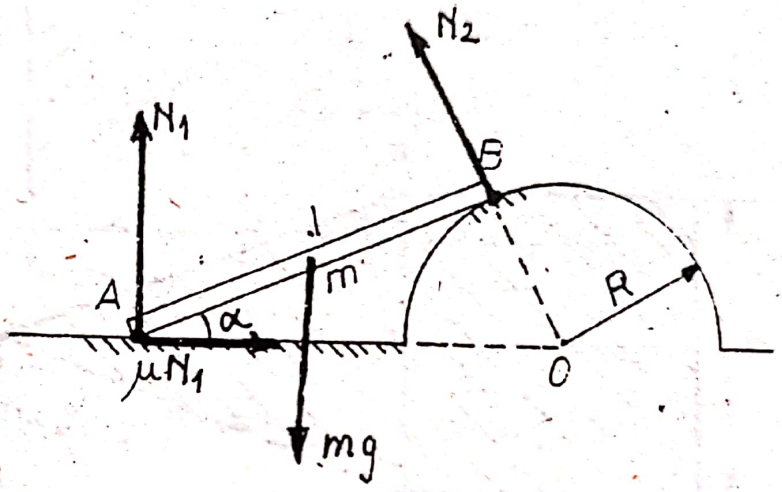
Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R6.13. Scriind ecuațiile de momente față de punctele A și B

(A) $N_2 \cdot l - mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha = 0$

(B) $N_1 \cdot l \cdot \cos\alpha - \mu N_1 \cdot l \cdot \sin\alpha - mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos\alpha = 0$



$$\Rightarrow \quad N_2 = \frac{mg \cdot \cos\alpha}{2} \quad \text{și} \quad N_1 = \frac{mg\cos\alpha}{2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}$$

Scriind proiecția forțelor pe orizontală la echilibrare $\Rightarrow$

$\mu N_1 - N_2 \cdot \sin\alpha = 0$

și înlocuind expresiile N_1 și N_2 $\Rightarrow$ $\mu = \frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{1 + \sin^2\alpha}$

unde: $\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{l^2 + R^2}}$ și $\cos\alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}$ $\Rightarrow$

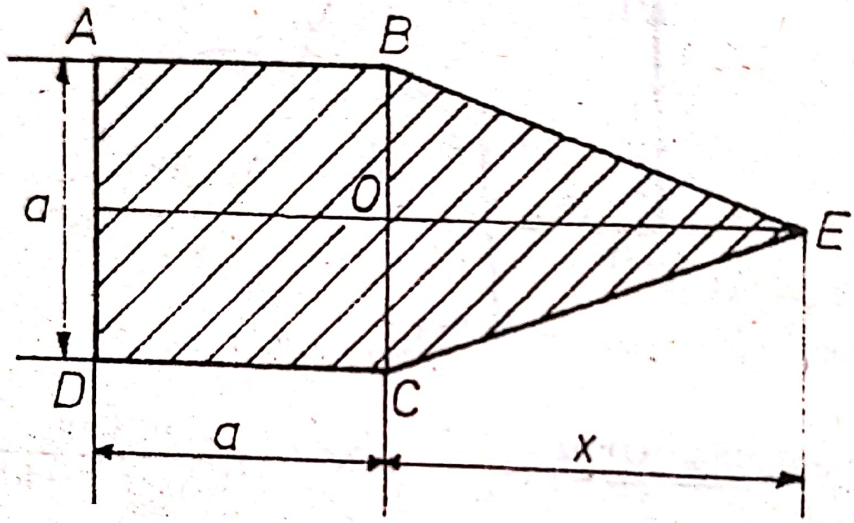
$\mu = \frac{Rl}{l^2 + 2R^2} = \frac{1}{\frac{l}{R} + 2\frac{R}{l}}$ Dar: $\frac{l}{R} = 2 \Rightarrow \mu = \frac{1}{3}$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R6.14. Secțiunea având o axă de simetrie, centrul de greutate O se va găsi pe aceeași axa iar abscisa sa este:

$$x_0 = \frac{S_1x_1 + S_2x_2}{S_1 + S_2} = \frac{-a^2 \cdot \frac{a}{2} + \frac{ax}{2} \cdot \frac{1}{3}x}{a^2 + \frac{ax}{2}}$$



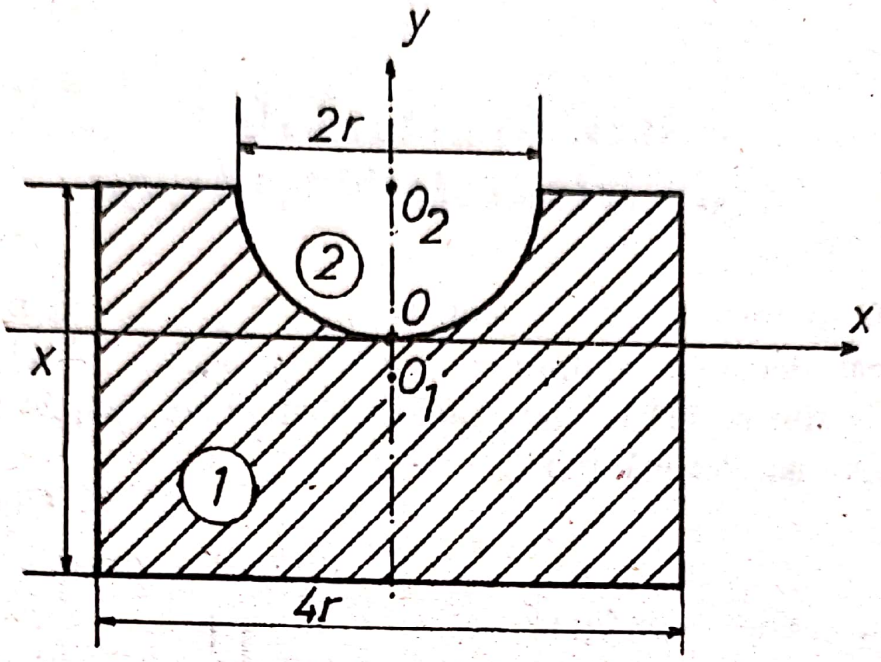
Pentru ca O să aparțină BC trebuie ca $x_0 = 0$.

Deci: $x^2 = 3a^2 \; ; \; x = a\sqrt{3} \Rightarrow a < (x = a\sqrt{3}) < 2a$ **Corect b.**

R6.15. Deoarece secțiunea are o axă de simetrie, centrul de greutate O se va găsi pe aceeași axă având ordonata:

$$y_0 = \frac{S_1x_1 - S_2x_2}{S_1 - S_2} = \frac{4rx\left(\frac{x}{2} - r\right) - \frac{\pi r^2}{2}\left(r - \frac{4r}{3\pi}\right)}{4rx - \frac{\pi r^2}{2}}$$

Scanned with OKEN Scanner



Din condiţia $y_0 = 0$ (centrul de greutate în **O**)

$$4x^2-8rx-\pi r^2+\frac{2r}{3}=0$$ cu soluţia acceptabilă $(x>0)$

$$x=r+\frac{r}{2}\sqrt{\frac{10+12\pi}{3}} \approx 2{,}9\ r$$

2,5 <x < 3,5 r

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

HIDROSTATICĂ ŞI HIDRODINAMICĂ

R7.1. În ambele vase se poate pune aceeaşi cantitate maximă de ceai deoarece înălţimile la care se găsesc deschiderile laterale sînt aceleaşi. Vasul mai înalt nu poate conţine lichide deasupra acestei înălţimi.

Corect c.

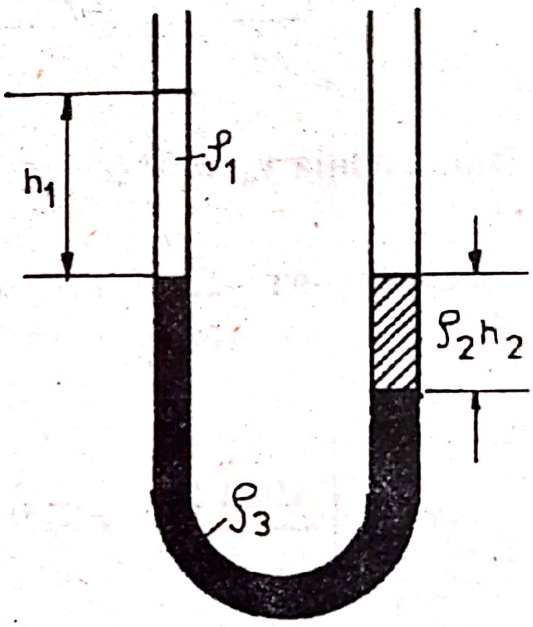
R7.2. Din condiţia de echilibru:

$h_1 \cdot \rho_1 g + h_2 \cdot \rho_3 g = h_2 \cdot \rho_2 g$

rezultă:

$\rho_2 = (\rho_1 + \rho_3) \cdot h_1/h_2$

deci $\rho_2 > \rho_3$ lichidul din ramura B are o densitate mai mare decît a mercurului. Această situaţie nu poate exista în realitate, deoarece în natură nu se cunoaşte un lichid cu densitate mai mare decît a mercurului.



Corect c.

R7.3. Bucata de lemn se cufundă în lichid pînă cînd greutatea lichidului dislocuit este egală cu greutatea corpului (principiul lui Arhimede). La introducerea corpului în vas se revarsă o cantitate de apă cu o greutate egală cu cea a corpului. Conform figurii apa se scurge în afara platanelor balanţei şi balanţa rămîne în echilibru.

Corect b.

Scanned with OKEN Scanner

R7.4. Pe măsură ce lumînarea arde, greutatea ei scade treptat; diferenţa dintre forţa arhimedică şi greutate se măreşte apărînd o rezultantă ascensorială şi astfel lumînarea se ridică din apă, arderea continuîndu-se pînă la terminarea lumînării.

Corect a.

R7.5. Din legea lui Pascal:

• conservarea presiunilor:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F}{S_1} = \frac{G}{S_2} \qquad (1) \quad \text{adevărată}$$

• conservarea volumelor

$$Vol_1 = Vol_2 \Rightarrow S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot l_2 \qquad (2) \quad \text{adevărată}$$

• conservarea lucrului mecanic

$$L_1 = L_2 \Rightarrow F \cdot l_1 = G \cdot l_2 \qquad (3) \quad \text{adevărată}$$

Corect c.

R7.6. • Scriind echilibrul presiunilor la orificiu:

$$p_0 + \rho g h = \frac{M \cdot g}{(S - s)} + p_0 \qquad \text{unde:} \quad S\text{-}s = \pi R^2 - \pi r^2$$

rezultă: $h = \dfrac{Mg}{[\pi (R^2 - r^2) \cdot \rho g]}$ (1)

• Apa din ţeavă împreună cu apa din cilindru formează totalul de apă m.

$$Vol_{(\text{total})} = Vol_{(\text{ţeavă})} + Vol_{(\text{cilindru})}$$

$$\frac{m}{\rho} = s \cdot h + S \cdot H \; ; \; \frac{m}{\rho} = \pi (r^2 h + R^2 H)$$

de unde punînd condiţia $\mathbf{H = h}$

rezultă: $h = \dfrac{m}{[\pi \cdot \rho \cdot (R^2 + r^2)]}$ (2)

• Înlocuind (2) în (1) rezultă:

$$\frac{m}{M} = \frac{(R^2 + r^2)}{(R^2 - r^2)}$$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

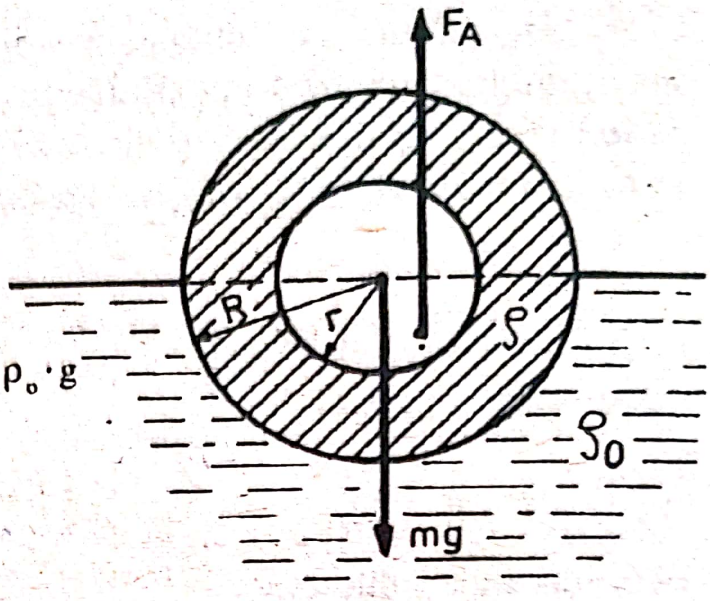
R7.7. Condiţia de plutire este:

$\mathbf{m \cdot g = F_A}$

unde:

$m \cdot g = \rho (V_{ext} - V_{int}) =$

$= 4\pi\rho (R^3 - r^3) g$



$$F_A = \frac{\rho_o \cdot V_{ext}\, g}{2} = 2\pi R^3 \cdot \rho_o \cdot g$$

$$\left(V_{scufundat} = \frac{V_{ext}}{2} \right)$$

rezultă:

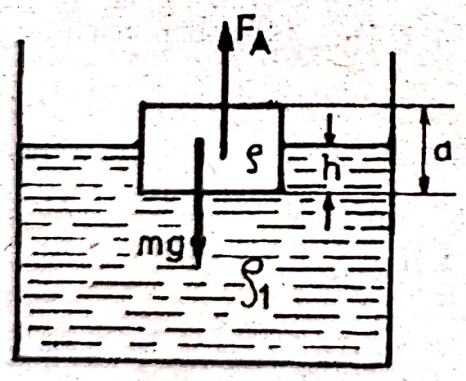
$$\rho_0 = 2\rho \left(1 - \frac{r^3}{R^3} \right) \qquad \text{şi} \qquad \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

rezultă: $\rho = \frac{4 \cdot \rho_0}{7}$ $\rho < \rho_0$ material mai uşor decît lichidul.

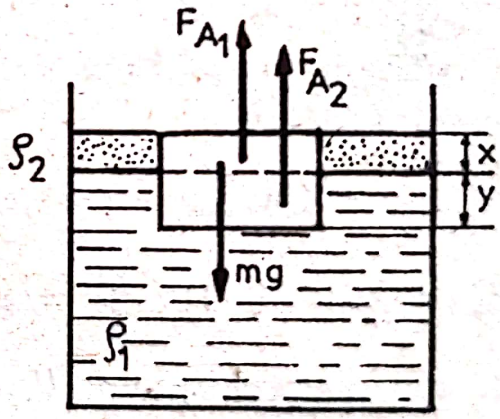
Corect c.

R7.8. • Caz (1) condiţia de plutire este:

$$\mathbf{m \cdot g = F_A} \quad \Leftrightarrow \quad \rho Sag = \rho_1 Shg \quad \Rightarrow \quad a = h \cdot \frac{\rho_1}{\rho} = 50 \text{ cm}$$



(1)



(2)

• Caz (2) condiţia de plutire este:

$$\mathbf{m \cdot g = F_{A1} + F_{A2}} \quad \Leftrightarrow \quad \rho Sag = \rho_1 Syg + \rho_2 Sxy$$

$$x + y = a \qquad \text{şi} \qquad h = a \cdot \frac{\rho}{\rho_1}$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde:

$$x = \frac{(\rho_1 - \rho)a}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{(\rho_1 - \rho)\rho_1}{(\rho_1 - \rho_2)\rho}h = 40 \text{ cm}$$

$$y = \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}a = \frac{(\rho - \rho_2)\rho_1}{(\rho_1 - \rho_2)\rho}h = 10 \text{ cm}$$

Observaţie: $a = h \cdot \frac{\rho_1}{\rho} = 50$ cm

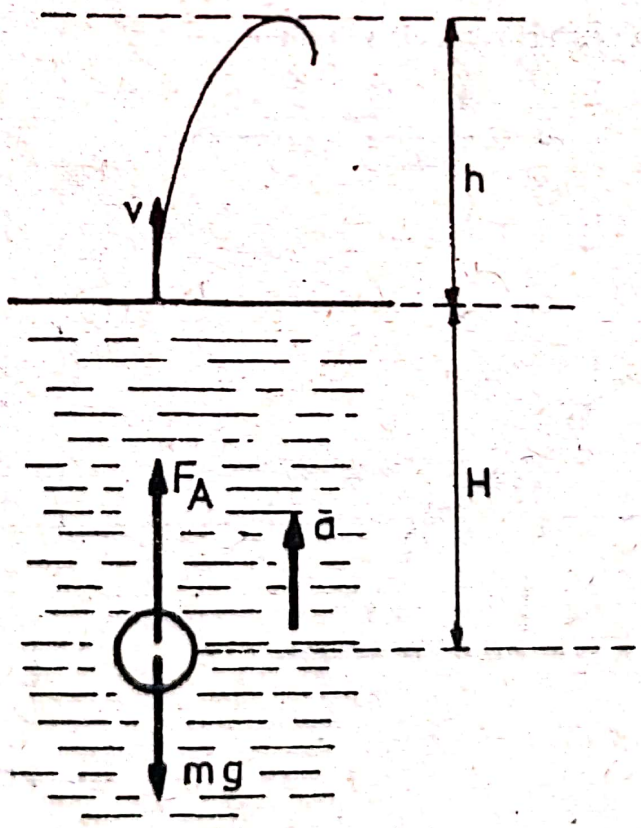
Corect a.

R7.9. Forţa ascensională:

$$F = F_A - G = \rho_o Vg - \rho Vg = (\rho_o - \rho)Vg \Rightarrow$$

Acceleraţia ascensorială:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{(\rho_o - \rho)Vg}{\rho V} = \frac{(\rho_o - \rho)}{\rho} \cdot g$$



Scanned with OKEN Scanner

Mişcarea ascensorială este uniform accelerată fără viteză iniţială; deci viteza de ieşire din apă este:

$$v = \sqrt{2aH} = \sqrt{\frac{2(\rho_0 - \rho)}{\rho} H g}$$

Înălţimea maximă la care urcă mingea deasupra suprafeţei apei este:

$h = \frac{v^2}{2g}$ şi înlocuind: $\Rightarrow \quad \mathbf{h} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} \cdot H$

pentru $\mathbf{h = 2 \cdot H} \Rightarrow \frac{(\rho_0 - \rho)}{\rho} = 2 \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{3}$

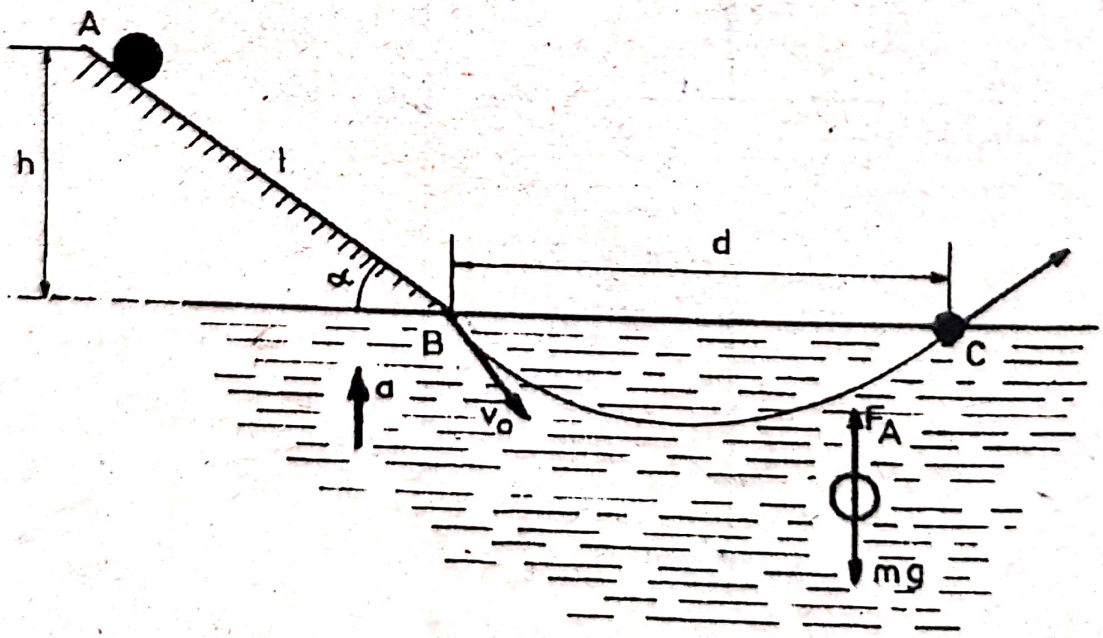
Corect c.

R7.10. • Valoarea vitezei corpului la baza planului:

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl\sin\alpha}$$

• În lichid acceleraţia ascensorială:

$$a = \frac{F_A - G}{m} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} g$$



Scanned with OKEN Scanner

• Mişcarea în lichid poate fi asimilată aruncării sub unghi α în cîmp gravitaţional văzută invers şi în locul acceleraţiei gravitaţionale **g** se consideră acceleraţia ascensorială **a**. Bătaia **d** este:

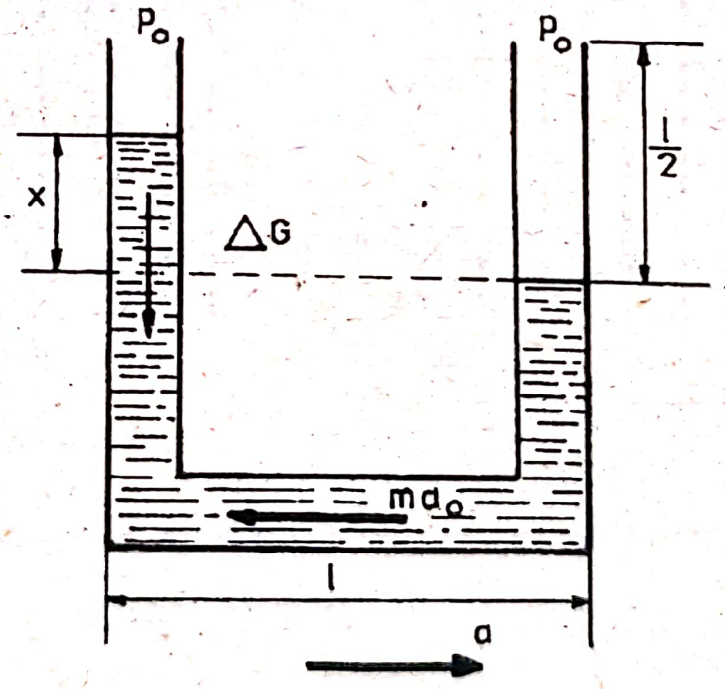
$$\mathbf{d} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{a} = \frac{4\sin^2\alpha\cos\alpha}{\frac{\rho_o}{\rho} - 1} l \qquad \text{Condiţia ca } \mathbf{d = l} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = 4\sin^2\alpha\cos\alpha + 1 = 2{,}5 \Rightarrow \rho = 0{,}4\rho_0 = 400 \text{ kg/m}^3.$$

Corect a.

R7.11. Presiunea hidrostatică a coloanei reprezentînd diferenţa de nivel este echilibrată de forţa de inerţie a masei de lichid din porţiunea orizontală a tubului:

$$p_0 + \rho g x = \frac{m a}{S} + p_0 \qquad \text{dar} \quad m = \rho S l \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a \cdot l}{g}.$$



Pentru ca lichidul să nu iasă din tub trebuie ca:

$x \le l$ adică $a \le g \Rightarrow a_{MAX} = g = 10 \text{ m/s}^2$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R7.12. Se apasă asupra corpului aflat în echilibru cu o forţa **F**,acesta scufundîndu-se suplimentar cu distanţa **x**, avînd ca urmare creşterea forţei arhimedice în scopul echilibrăriiforţei **F**. Scriind ecuaţiile de echilibru pentru cele două situaţii:

$$(1)\quad m\cdot g = F_A \quad \Leftrightarrow \quad \rho S l g = \rho_0 S l_0 g \quad \Rightarrow$$

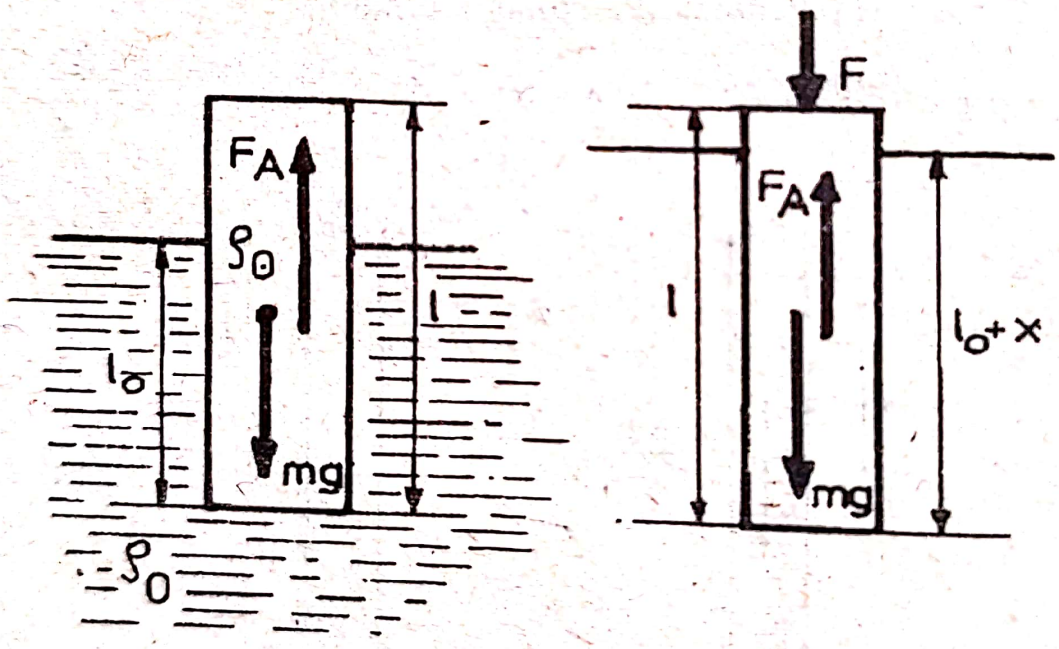
$$\rho l = \rho_0 l_0$$

$$(2)\quad F + m\cdot g = F_A \quad \Leftrightarrow \quad F + \rho S l g = \rho_0 S (l_0 + x) g \quad \Rightarrow$$

$$F = (\rho_0 l_0 - \rho l) S g + \rho_0 S x g$$

şi ţinînd cont de (1) $\Rightarrow$ $F = (\rho_0 s g)\cdot x \Rightarrow$

$F = k\cdot x$ caracter de forţă elastică cu $k = \rho_0 S g$



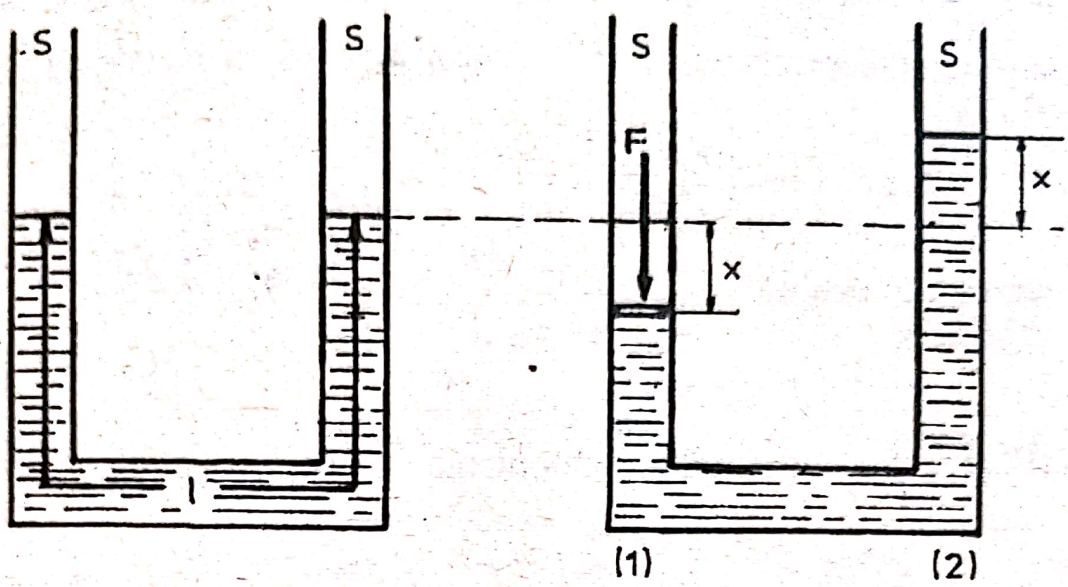
Eliberînd corpul de forţa F acesta va oscila cu perioada:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho l S}{\rho_0 S g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho l}{\rho_0 g}}$$

Corect a.

R7.13. Se dezechilibrează sistemulcu o forţă **F** (de exemplu în ramura din stînga).

Scanned with OKEN Scanner



Scriind ecuaţia de egalitate a presiunilor între cele două ramuri:

$$p_1 = p_2 \quad \Leftrightarrow \quad p_0 + \frac{F}{S} = p_0 + \rho g\,(2x) \quad \Rightarrow$$

$$F = (2\rho g S)\cdot x = ct\cdot x$$

dacă se notează $k = 2\rho g S \Rightarrow F = k\cdot x$ cu caracter elastic

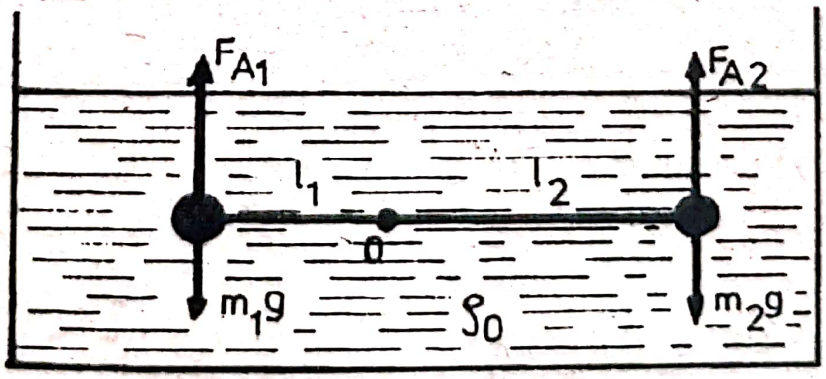
Eliberînd lichidul de forţa F, masa de lichid $m = \rho S l$ va oscila cu perioada:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$$

Corect d.

R7.14. Volumele celor două corpuri sînt:

$$v_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad ; \quad v_2 = \frac{m}{\rho_2}$$



Scanned with OKEN Scanner

Scriind ecuaţia de momente: $(m_1g - F_{A1}) \cdot l_1 = (m_2g - F_{A2}) \cdot l_2$

şi înlocuind succesiv: $(mg - \rho_0 V_1 g) \cdot l_1 = (mg - \rho_0 V_2 g) \cdot l_2$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) \cdot l_1 = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_2}\right) \cdot l_2$$

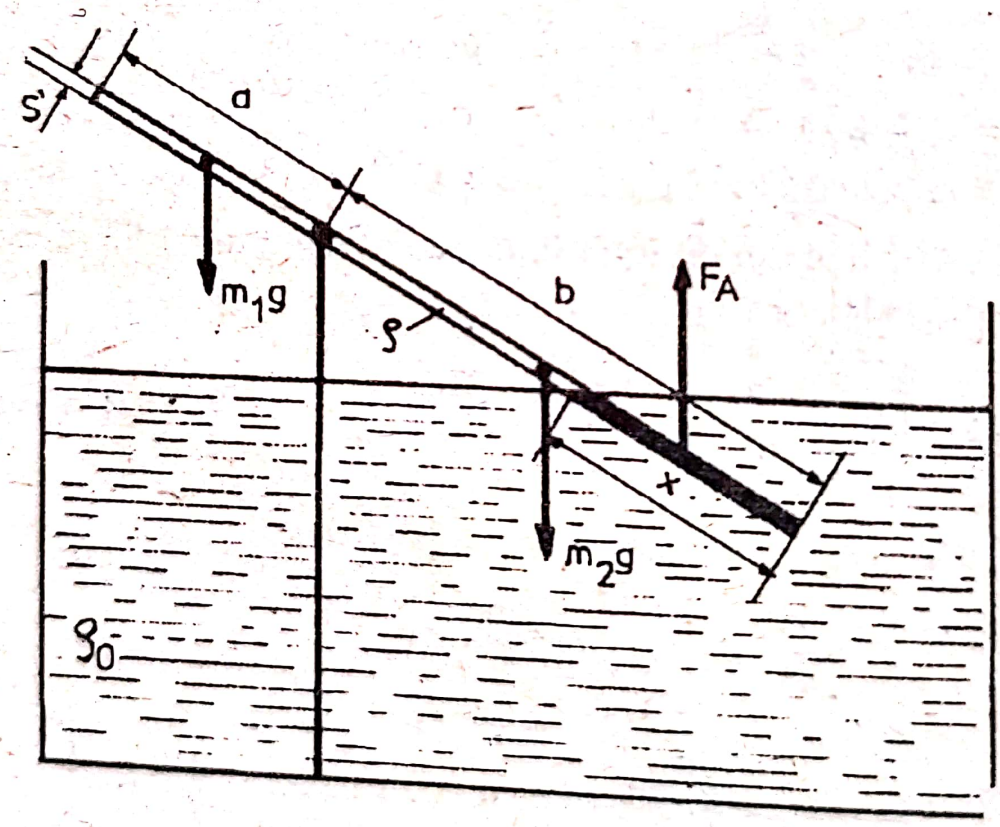
Rezultă înlocuind: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} = 3 \quad \Rightarrow l_1 = \frac{3}{4} l_2$

Corect d.

R7.15. Scriind ecuaţia de momente faţă de O este:

$$m_1 g \frac{a}{2} = m_2 g \frac{b}{2} - F_A \left(b - \frac{x}{2}\right)$$

unde: $m_1 = aS\rho$; $m_2 = bS\rho$; $F_A = \rho_0 Sxg$



şi înlocuind rezultă ecuaţia de gradul II:

$\rho_0 x^2 - 2\rho_0 bx + \rho (b^2 - a^2) = 0$ cu soluţiile:

$$x_{1,2} = b \pm \sqrt{b^2 - \frac{\rho}{\rho_0}(b^2 - a^2)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece $x < b$ soluţia acceptabilă este:

$$x = b\left[1 - \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_0}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)}\right]$$ şi înlocuind rezultă:

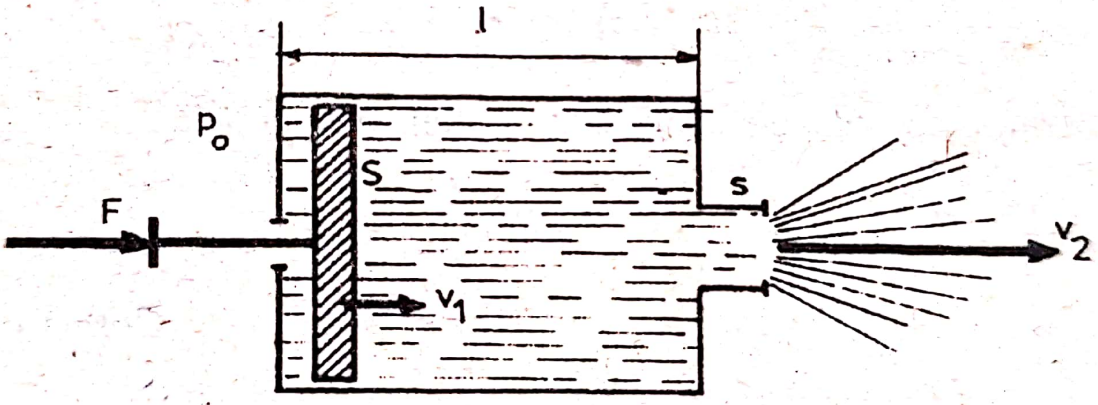
$$b = \frac{8}{9}l \; ; \qquad \frac{a}{b} = \frac{1}{8} \; ; \qquad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{4}{9} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{9} \cdot l$$

Corect b.

R7.16. Scriind ecuaţia lui Bernoulli (1) şi ecuaţia de continuitate (2):

$$(1) \quad p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \qquad \text{şi} \qquad (2) \quad S \cdot v_1 = s \cdot v_2$$

unde: $p_1 = \frac{F}{S} + p_0$; $p_2 = p_0$ (p_0 = presiunea atmosferică)



înlocuind rezultă:

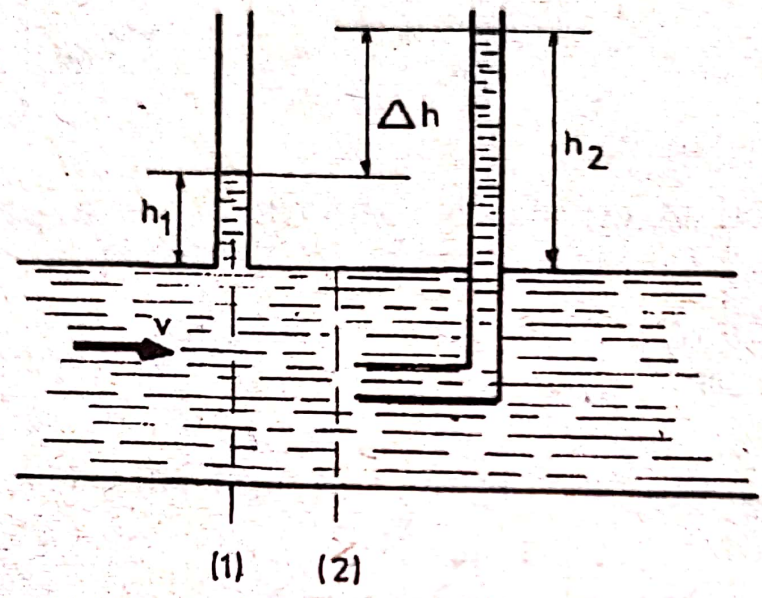
$$v_2 = \sqrt{\frac{2F}{\rho S\left(1 - \frac{s^2}{S^2}\right)}} \qquad \text{şi} \qquad v_1 = \frac{s}{S}\sqrt{\frac{2F}{\rho S\left(1 - \frac{s^2}{S^2}\right)}}$$

deoarece $s << S$ se poate aproxima: $v_1 \approx \frac{s}{S}\sqrt{\frac{2F}{\rho S}}$

dar: $t = \frac{l}{v_1} = \frac{S}{s}\sqrt{\frac{\rho S}{2F}} \cdot l = 2 \text{ s}$ **Corect b.**

Scanned with OKEN Scanner

R7.17. În tubul (1) se măsoară presiunea statică din secţiunea (1) $p_1=\rho g h_1$,
iar în tubul (2) se măsoară presiunea dinamică de curgere din secţiunea (2) $p_{d2}=\rho g h_2$



Scriind legea lui Bernuolli între secţiunile S_1 si S_2 :

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v^2}{2} = \rho g h_2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = 1 \ \frac{m}{s}$$

Corect c.

R7.18.• Scriind legea lui Bernoulli (1) şi legea continuităţii între suprafeţele S şi s (2):

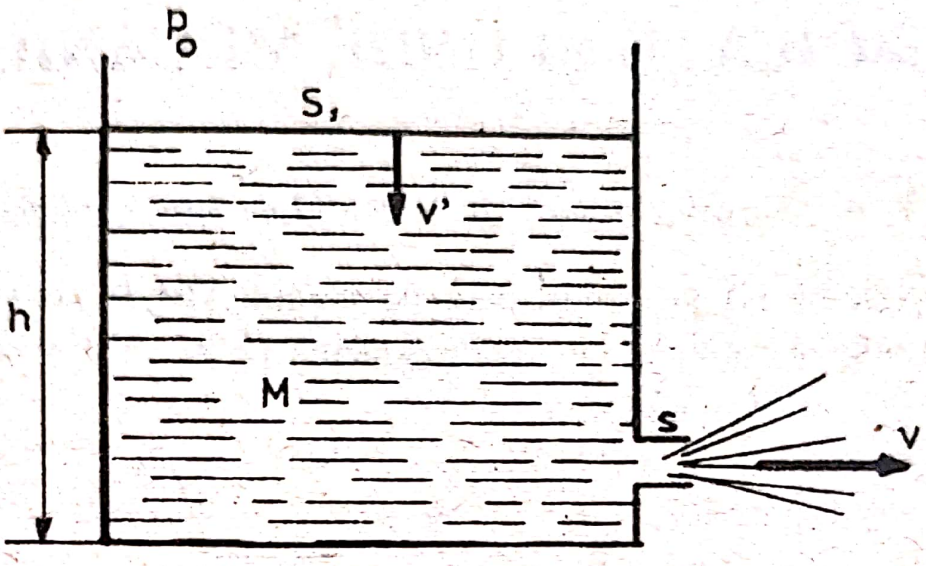
(1) $p_0 + \rho g h + \frac{\rho v'^2}{2} = p_0 + 0 + \frac{\rho v^2}{2}$

(2) $S \cdot v' = s \cdot v$

$v' = V \cdot \frac{s}{S}$; dar $s << S$ se poate aproxima $\frac{s}{S} \approx 0 \Rightarrow v' \approx 0$

Rezultă: $v = \sqrt{2gh} = \text{const.}$

Scanned with OKEN Scanner



• Masa de lichid Δm ieşită din orificiul de secţiune s în timpul Δt este:

$$\Delta m = \rho \Delta Vol = \rho \cdot s \cdot x = \rho s v \Delta t$$

• Din legea impulsului forţa medie care se creează din momentul scoaterii dopului pe durata Δt este:

$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot v\text{-}0 \quad \text{şi înlocuind:} \quad \Rightarrow \quad F = \rho s v^2 = \rho s \cdot 2gh$$

$$\Rightarrow \quad F = 2 \rho g h s$$

• Pentru ca vasul să înceapă să se mişte trebuie ca:
$F \geq F_r$; unde $F_r = \mu Mg$

s-a considerat masa vasului practic constantă ($\Delta m << M$) şi egală cu masa lichidului:

$$2\rho ghs \geq \mu Mg \quad \text{dar:} \quad M = \rho V_{ol} = \rho Sh \quad \Rightarrow \quad \mu \leq \frac{2s}{S}$$

$$\mu_{MAX} = 2\frac{s}{S} = 2\frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}} = 2\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 0{,}005$$ **Corect a.**

Scanned with OKEN Scanner

OSCILAŢII ŞI UNDE MECANICE

R8.1. ■ Pentru $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ greutatea **G** se descompune într-o componentă $\mathbf{G_n}$ perpendiculară pe planul **ABCD** anulată de reacţiunea acestuia şi într-o componentă $\mathbf{G_t}$ în acest plan de-a lungul firului **OC** (*fig.a*).

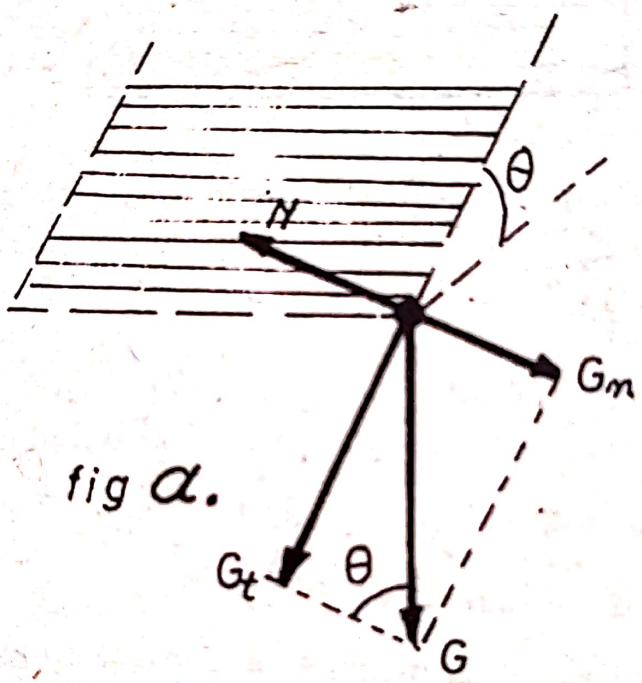


fig a.

Această componentă se descompune în plan, componenta ei tangentă la cerc fiind forţa **F** sub acţiunea căreia s-au produs oscilaţiile. (*fig b.*)

$G_t = mg \cdot \sin\theta$

$F = G_t \cdot \sin\theta = mg \cdot \sin\theta \cdot \sin\alpha$

În condiţii de izocronism: $\sin\alpha \approx \alpha = \frac{y}{l} \Rightarrow$

$F = \left(\frac{mg \cdot \sin\theta}{l}\right) \cdot y$ Prin comparaţie cu: $F = k \cdot y \Rightarrow$

$k = \frac{mg \cdot \sin\theta}{l}$

Scanned with OKEN Scanner

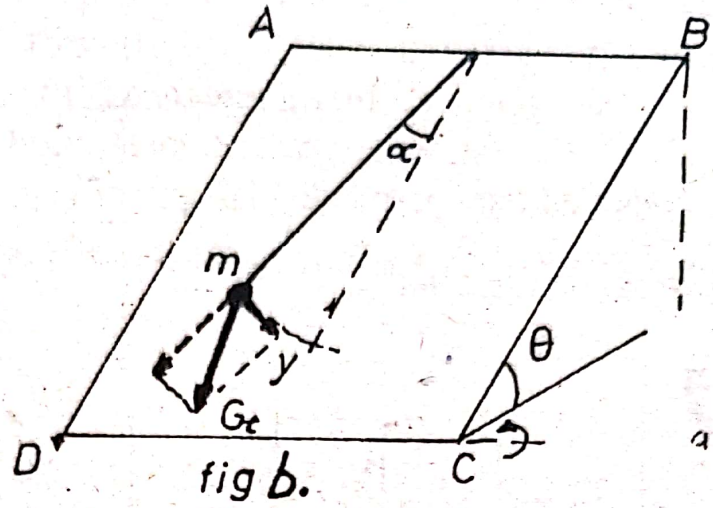


fig b.

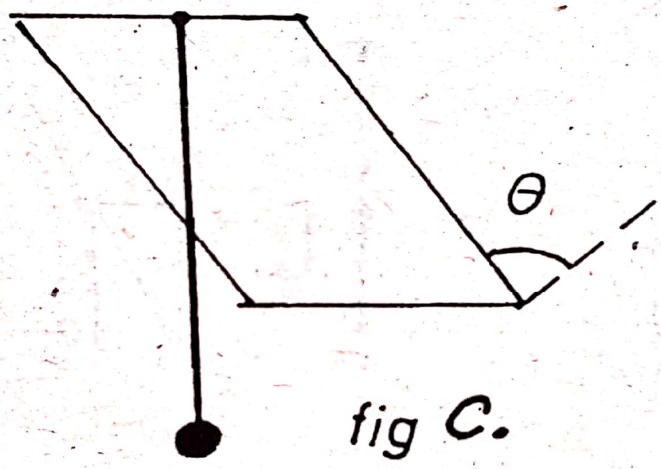


fig c.

Cum perioada oscilatorului armonic este: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cdot\sin\theta}} = \frac{T_0}{\sqrt{\sin\theta}} \qquad \theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$$

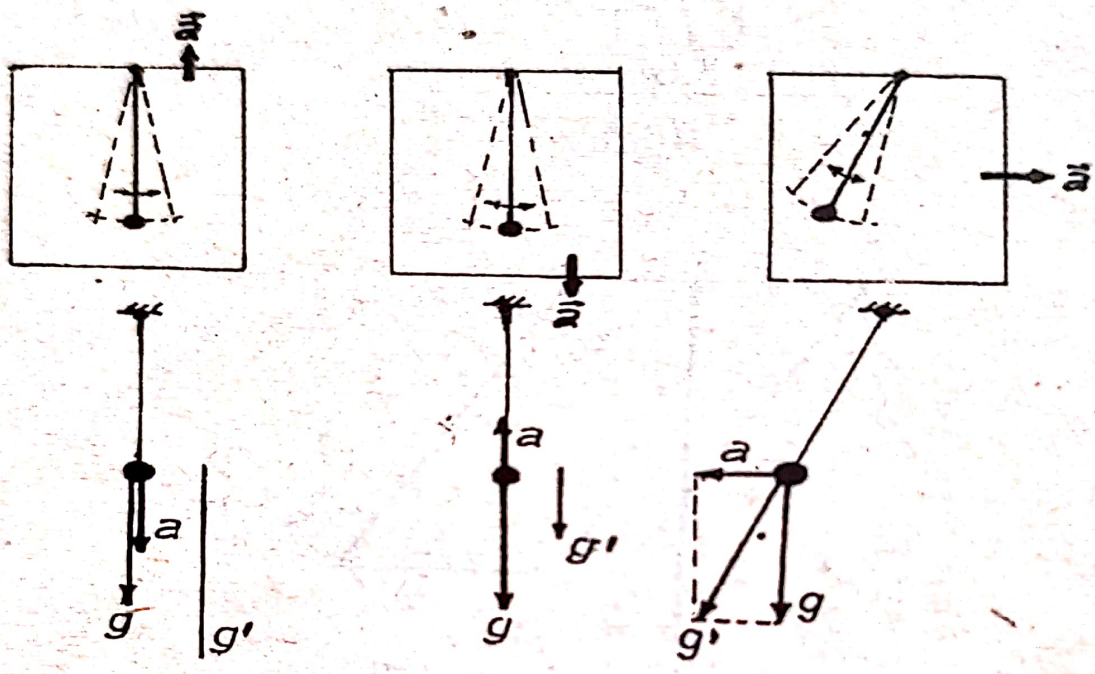
Pentru: $\theta > \frac{\pi}{2}$

pendulul practic atîrnă liber (*fig c.*)
oscilînd cu perioada T_0 .

Corect b.

8.2. În toate cele trei cazuri aplicînd principiul forţei de inerţie, acceleraţia gravitaţională **g** va fi influenţată de acceleraţia **a** a suportului ca în figurile respective, rezultînd prin compunere o acceleraţie gravitaţională modificată **g'**, oscilaţiile producîndu-se perpendicular pe direcţia acesteia.

Deci putem scrie pentru $a = \frac{g}{2}$



liber: **g** $\quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

fig a. $g' = g + a \quad T_a = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} = T_0\sqrt{\frac{1}{1+\frac{a}{g}}} = T_0\sqrt{\frac{2}{3}}$

fig b. $g' = g - a \quad T_b = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = T_0\sqrt{\frac{1}{1-\frac{a}{g}}} = T_0\sqrt{2}$

fig c. $g' = \sqrt{g^2 + a^2} \quad T_c = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}} = T_0\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1+\frac{a^2}{g^2}}}} = T_0\sqrt{\frac{2}{\sqrt{5}}}$

Scanned with OKEN Scanner

şi rezultă: $T_b^2 = 3 \cdot T_a^2$; $T_b^2 = \sqrt{5} T_c^2$; $T_c^2 = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot T_a^2$

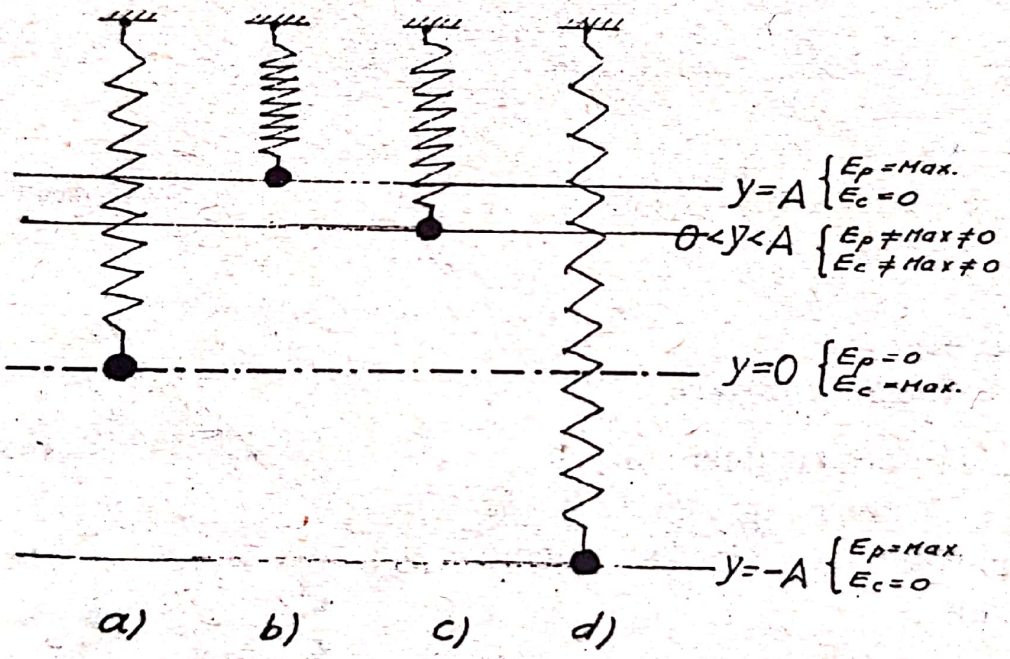
Deoarece afirmaţia: $t_c^2 = \sqrt{5} T_0^2$ din răspuns **c.** este falsă:

Corect c.

8.3. Un oscilator armonic are pentru energii valorile:

$E_p = \frac{k \cdot y^2}{2}$ energia potenţială pt. $|y| < A$ cu valoarea

$E_{pmax} = \frac{k \cdot A^2}{2}$ pt. $|y| = A$



Notînd cu **W** energia totală a oscilatorului şi ţinînd cont că aceasta se conservă:

$W_b = W_c$

$E_{Cb} + E_{Pb} = E_{Cc} + E_{Pc}$

$0 + E_{Pmax} = E_{Cc} + E_{Pc} \Rightarrow$

$\frac{k \cdot A^2}{2} = E_{Cc} + \frac{k \cdot y^2}{2}$

Deci: $E_{Cc} = \frac{k}{2} \cdot (A^2 - y^2)$

Scanned with OKEN Scanner

Elongaţia pentru care se produce egalarea energiei cinetice cu cea potenţială rezultă din egalitatea:

$$E_{Cc} = E_{Pc} \Rightarrow \frac{k}{2}\cdot(A^2 - y^2) = \frac{k\cdot y^2}{2} \Rightarrow A^2 = 2\cdot y^2$$

$$\Rightarrow \qquad y = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$$

Momentul de timp cînd se întîmplă acest lucru:

$$y = A\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right)$$

dar $y = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ adică $\sin\frac{2\pi t}{T} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi t}{T} = (2k+1)\frac{\pi}{4}$

deci: $t = (2k+1)\frac{T}{8}$ $k = 1,2,....$ **Corect c.**

R8.4.

1) Legarea în serie

Cînd resortul compus (k_1 , k_2) este acţionat de forţa **F**, se alungeşte cu **x'**. Din figură rezultă:

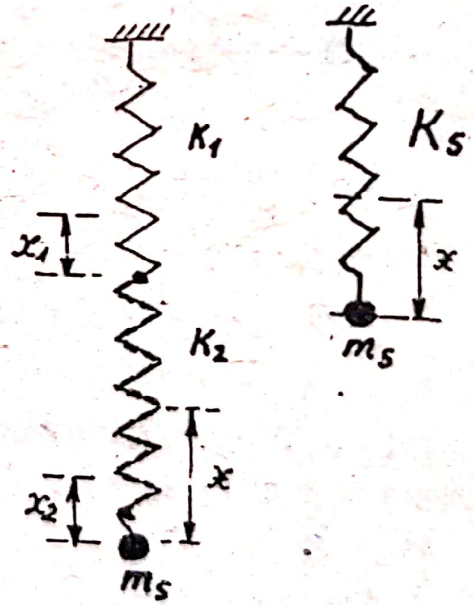
$$\begin{cases} F_1 = F_2 = F \\ x = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{F}{k_1} \qquad x_2 = \frac{F}{k_2} \qquad x = \frac{F}{k_s}$$

înlocuind şi simplificînd:

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow$$

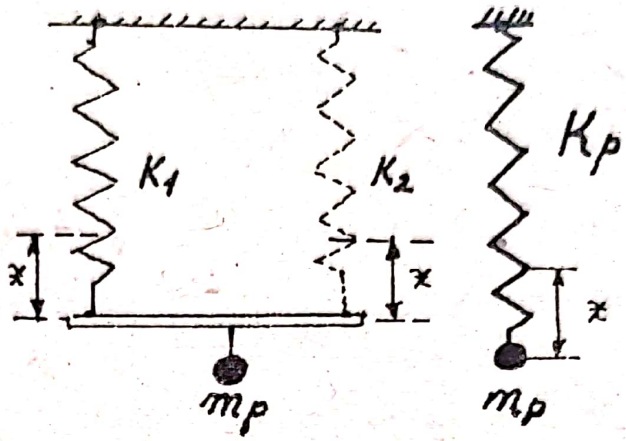
$$k_s = \frac{k_1\cdot k_2}{k_1 + k_2}$$



serie.

Scanned with OKEN Scanner

2) Legarea în paralel. Procedînd analog şi descompunînd F:



paralel.

$$\begin{cases} F = F_1 + F_2 \\ x = x_1 = x_2 \end{cases}$$

$$F_1 = K_1 \cdot x \;;\quad F_2 = K_2 \cdot x \;;\quad F = K_p \cdot x$$

$$K_p \cdot x = K_1 \cdot x + K_2 \cdot x$$

$$\Rightarrow \qquad \mathbf{K_p = K_1 + K_2}$$

3) Studiind posibilităţii ca cele două sisteme să oscileze cu aceeaşi perioadă:

$$T_s = 2\pi\sqrt{\frac{m_s}{k_s}} \qquad T_p = 2\pi\sqrt{\frac{m_p}{k_p}}$$

$T_s = T_p$ implică: $\frac{m_s}{k_s} = \frac{m_p}{k_p}$ şi înlocuind

$$k_1^2 + k_2^2 = \left(\frac{m_p}{m_s} - 2\right) k_1 \cdot k_2 \qquad \text{notez} \qquad \frac{k_1}{k_2} = p > 0$$

$$p + \frac{1}{p} = \left(\frac{m_p}{m_s} - 2\right) \qquad \text{sau:} \qquad p^2 - \left(\frac{m_p}{m_s} - 2\right) \cdot p + 1 = 0$$

Scanned with OKEN Scanner

Punem condiţia ca ecuaţia de gradul II. să aibă soluţii **reale şi pozitive:**

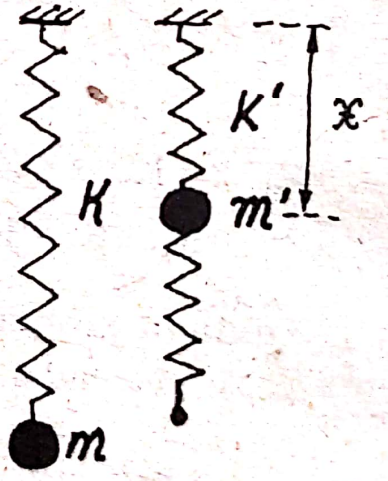
- (sumă pozitivă) $\left(\frac{m_p}{m_s} - 2\right) > 0$
- (produs pozitiv) $1 > 0$
- (determinant pozitiv) $\frac{m_p}{m_s} \cdot \left(\frac{m_p}{m_s} - 4\right) \geq 0$

Rezultă: $\frac{m_p}{m_s} > 2$ şi $\frac{m_p}{m_s} \geq 4$

În final: $\mathbf{m_p \geq 4m_s}$

Corect b.

R8.5. 1) Pentru cazul întîi (*fig.a*) cînd corpul **m** este atîrnat la distanţa **l** de **O:**



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$K = \omega^2 \cdot m = \frac{4\pi^2 m}{T}$$

$$K = \frac{ES}{l} \Rightarrow 4\pi^2 m l = EST \quad (1)$$

2) În cazul al doilea (*fig.b*) corpul **m'** este atîrnat la distanţa **x** de **O** şi produce oscilaţii de aceeaşi frecvenţă:

$$K' = \frac{4\pi m'}{T} \quad \text{dar} \quad K' = \frac{ES}{x} \Rightarrow 4\pi^2 m' x = EST \quad (2)$$

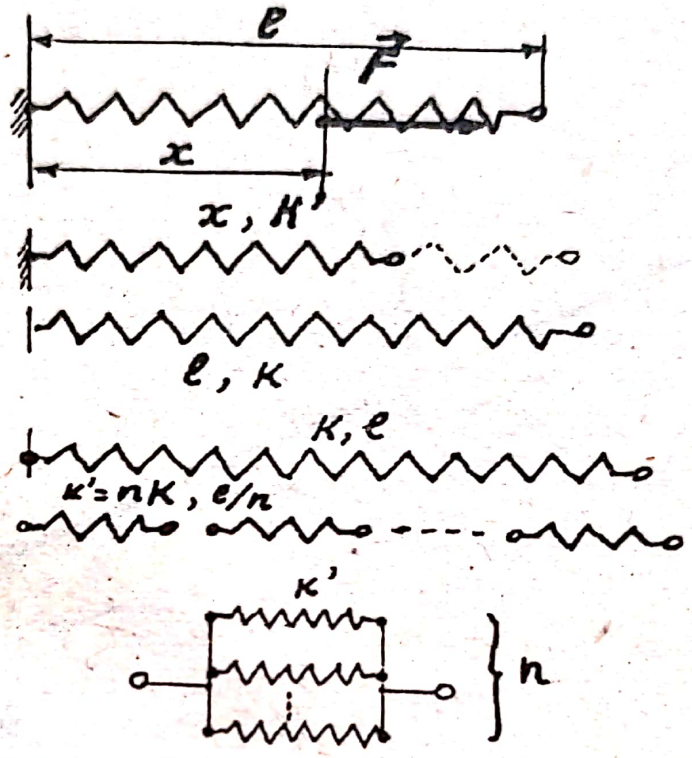
Prin împărţirea relaţiilor (1), (2) $\Rightarrow$ $m' \cdot x = m \cdot l \Rightarrow$

$m' = \frac{m \cdot l}{x}$ şi pentru $m' = 2 \cdot m \Rightarrow$ $x = \frac{m}{2m} \cdot l = \frac{l}{2}$

Corect c.

Scanned with OKEN Scanner

R8.6. Deoarece cînd unui arc i se aplică o forţa **F** la distanţa **x** de capătul fix ($x < l$) putem considera că partea de arc: **l-x** nefiind solicitată poate fi decupată din arcul iniţial.



Putem scrie relaţia de proporţionalitate între forţă şi deplasare:

$$\Delta l = \frac{F \cdot x}{k \cdot l} \quad \text{de unde:} \quad F = \left(\frac{k\,l}{x}\right) \cdot \Delta l = k' \cdot \Delta l$$

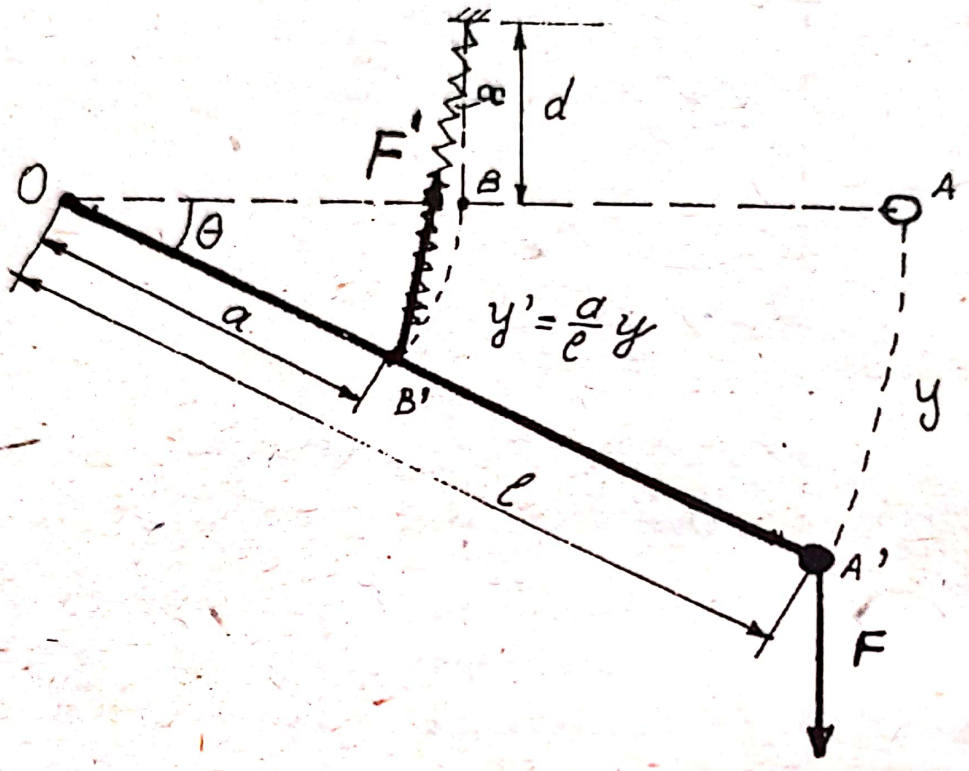
Deci: $K' = \frac{k \cdot l}{x}$ $\quad k' > k$ Dacă arcul de constantă **K** se taie în **n** bucăţi egale rezultă: $x = \frac{n}{l} \Rightarrow K' = k\frac{l}{\left(\frac{l}{n}\right)} = nk$

Dacă se leagă în paralel cele n resorturi de constantă **k'** rezultă un nou resort: $K_e = k' + k' + ...k' = n \cdot k' = n\,(n \cdot k) = n^2 \cdot k$

$\Rightarrow$ $\mathbf{Ke = n^2 \cdot k}$ cu $n = 1,2,3,.....$ o funcţie care are un **grafic discret** format din punctele ale căror abscisă este $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, etc. de pe graficul funcţiei *continue* $f(x) = x^2 \cdot k$. (*parabolă*) **Corect a.**

Scanned with OKEN Scanner

R8.7. Sistemul este iniţial în echilibru. Dacă se acţionează cu o forţă **F** asupra corpului **m**, se va deplasa cu **y** din **A** în **A'** (**y** foarte mică) .



Cînd se echilibrează acesta va efectua mici oscilaţii. În condiţiile acestea voi arăta că **F** are caracteristici elastice ($\mathbf{F = k \cdot y}$) .

Sub acţiunea lui **F** exterior şi a ripostei **F'** a resortului bara este în echilibru, deci momentul total al forţelor faţă de **O** este nul. Deoarece $y << l$, $y' << d$ se poate considera că $\alpha \to 0$ deci **F'** poate fi considerată perpendiculară pe **OA** şi că resortul s-a întins practic cu $y' = \frac{a}{l} \cdot y$

Deci: $F' = k \cdot y' = \frac{k \cdot a}{l} \cdot y$ Dar din ecuaţia momentelor:

$$F' \cdot a \cdot \cos\theta - F \cdot l \cdot \cos\theta = 0 \quad \Rightarrow$$

$$F = \frac{F' \cdot a}{l} = \left(k \cdot \frac{a}{l} \cdot y\right) \cdot \frac{a}{l} = \left(\frac{k \cdot a^2}{l^2}\right) \cdot y$$

Scanned with OKEN Scanner

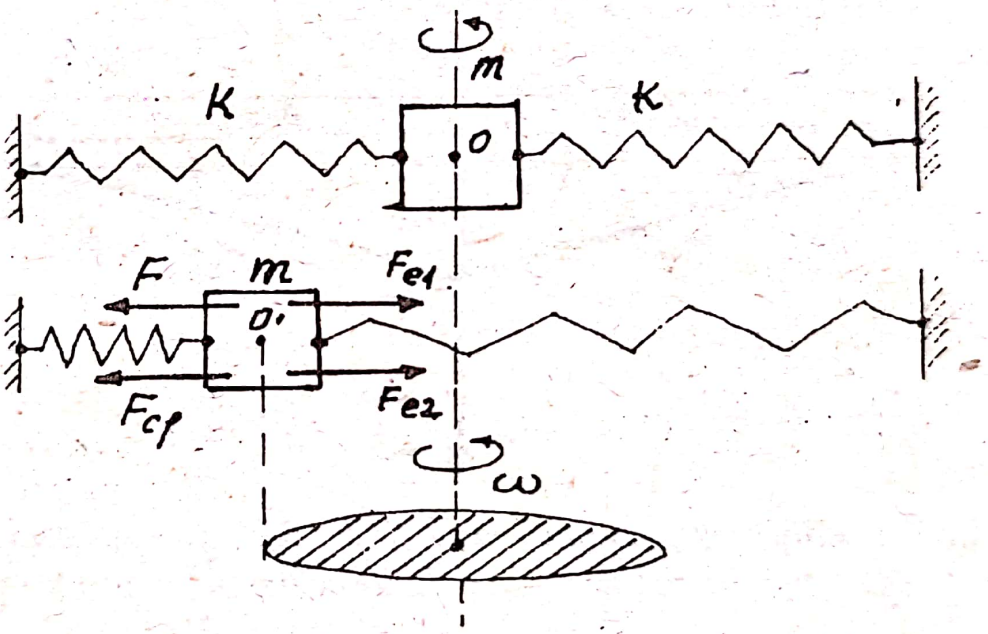
notînd $k' = \frac{k \cdot a^2}{l}$ avem: $F = k' \cdot y$ de natură elastică

Deci masa **m** va avea mici oscilaţii cu $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{ka^2}} \qquad T = 2\pi \frac{l}{a}\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{l}{a} T_0 \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{a}{l}\nu_0$$

Corect c.

R8.8. Deoarece masa **m** se află pe axa de rotaţie, aceasta nu deformează resorturile.



Dacă însă o forţa exterioară **F** deplasează masa din **O** în **O'** cu **x** foarte mic, aceasta este contracarată de forţele elastice ale resorturilor.

$F_{e1} = F_{e2} = k \cdot x$

După eliberare masa **m** va face mici oscilaţii. Deoarece masa **m** nu mai este pe axa de rotaţie, ci excentrică, asupra ei va acţiona forţa centrifugă:

$F_{cf} = m\omega^2 x$ şi la echilibru:

$F = F_{e1} + F_{e2} F_{cf} = 2kxm\omega^2 x = (2km\omega^2)\, x$

Scanned with OKEN Scanner

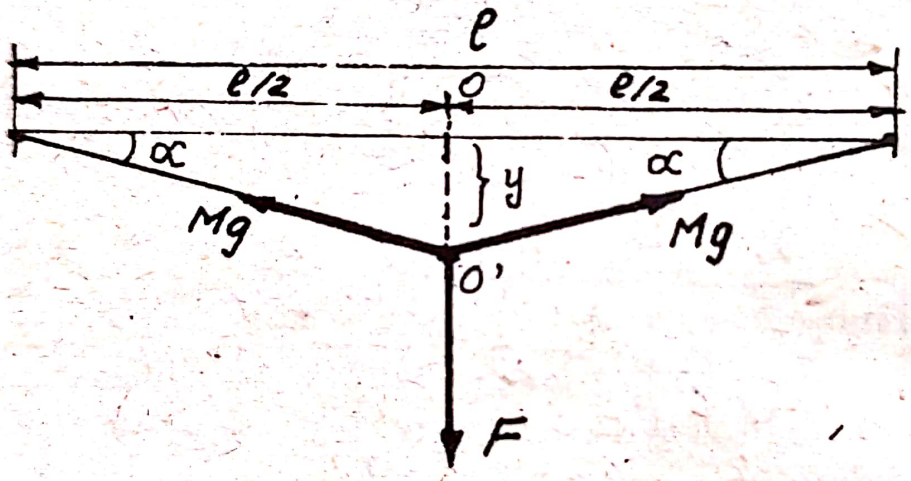
Notînd: $\mathbf{k' = 2km\omega^2}$ $\Rightarrow$ $F = k' \cdot x$ (de natură elastică)
Frecvenţa micilor oscilaţii va fi:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k'}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)} \qquad \frac{2k}{m} \geq \omega^2$$

cînd: $\frac{2k}{m} = \omega^2 \Rightarrow \nu = 0$ şi deci corpul nu oscilează.

Corect e.

R8.9. Corpul (mic) **m** stă în echilibru sub acţiunea maselor **M** (mari) , în **O** iar firul este bine întins. Dacă se acţionează cu o forţa **F** asupra corpului **m** acesta se va deplasa cu **y** din **O** în **O'** (y foarte mică) .



Cînd se eliberează corpul ,acesta va efectua mici oscilaţii. Vom arăta că **F** are caracteristici de forţa elastică ($\mathbf{F = k \cdot y}$)

$F = 2Mg \cdot \sin\alpha$ dar pentru $y << \frac{l}{2}$ avem; $\alpha < 5°$ $\Rightarrow$

$$\sin\alpha \approx \alpha = \frac{y}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{2y}{l} \Rightarrow F = \left(\frac{4Mg}{l}\right) \cdot y$$

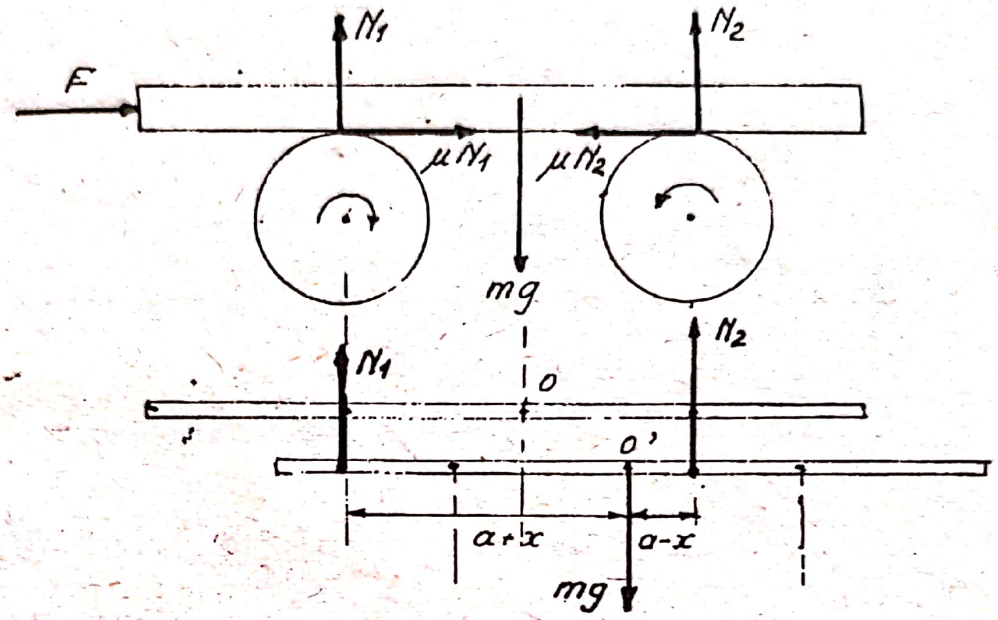
notînd cu $k = \frac{4Mg}{l}$ $\Rightarrow$ perioada oscilaţiilor este:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{4Mg}} = \pi\sqrt{\frac{m}{M}\cdot\frac{l}{g}}$$

Corect b.

Scanned with OKEN Scanner

R8.10. Se scoate sistemul din echilibru cu o forţa **F** care va produce o mică deplasare **x** a centrului barei din **O** în **O'**. Forţele de frecare vor tinde să readucă sistemul în echilibru, producînd după eliberarea de forţa **F**, mici oscilaţii.



Vom arăta că **F** are natură elastică ($\mathbf{F = kx}$).
Reacţiunile în punctele de contact bară/rolă sînt:

$$N_2 = \frac{a+x}{2a}\cdot mg; \quad N_1 = \frac{a-x}{2a}\cdot mg$$ iar forţele de frecare:

$$F_2 = \mu N_2 = \mu mg\cdot\frac{a+x}{2a}; \quad F_1 = \mu N_1 = \mu mg\cdot\frac{a-x}{2a}$$

La echilibru: $F = F_2 - F_1 = \mu(N_2 - N_1) \Rightarrow$

$$F = \mu mg\left(\frac{a+x}{2a} - \frac{a-x}{2a}\right) = \left(\frac{\mu mg}{a}\right)\cdot x = \text{const}\cdot x \Rightarrow$$

$F = kx$ unde $k = \frac{\mu mg}{a}$ de natură elastică şi rezultă:

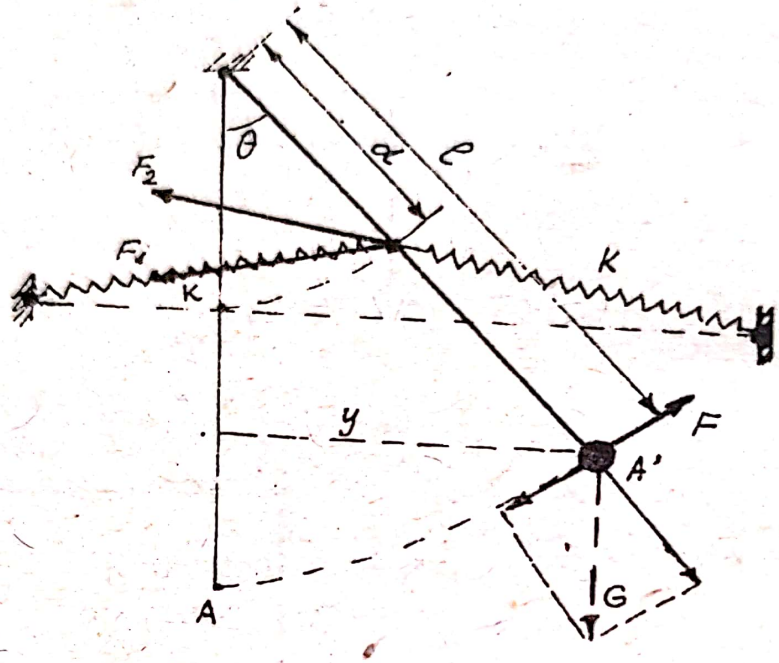
Perioada micilor oscilaţii:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\left(\frac{\mu mg}{a}\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{a}{\mu g}}$$

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R8.11. Se scoate sistemul din echilibru (*fig.a.*) cu ajutorul unei forţe exterioare **F** care va produce o mică deplasare a masei **m** din **A** în **A'**. Vom arăta că forţa are caracteristici elastice.



La eliberare sistemul acesta va produce mici oscilaţii.
În timpul mişcării un resort este comprimat şi altul este întins. Deoarece $\alpha < 5°$ şi din construcţie se observă că $\alpha, \beta < \theta$ rezultă că putem aproxima că cele două forţe $\mathbf{F}_1$ şi $\mathbf{F}_2$ sînt orizontale şi că resorturile s-au deformat amîndouă aproximativ cu: $y' = \frac{d}{l} y$

$$F_1 = F_2 = k \cdot y' = \frac{k d y}{l} \quad (fig.b)$$

Condiţia de echilibru a pendulului este ca suma momentelor forţelor faţă de articulaţie sub acţiunea forţei **F**, să fie nulă:

$$F \cdot l = mgl \cdot \sin\alpha + \frac{2kdy}{l} \cdot d \cdot \cos\theta$$

Ţinînd cont că $\theta < 5° \Rightarrow \sin\theta \approx \theta = \frac{y}{l}$ şi $\cos\theta \approx 1$

Scanned with OKEN Scanner

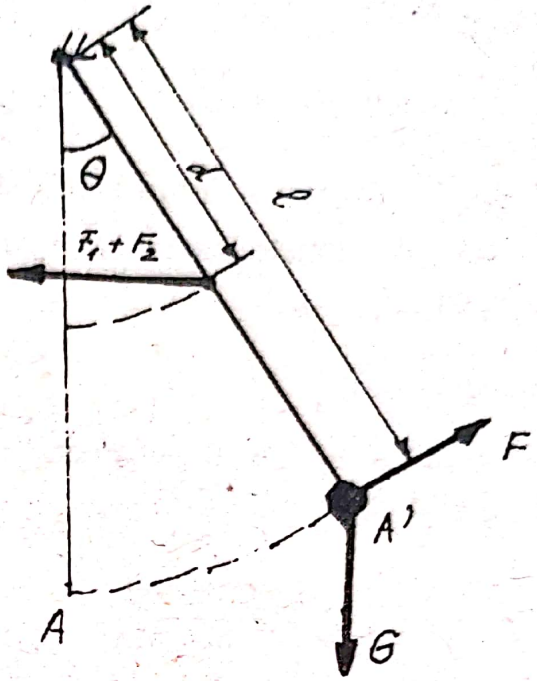
Rezultă: $F = \left(\frac{mg}{l} + \frac{2kd^2}{l^2}\right) \cdot y$

Prin comparaţie cu formula forţei elastice:

$$F = k \cdot y$$

Rezultă că oscilatorul are constanta elastică:

$$k = \frac{mg}{l} + \frac{2kd^2}{l^2}$$



Frecvenţa micilor oscilaţii este:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl + 2kd^2}{ml^2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2kd^2}{mgl}}$$

Înlocuind $l = 1m$ şi $\frac{2k}{mg} = 32\ m^{-1}$; $\nu_o = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$

Rezultă: $\nu = \nu_o\sqrt{1 + 32 \cdot d^2}$

$d = 0{,}5\ m \quad \nu_1 = 3 \cdot \nu_o$

$d = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m \quad \nu_2 = 5 \cdot \nu_o$

$d = 1m \quad \nu_3 = \sqrt{33}\ .\nu_o$

Deci afirmaţia falsă este a. $\Rightarrow$

Corect a.

Scanned with OKEN Scanner

R8.12. ■ Iniţial resortul era alungit cu $d_0 = \frac{M g}{k}$. Aplicînd legea conservării impulsului la impactul plastic taler/plastilină rezultă (*fig a.*) :

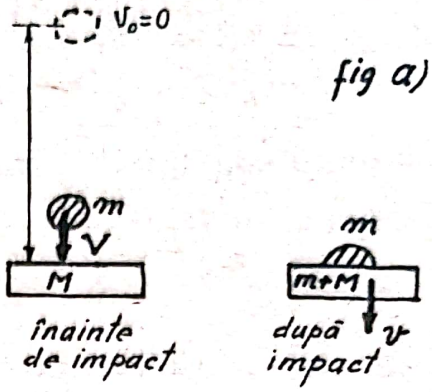


fig a)

$$m \cdot V = (m + M) \cdot v$$

unde am notat: **m** masa plastilină şi cu M masa talerului $\Rightarrow$

$$v = \frac{m}{m+M} \cdot V = \frac{m \cdot \sqrt{2gh}}{m+M}$$

■ Imediat după impact energia totală este : (*fig b.*)

$$E_a = \frac{(M+m) \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot d_o^2}{2}$$

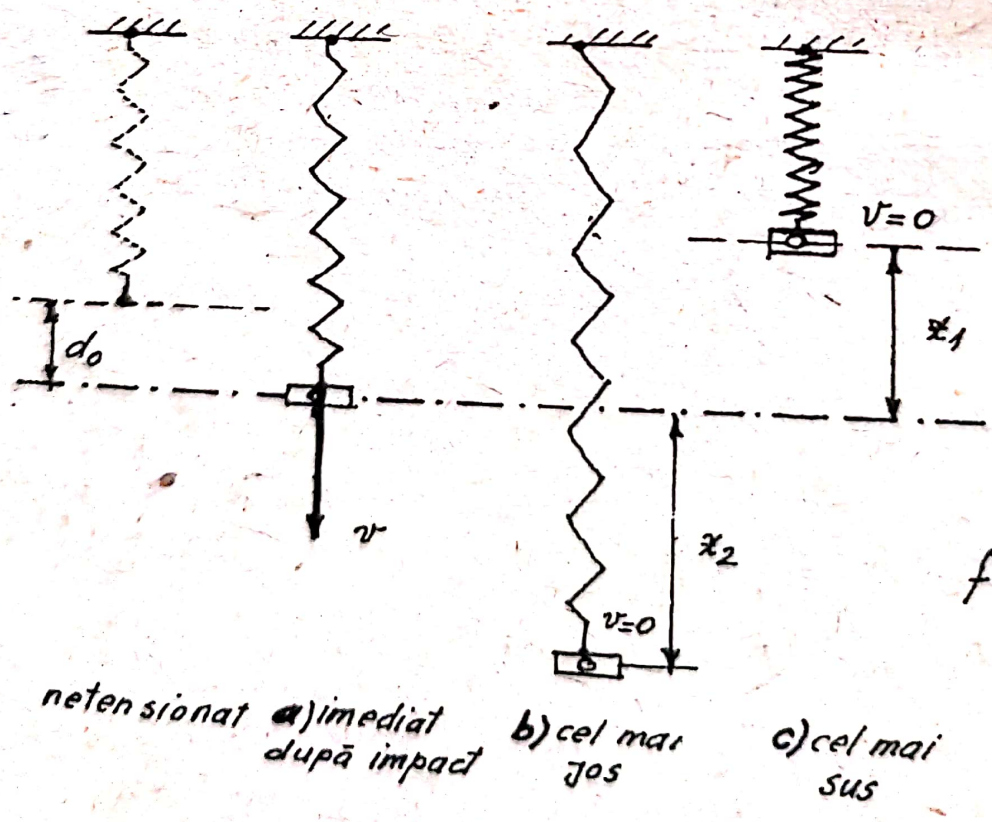


fig. b

iar în punctul cel mai de sus este :

$$E_b = (m + M) \cdot g \cdot x_1 + \frac{k \cdot (x_1 - d_o)^2}{2}$$

(referinţă = poziţie iniţială taler)
în punctul cel mai de jos fiind:

$$E_c = -(m + M) \cdot g \cdot x_2 + \frac{k (x_2 + d_o)^2}{2}$$

Din legea conservării energiei: : $E_a = E_b = E_c$

$$\frac{(M + m) v^2}{2} + \frac{k d_o^2}{2} = (m + M) g x_1 + \frac{k (x_1 - d_o)^2}{2} =$$

$$= -(M + m) g x_2 + \frac{k (x_2 + d_o)^2}{2}$$

şi înlocuind pe v şi x_0 cu valorile aflate anterior: $\Rightarrow$

(1) $k x_1^2 + 2mg x_1 - \frac{2m^2gh}{M + m} = 0$ şi analog :

(2) $k x_2^2 - 2mg x_2 - \frac{2m^2gh}{M + m} = 0$

Pentru a afla amplitudinea şi poziţia de echilibru a sistemului (taler-plastilină) care este diferită de poziţia de echilibru a talerului înainte de impact , facem următoarele observaţii şi considerente matematice .
Se observă că ecuaţiile de grad II (1) şi (2) au următoarea structură :

$$ax_1^2 + 2bx_1c = 0 \Rightarrow \text{soluţii } x_{1/_{1,2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + ac}}{a}$$

$$ax_2^2 2bx_1c = 0 \Rightarrow \text{soluţii } x_{2/_{1,2}} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + ac}}{a}$$

Scanned with OKEN Scanner

Din considerentele $x_1 > 0,\ x_2 > 0,\ x_2 > x_1 \Rightarrow$ convin soluţiile :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 + ac}}{a}$$

$$x_2 = \frac{b + \sqrt{b^2 + ac}}{a}$$

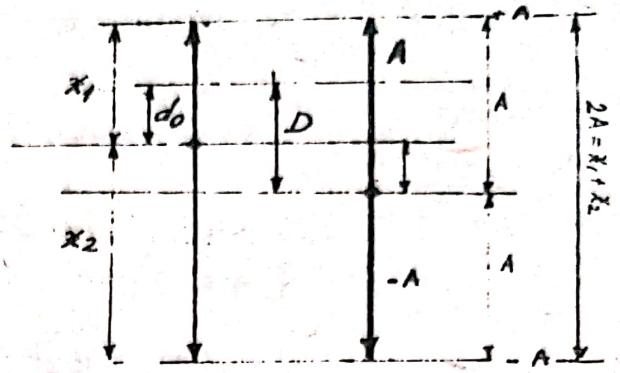


fig c.

din (*fig c.*) se observă că : $\mathbf{2A = x_1 + x_2}$

$$A = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{b^2 + ac}}{a} = \frac{\sqrt{m^2g^2 + \frac{km^2 \cdot 2gh}{M+m}}}{k} =$$

$$= \frac{mg}{k}\sqrt{1 + \frac{2kh}{(M+m)g}}$$

Dacă luăm ca referinţă poziţia de echilibru a resortului netensionat , atunci :

— poziţia de echilibru a talerului înainte de impact :

$$d_0 = \frac{Mg}{k}$$ sub referinţă

— poziţia de echilibru a sistemului bloc-plastilină este :

$$D = d_0 + \frac{x_2 - x_1}{2} = d_0 + \frac{b}{a} = \frac{Mg}{k} + \frac{mg}{k} = \frac{(m+M)g}{k}$$ sub referinţă

— distanţa dintre cele două poziţii de echilibru este :

$d = D - d_0 = \frac{mg}{k}$ Înlocuind, pt. $h = nD$, $d = 1$ cm , $n = 24 \Rightarrow$

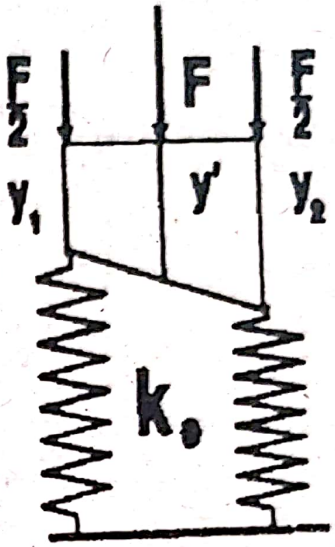
$$A = d\sqrt{1 + \frac{2h}{D}} = d\sqrt{1 + 2n} = 7\text{cm}$$

Corect c

Scanned with OKEN Scanner

R8.13. Resortul echivalent se deplasează pe distanţa:

$$y' = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{\frac{F}{2k_1} + \frac{F}{2k_2}}{2} = \frac{F}{4}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

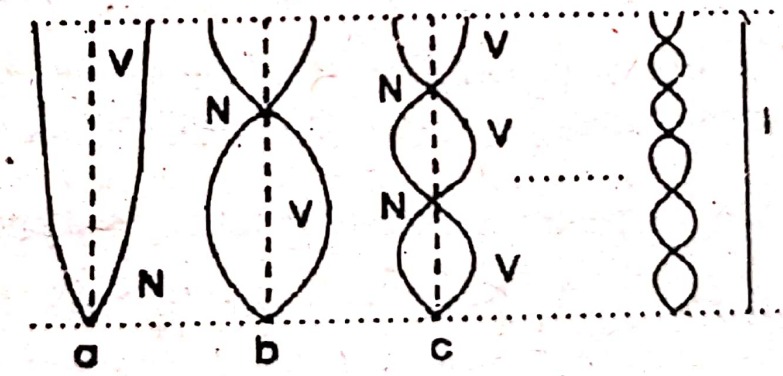


dar $y' = \frac{F}{k_e}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{k_e} = = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

sau $k_e = \frac{4k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$ **Corect c. şi d.**

R8.14. O lamă prinsă la unul din capete formează în timpul vibraţiei unde staţionare având un nod la capătul prins şi ventru la capătul liber.



Pentru primul mod de vibraţie (a) $l = \frac{\lambda}{4}$, şi în general:

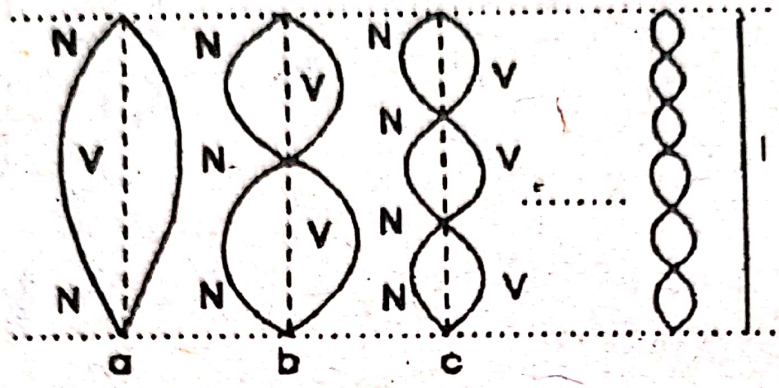
$$l = \frac{\lambda}{4} + 2k\left(\frac{\lambda}{4}\right) = (2k+1)\left(\frac{\lambda}{4}\right) \quad k = 1,2,3...$$

dar $\lambda = cT = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \nu_k = (2k+1)\left(\frac{c}{4l}\right)$ **Corect a**

Scanned with OKEN Scanner

R8.15. Se formează noduri la ambele capete

$$\Rightarrow l = k\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 2k\left(\frac{\lambda}{4}\right) \Rightarrow \nu_k = 2k\left(\frac{c}{4l}\right) \quad k = 1,2,3...$$



Corect a

R8.16. Viteza de propagare a undelor longitudinale şi transversale $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; respectiv $c_{tr} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ nu depinde de mărimile câmpului gravitaţional. **Corect c.**

R8.17. La trecerea perturbaţiilor (oscilaţiilor) dintr-un mediu în alt mediu, aflat în repaus frecvenţa rămâne aceeaşi. $\lambda_1 = \frac{c_1}{\nu}$; $\lambda_2 = \frac{c_2}{\nu}$, pentru că vitezele de fază c_1 respectiv c_2 sunt diferite.

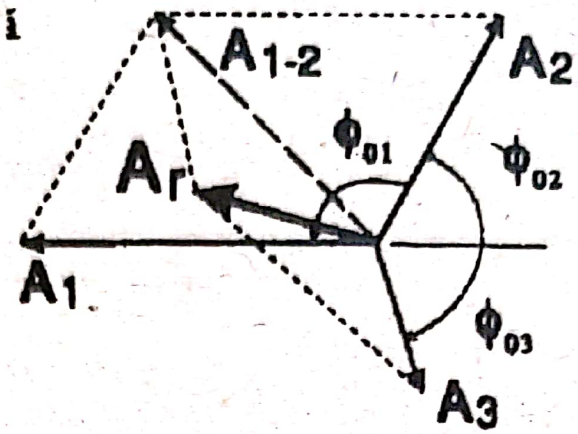
Corect a

R8.18. Din diagrama fazorială $\Rightarrow$ pentru două oscilaţii

$A_{i-j} = \sqrt{A_i^2 + A_j^2 + 2A_iA_j\cos(\varphi_{0i} - \varphi_{0j})}$ cu:

$\varphi_{01} = \pi$; $\varphi_{02} = \frac{\pi}{3}$; $\varphi_{03} = \frac{-\pi}{3}$ $i = 1,2,3$ relaţie cu care se calculează rezultatele cazurilor a), b), c).

Scanned with OKEN Scanner



Petru trei oscilaţii ⇒

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+A_1A_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)+2A_2A_3\cos(\varphi_2-\varphi_3)+2A_1A_3\cos(\varphi_1-\varphi_3)}$$

cu care se calculează în cazul d). Înlocuind ⇒ **Corect c.**

R8.19. Electromagnetul deviază firul de două ori într-o perioadă deci frecvenţa corzii este dublă $\nu_{coardă} = 2\nu_{curent} = 2\nu$. Amplitudinea ventrului format la mijlocul corzii este maximă când frecvenţa curentului este jumătate din frecvenţa proprie a corzii.

Considerând: $l=\frac{\lambda}{2}=\frac{V}{2\nu}$ rezultă:

$$\nu_{coarda}=\frac{V}{2l}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}=\frac{1}{2lr}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$$ deci:

$$F=4\pi\nu^2_{coardă}l^2\rho r^2=16\pi\nu^2_{curent}l^2\rho r^2$$ **Corect a**

R8.20. Sunetul prezintă intensităţi maxime în noduri unde variaţia presiunii este maximă. Pentru armonica a 2ª: $\nu_2 = 2\nu$, iar pentru a 3ª: $\nu_3 = 3\nu$

$$\nu_{TR}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\rho S}}$$ unde $T = G_2$ deci:

$$\frac{2}{2l}\sqrt{\frac{G_0}{\mu}}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{G_2}{\mu}} \Rightarrow G_2 = 4\,G_0 = 20\ N$$

deci: ⇒ $G_3 = 9\,G_0 = 45\ N$ **Corect a.**

Scanned with OKEN Scanner

R8.21. $Y_1 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$ şi $Y_1 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \Rightarrow$

$$Y = Y_1 + Y_2 = 2A \cdot \cos \pi \left(\frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right) \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \quad A_{rez} = 2A \cdot \cos \pi \left(\frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right)$$

Hiperbolele de maxim satisfac relaţia $d_1 - d_2 = n \cdot \lambda$

Din datele problemei $n \cdot \lambda = 1{,}07$ cm şi $(n + p) = 2{,}03$ cm $\Rightarrow$

$\lambda = 0{,}8$ mm şi $c = \lambda \cdot \nu = 9{,}28$ cm/s **Corect a.**

R8.22. În fiecare punct al traiectoriei avionúl este o sursă sonoră, raza corespunzătoare a suprafeţei sferice a frontului de undă c proporţională cu timpul de propagare. Frontul de undă comun undelor elementare la momentul t vas fi suprafaţa laterală a conului în al cărui vîrf a ajuns avionul. În timp ce avionul parcurge $AB = V_X \cdot t$ sunetul emis din A străbate $AC = V \cdot t = AB \sin \varphi$

$\Rightarrow \quad V_X = 2448$ km/h **Corect c**

R8.23. Fie v viteza observatorului

ν ..... $(c - v)$

ν_s ..... c $\qquad \nu = \nu_s \frac{c - v}{v}$

$\Rightarrow$

Şi pentru $v = v_s \quad \Rightarrow \quad \nu = 0$ **Corect b.**

Scanned with OKEN Scanner

R8.24.

1. Mai îndelungată.
2. Mari
3. Zero; variabilă
4. Rezonanţă
5. Incompresibile
6. Extincţia
7. Amplitudinile; amplitudinile
8. Reflectate
9. Diferă într-o oarecare măsură; repetată; puternică
10. Presiunea
11. Elasticitatea
12. Mică; mică
13. Plane
14. Difracţie
15. Opoziţie; bătăi; intensitate
16. Înalte; atenuate
17. Absorb; reflectate
18. Aerului
19. Mare
20. Scurte
21. Forţa (tensiunea)
22. Joase
23. Lungimi; tensionări
24. Timbru; fisuri
25. Absorbţie
26. Direct; copacilor
27. Suprafaţa apei
28. Împrăştie; sunetele; sunetele; reverberaţie
29. Variaţie; perioadă; frecvenţa
30. Fundamental; armonicelor
31. Intensităţile; timbrul
32. Transfere (transmită); intensitatea.

Scanned with OKEN Scanner

GRILĂ DE RĂSPUNSURI CORECTE

1.1 b
1.2 c
1.3 c
1.4 b
1.5 I.b
II.d
III.a
IV.b
V.b
1.6 I.c
II.c
III.a
1.7 a
1.8 a
1.9 c
1.10 d
1.11 c
1.12 c
1.13 a
1.14 I.c
II.b
III.c
1.15 I.b
II.b
III.b
IV.c
1.16 a
1.17 c
1.18 d
1.19 I.b
II.b
1.20 a
1.21 b
1.22 a
1.23 b
1.24 b
1.25 c
1.26 c
1.27 c
1.28 b
1.29 b
1.30 c
1.31 e
1.32 c
1.33 b

1.34 b
1.35 c
1.36 I.b
II.a
1.37 I.b
II.a
1.38 I.c
II.a
1.39 c
1.40 c
2.1 a
2.2 a
2.3 a
2.4 b
2.5 b
2.6 c
2.7 I.c
II.b
III.a
2.8 c
2.9 c
2.10 b
2.11 b
2.12 I.b
II.a
2.13 I.c
II.a
2.14 I.a
II.c
2.15 I.b
II.c
2.16 a
2.17 a
2.18 c
2.19 I.a
II.c
2.20 I.a
II.b
2.21 I.b
II.c
3.1 b
3.2 b
3.3 a
3.4 d
3.5 c
3.6 c

3.7 I.d
II.b
III.a
3.8 b
3.9 c
3.10 I.c
II.c
3.11 a
3.12 I.a
II.b
3.13 c
3.14 d
3.15 b
3.16 I.c
II.c
III.b
3.17 b
3.18 b
3.19 c
3.20 I.a
II.b
3.21 I.a
II.b
3.22 a
3.23 I.a
II.c
II.a
3.24 c
4.1 b
4.2 b
4.3 c
4.4 a
4.5 I.a
II.b
4.6 b
4.7 a
4.8 I.c
II.a
4.9 I.a
II.c
4.10 c
4.11 I.c
II.c
4.12 b
4.13 d
4.14 b

4.15 b
4.16 b
4.17 I.a
II.b
III.d
4.18 I.a
II.d
III.a
4.19 I.a
II.b
4.20 I.c
II.c
5.1 b
5.2 b
5.3 c
5.4 a
5.5 a
5.6 d
5.7 b
5.8 c
5.9 c
5.10 I.a
II.b
5.11 d
5.12 c
5.13 b
5.14 d
5.15 c
5.16 I.a
II.c
5.17 b
5.18 I.c
II.c
5.19 d
5.20 c
6.1 a
6.2 c
6.3 c
6.4 b
6.5 b
6.6 c
6.7 I.a
II.c
6.8 a
6.9 b
6.10 c

6.11 a
6.12 a
6.13 c
6.14 b
6.15 a
7.1 c
7.2 c
7.3 b
7.4 a
7.5 c
7.6 c
7.7 c
7.8 a
7.9 c
7.10 a
7.11 c
7.12 a
7.13 d
7.14 d
7.15 b
7.16 b
7.17 c
7.18 a
8.1 b
8.2 c
8.3 c
8.4 b
8.5 c
8.6 a
8.7 c
8.8 d
8.9 b
8.10 a
8.11 a
8.12 c
8.13 c+d
8.14 a
8.15 a
8.16 c
8.17 a
8.18 c
8.19 a
8.20 a
8.21 a
8.22 c
8.23 b

Scanned with OKEN Scanner

BIBLIOGRAFIE

1. Gabriela Cone, Gh. Stanciu, Stefan Tudorache: *Probleme de fizică pt. liceu vol.I*
   Editura Academiei , Bucureşti , 1986
2. Margareta Ailincăi , Liviu Rădulescu: *Probleme-intrebari de fizică*
   Editura didactică şi pedagogică , Bucureşti , 1972
3. Anatolie Hristev şi colaboratorii: *Probleme de fizică pentru clasele IX-X*
   Editura didactică şi pedagogică , Bucureşti , 1983
4. David Halliday , Robert Resnick: *Fizica , vol. I şi II*
   Editura didactică şi pedagogică , Bucureşti , 1975
5. Eduard-Victor Gugui: *Teste de fizică*
   Editura Albatros , Bucuresti , 1980
6. Aurelian Stan, Mircea Grumăzescu: *Probleme de mecanică*
   Editura didactică şi pedagogică , 1973
7. Ion Gh. Vîţă: *Probleme de fizică cu situaţii impuse*
   Editura tehnică , 1987
8. Mihail Sandu: *Culegere de probleme de fizică (Vol.I şi II)*
   Societatea de ştiinţe fizice şi chimice din România 1987
9. * * * : *Culegere de probleme de fizică (Vol. I şi II)*
   Societatea de ştiinţe fizice şi chimice din România 1986
10. I. Irodov , L. Savéliev: *Recueil de problèmes de physique* Moscou 1975
11. Ioan Druică Zeletin , Armand Popescu: *Probleme de mecanică şi acustică*
    Editura tehnică 1974
12. Mihail Atanasiu, Victor Drobotă: *Fizică pentru admitere în facultate(Vol.I şi II)*
    Editura Albatros 1974
13. * * * : *Colecţia " Revista de fizică şi chimie "* 1980 - 1989
14. *Manualul de " Fizică " clasa IX.*

Scanned with OKEN Scanner

Pentru toate vârstele,
cărţi fără vârstă!

Exclusiv prin poştă!

Nr. 1 în România!

Taxele poştale
suportate de Club!

Clubul de carte NICULESCU

România, 78182 - Bucureşti, Sector 1
Str. Octav Cocărăscu 79, Telefon/Fax 6 18 20 29
Cont 40.10.0770.00002.91019 BANC POST SMB

CE VĂ OFERĂ?

- **CATALOG TRIMESTRIAL** cuprinzând zeci de titluri de valoare ale Editurii NICULESCU, din cele mai diferite domenii, pentru toate gusturile, într-o ţinută grafică şi artistică deosebită
- **ECONOMIE DE TIMP PRIN SCUTIREA DRUMULUI PÂNĂ LA LIBRĂRIE**, cărţile fiind cumpărate la preţul oficial înscris pe copertă
- **ACCES DIRECT** la cititorii din **SATE** şi **LOCALITĂŢI FĂRĂ LIBRĂRII**
- **SUPORTAREA TAXELOR POŞTALE** în totalitate de către Club
- **ÎNSCRIERE** şi preluare **RAPIDĂ** a comenzii (în scris, cu precizarea adresei **COMPLETE** - inclusiv telefon şi cod poştal - şi a datei naşterii)
- **SERVICIU SUPLIMENTAR** numai pentru membrii Clubului: **COMENZI PRIN TELEFON - 24 DE ORE DIN 24**
- **UN PREMIU SPECIAL (O CARTE GRATUIT), DE FIECARE DATĂ**, pentru acel membru al Clubului care aduce **UN NOU MEMBRU**
- **PREMII DE SFÂRŞIT DE AN** pentru primii zece abonaţi individuali (în ordinea valorii cărţilor cumpărate)
- **PREMII DE FIDELITATE** pentru acei membri ai Clubului care au o vechime neîntreruptă de minimum 2 ani (Distincţie de bronz), 5 ani (argint), 10 ani (aur) - constând în cărţi distribuite gratuit din cele mai bune titluri ce vor fi specificate în cataloagele trimestriale

PRIMA OFERTĂ:

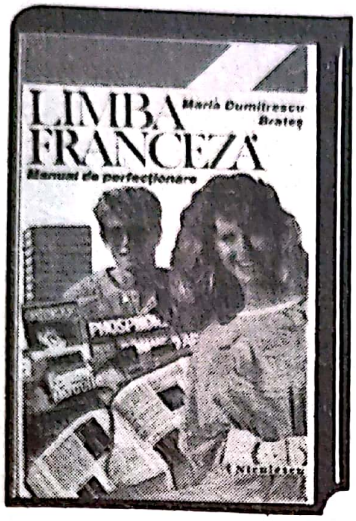
● Manuale preparatoare de limba română, istorie, matematică,..., pentru bacalaureat, admitere în licee şi facultăţi ● Manuale şi ghiduri de conversaţie în limbile engleză, franceză, italiană, germană etc. ● Lucrări de utilitate generală pentru orice gospodărie ● Romane celebre ale literaturii universale

După primirea cererii de înscriere, Clubul trimite (gratuit) catalogul trimestrial.

Clubul vă aşteaptă cu bucurie şi speranţă!

Scanned with OKEN Scanner

Apariţii la Editura NICULESCU



Maria Dumitrescu-Brateş
LIMBA FRANCEZĂ
- manual de perfecţionare -

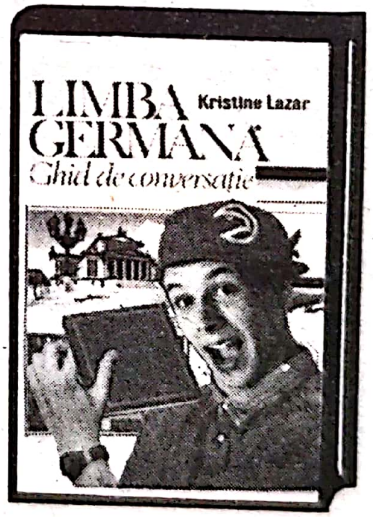
Texte literare reprezentative şi de mare atractivitate pentru adâncirea cunoştinţelor existente, precum şi abordarea unor probleme noi, mai complexe, de ordin lexical şi gramatical.

Maria Brăescu
Monique Boy
LIMBA FRANCEZĂ
- prin exerciţii -

Un mijloc modern, atractiv şi eficient de aprofundare a cunoştinţelor prin exerciţii gramaticale şi de conversaţie, bazate pe folosirea spontană şi imaginativă a noţiunilor abordate.

Ion Toma
LIMBA ŞI LITERATURA ROMÂNĂ

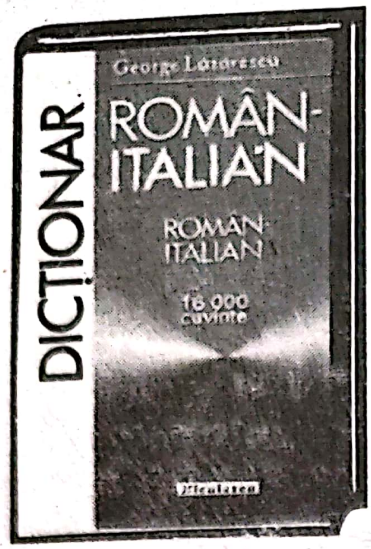
Un preţios instrument didactic auxiliar pentru pregătirea elevilor la această disciplină. Texte critice ce completează consistent manualele şcolare.



Kristine Lazăr
LIMBA GERMANĂ
- ghid de conversaţie -

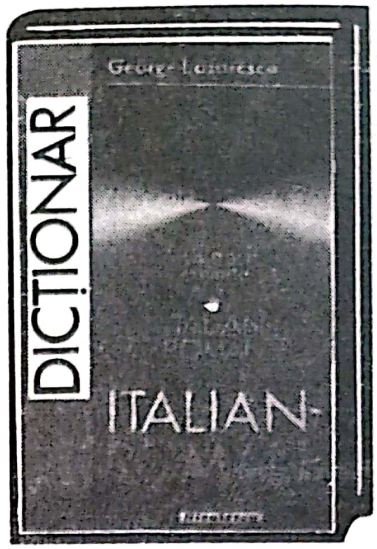
Un compendiu practic, cuprinzând exemplificări concrete, conceput ca un instrument accesibil pentru toţi cei ce se află într-una din ţările vorbitoare de limbă germană.

Scanned with OKEN Scanner



George Lăzărescu
DICȚIONAR
ROMÂN-ITALIAN

16 000 de cuvinte, o solidă bază de plecare în studiul şi aprofundarea limbii italiene, un îndrumar în descifrarea tainelor unui întreg univers



George Lăzărescu
DICȚIONAR
ITALIAN-ROMÂN

Un summum de cuvinte folosite în ocazii diferite. 14 000 de termeni ce constituie pentru oricine un îndrumar de bază în studiul şi aprofundarea limbii italiene.

Radu Mihai Papae
TESTE DE INTELIGENȚĂ
- Raţionament geometric -

O selecţie de teste folosind valenţele raţionamentului de geometrie plană, contribuind la formarea gândirii logice şi la obţinerea unui Q.I. SPACIAL ridicat (atât de necesare la orice concurs de testare a posibilităţilor intelectuale).

A. Galbură şi O. Rusu
FIZICA-MECANICĂ
sistem grilă

O selecţie de probleme reprezentative, reflectând programa, adaptate sistemului „grilă" (tot mai agreat la concursuri), rezolvate detaliat şi însoţite de un bogat şi intuitiv material grafic.

Scanned with OKEN Scanner

Draga Neagu
SĂ CONFECȚIONĂM SINGURE ACCESORII VESTIMENTARE

Un ghid prețios oricărei femei pentru confecționarea unor accesorii vestimentare de efect, cu bani puțini și folosind materiale existente în orice gospodărie.

Draga Neagu
SĂ ÎNVĂȚĂM CROITORIE

Un ghid accesibil urmărind o inițiere rapidă și eficientă în tehnicile croitoriei, de la hăinuța pentru fetițe și păpuși, la rochii și bluze superbe.

Draga Neagu
CÂND COPIII NOȘTRI AU OASPEȚI

Un îndrumar util copiilor, dar și părinților care vor să facă din sărbătorirea unei zile festive prilej de bucurie și distracție cu bani puțini, dar cu multă dragoste.

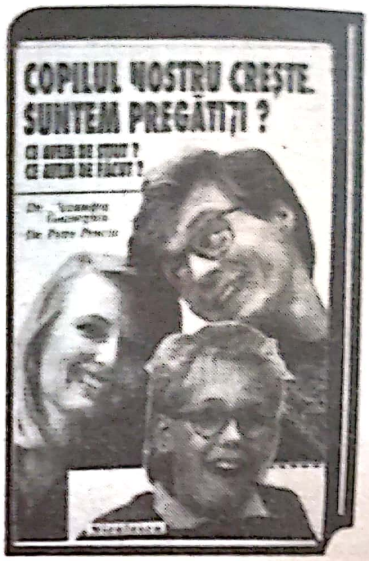
Draga Neagu
JUCĂRII PENTRU COPII

O posibilitate de a confecționa, folosind materiale și instrumente la îndemâna oricui, un autentic "teatru de păpuși", improvizând adevărate piese, cu personaje și decoruri variate.

Scanned with OKEN Scanner

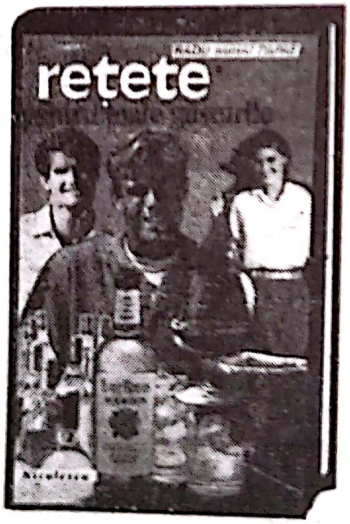
dr. Alexandru Gheorghiu
CE TREBUIE SĂ ŞTIM PENTRU A FI MEREU SĂNĂTOŞI?

Sfaturi şi reţete de viaţă lungă, un plus de informaţii pentru sănătatea fiecăruia dintre noi, despre alimentaţie raţională, alcool, tutun, surmenaj, sedentarism etc.



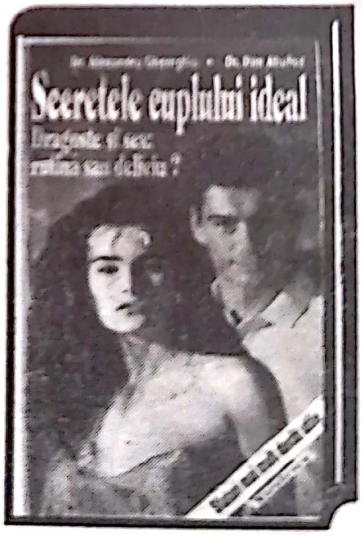
dr. Alexandru Gheorghiu
dr. Petre Penciu
COPILUL NOSTRU CREŞTE SUNTEM PREGĂTIŢI?

Ce e de făcut pentru a-l ajuta pe copil să se integreze în societate? Sfaturi preţioase pentru părinţii preocupaţi de sănătatea şi armonia psihică a copiilor lor.



Radu Mihai Papae
REŢETE PENTRU TOATE GUSTURILE

Băuturi dintre cele mai variate şi de cea mai bună calitate: vinuri, lichioruri, cocteiluri şi multe altele, cu care vă veţi uimi musafirii.



dr. Alexandru Gheorghiu
dr. Dan Abulius
SECRETELE CUPLULUI IDEAL

Un îndrumar agreabil, fără pretenţii moralizatoare, oferind sfaturi utile soţilor (sau virtualilor soţi), care doresc să atingă acea armonie - trupească şi afectivă - ce-i va face de nedespărţit.

Scanned with OKEN Scanner

Adrian Galbură • Octavian Rusu

FIZICĂ

MECANICĂ

- sistem grilă -

Această culegere conţine o selecţie de probleme reprezentative, reflectând programa, adaptate sistemului „grilă“ (tot mai agreat la concursuri), rezolvate detaliat şi însoţite de un bogat şi intuitiv material grafic. Problemele au fost testate la Colegiul Naţional „Sfântul Sava“.

O manieră modernă şi utilă de prezentare a problemelor de fizică

O lucrare reprezentativă, necesară oricărui elev

ISBN 973-568-051-3

Lei 2990

Scanned with OKEN Scanner